

ANÁLISE DE ERROS EM FRAÇÕES: UM ESTUDO REALIZADO COM ALUNOS DO 8º ANO DA REDE PÚBLICA DE ÁGUA BRANCA-PI

Igor de Castro Sousa (1); David Barbosa Lima da Cruz(1); Pablicio Carlos Rodrigues de Moura (2); Maycon Marcos Leal (3); Msc. Pablo Felipe Ferreira da Silva (4).

(1) *Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Angical, igor258.castro@gmail.com;*

(1) *Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Angical. david.mwkk@gmail.com;*

(2) *Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Angical. pablicio13@hotmail.com;*

(3) *Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Angical. mayconfisico@gmail.com;*

(4) *Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Angical, pablo.felipe@ifpi.edu.br.*

RESUMO: Esta pesquisa tem como objetivo analisar os erros cometidos por alunos do ensino fundamental em frações com a finalidade de expor os principais erros e servir de orientação para medidas a serem tomadas em relação a esse problema. A pesquisa fundamentou-se na abordagem qualitativa, e por meio de um questionário levantou dados para fim de análise. O desenvolvimento do trabalho deu-se com 17 estudantes de uma escola da rede pública do Piauí. Na análise dos erros, verificou-se que, os erros principais são provocados pela falta de domínio dos conceitos de números racionais necessários ao conteúdo de frações. Esta situação leva os alunos a utilizarem conceitos de outros campos da matemática para resolver os problemas e conseqüentemente ao erro. Acredita-se que uma boa maneira de contornar esse problema é primeiramente internalizar nos alunos os conceitos de números racionais diferenciando-os sempre dos conceitos de números naturais. Dessa forma espera-se que o aluno não cometa mais os equívocos observados no trabalho.

PALAVRAS CHAVES: Ensino de matemática. Análise de erros, Frações.

ABSTRACT: This paper focuses on analyzing fraction mistakes made by elementary school students, with the intention of showing its major mistakes and serving as bases of orientation for actions taken related to solving this problem. This research was oriented on qualitative approach through analysis of questionnaire-acquired data. The development of this research was conducted with 17 students from the public school system from the State of Piauí. On the error analysis, it was verified that the major student mistakes are caused by the lack of understanding of rational numbers concepts necessary to the fraction course. In order to answer test problems, students end up using other fields of mathematics, which therefore, is the cause of errors. An alternative to contour this problem is initially introduce the concept of rational numbers, always differentiating such concepts from the concepts of natural numbers. This way students are expected not to make the mistakes observed in this research.

KEY WORDS: teaching mathematics. Error analysis. Fractions.

1 INTRODUÇÃO

A dificuldade no ensino-aprendizado da matemática tem sido um dos principais questionamentos nos últimos anos, tanto por parte dos professores como por parte dos alunos que veem a disciplina como um dos principais obstáculos durante sua vida escolar. Os Parâmetros Curriculares Nacionais abordam essa questão com o ponto de vista de que, tanto os professores, quanto os alunos são provocados a ter sensações contraditórias em relação à ela.

O ensino de matemática costuma provocar duas sensações contraditórias, tanto por parte de quem ensina quanto por parte de quem aprende: de um lado, a constatação de que se trata de uma área do conhecimento importante; de outro, a insatisfação diante dos resultados negativos obtidos com muita frequência em relação a sua aprendizagem (BRASIL, 1997).

É necessário buscar maneiras que possibilitem contornar essa situação, pois a falta de domínio nas matérias básicas provoca reflexos nos alunos por toda sua vida escolar. Este trabalho tem como foco os erros cometidos em frações por alunos do ensino fundamental de uma escola pública, com o objetivo de apurar os principais erros cometidos e que essa apuração sirva para direcionar ações que corrijam esse problema. Uma maneira de verificá-los é fazer análises de erros cometidos em resoluções feitas por estudantes. Essa análise serve para identificar as principais deficiências de conteúdo que os alunos carregam e serve de base para se tomar decisões que visem contornar essa situação. Cury, 2007, afirma que é necessário mudar a ideia de erro na hora da correção, utilizando-se para isso, de estratégias diferentes na correção das respostas dos alunos. Essa abordagem privilegia o olhar do erro como um processo de construção do saber e não como um fim.

Para o alcance desses objetivos, foi feita uma pesquisa qualitativa levantada através de um questionário aplicado aos alunos de uma escola da rede pública. Esse tipo de pesquisa se preocupa com o desenrolar das ações humanas referentes ao objeto de estudo. Que, neste caso, é o erro cometido pelo aluno na hora de resolver problemas que envolvam frações, suas atitudes diante do problema e quais caminhos utilizados por ele para chegar ao resultado errado. Foi feita uma separação das respostas por categorias e em seguida a análise do grupo de questões incorretas e parcialmente corretas. Esses erros evidenciaram as principais dificuldades existentes nos alunos estudados.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

É presente nos alunos em geral uma defasagem no aprendizado de matemática que vai se acumulando ano após ano. Uma apreciação deve ser feita com atenção para buscar-se as causas dos

erros cometidos, pois para se solucionar problemas é imprescindível que se identifique suas raízes e se elabore estratégias para contorná-los. Nesse sentido, a Análise de Erros se apresenta como uma ferramenta para o professor que busca evidenciar as falhas no processo de aprendizado dos alunos no decorrer da sua escolarização. Vejamos o que afirma Sousa, 2002.

Diante dos meus estudos e análise, creio poder afirmar que os erros constituem uma importante ferramenta que possibilita o diagnóstico dos problemas presente no processo tanto de ensino como aprendizagem. Ressalta-se que no processo de ensino, os erros podem ajudar o professor a concluir que a estratégia do ensino adotada se mostra inadequada e necessita ser redefinida mediante novas ações metodológicas e pedagógicas (SOUZA, 2002).

Será dado ênfase à análise de erros no ensino de frações e o conceito de números racionais os quais são problemas de aprendizado comuns nos alunos. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN, “o conceito de número racional, em sua representação fracionária, se inicia formalmente, a partir do segundo ciclo do Ensino Fundamental, mais precisamente entre 3ª e 4ª séries, estendendo-se até o terceiro ciclo, entre 5ª e 6ª série do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998, p.101).”

Os alunos não conseguem assimilar o conceito de números racionais, muitas vezes, fazem operações com estes como se fossem naturais, o que é um equívoco. Segundo Brolezzi (1996, p.1), A maneira como é ensinado frações não tem conseguido “construir na mente dos alunos um conceito de Número Racional que permita sua utilização mais tarde. As operações com racionais são, quando muito, mecanizadas em torno de algumas regrinhas básicas geralmente confundidas uma com as outras.” As frações surgem frequentemente no nosso cotidiano nas nossas relações de compra e venda entre outras. “O Aluno precisa dominar seu conceito. É preciso encontrar caminhos para levar o aluno a identificar quantidades fracionárias em seu contexto cotidiano e a apropriar-se da ideia do número fracionário correspondente, usando-os de modo significativo.” (BERTONI, 2009, p.16).

Ele precisa ser capaz de relacionar as ações corriqueiras do dia-a-dia que envolvam frações ao conteúdo que lhe é passado na escola, isso traz mais significância para o aprendizado, já que a noção de racionais é muitas vezes de difícil internalização principalmente quando há uma ruptura de processo quando o aluno que está acostumado com a noção de números naturais é apresentado aos números racionais que podem vir com novos comportamentos numéricos, Marincek (2001, p. 78) apresenta uma frequente dúvida dos alunos: “Se $5+5$ é 10, como $1/5+1/5$ não é $2/10$?.”

Outro aspecto importante é que ao não dominarem o conceito de racionais os alunos acumulam um déficit que é arrastado ao longo da sua vida escolar. Para (Pereira, 2009), “boa parte

dos alunos termina o ensino básico sem dominar por completo a noção de frações, e isso será um problema quando esses precisarem utiliza-las para trabalhar com estatísticas, juros, probabilidade, etc.” Esse problema se arrasta até os anos posteriores o que acaba por prejudicar a assimilação de conteúdos que têm entre seus fundamentos os números racionais e sua representação fracionária.

“As representações fracionárias embora sejam desenvolvidas nos ciclos iniciais, o que se constata é que os alunos chegam ao terceiro ciclo sem saber diferenciar os significados relacionados a esse tipo de número e tampouco os procedimentos de cálculo (BRASIL, 1998, p.100).” Esse acúmulo de dificuldades se apresenta futuramente como uma barreira cada vez mais difícil de superar a medida que o aluno vai progredindo nas séries posteriores. Portanto, deve haver o quanto antes uma intervenção à medida que forem identificadas as dificuldades nos alunos para que não persista neles esses atrasos.

Analisar o erro serve para um diagnóstico dos possíveis fatores que o levam a acontecer e para a implementação de medidas que ajudem o aluno a superá-los. Para Borasi (1996), os erros podem ser tomados como trampolim para a aprendizagem, pois, a partir deles, o professor pode criar oportunidades para o aluno refletir a respeito de sua forma de aprender e de elaborar o conhecimento.

Para CURY (2007), o erro:

[...] se constitui como um conhecimento é um saber que o aluno possui, construído de alguma forma, e é necessário elaborar intervenções didáticas que desestabilizem as certezas, levando o estudante a um questionamento sobre suas respostas (p. 80).

Dessa maneira o aluno compreende qual conhecimento usado por ele de maneira equivocada o levou ao erro. A atitude tomada em relação à questão feita de forma errada pode ser compreendida como um saber existente no aluno, mas que não poderia ser usado naquele momento. Os alunos devem ser orientados a se questionarem sobre os motivos que o levaram a essa atitude em relação ao erro.

METODOLOGIA

Esta pesquisa foi desenvolvida através de análise qualitativa por possibilitar um estudo das ações humanas que venham a apresentar relação com o objeto de estudo; segundo Taylor e Bogdan(1986, p. 20), este termo refere-se “à investigação que produz dados descritivos: as próprias palavras das pessoas, faladas ou escritas e a conduta observável.” O estudo foi realizado com alunos do 8º ano de uma escola da rede pública de ensino do município de Água Branca, Piauí. Através de questionário composto por assuntos relativos aos números racionais e sua representação fracionária

foram obtidos dados para servir de amostragem. Num segundo momento estes dados foram analisados e neles se verificou os principais erros cometidos a fim de se extrair quais as principais deficiências que os alunos apresentam e em seguida foram transformados em dados estatísticos para fim de exposição.

Como instrumento de coleta de dados foi usado um questionário que para Fiorentini e Lorenzato (2006, p.116), “[...] é um dos instrumentos mais tradicionais de coleta de informações e consiste numa série de perguntas que podem ser abertas, fechadas ou mistas.” Dessa forma, foi feita a opção por um questionário com perguntas abertas, sobre tópicos do conteúdo de frações, “pois exigem do sujeito que responde maior atenção” (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p.117).

A análise de erros de determinada produção escrita é uma atividade que tem como método a análise de conteúdo, isso fica ainda mais evidente se levarmos em conta as afirmações apresentadas por Bardin(1979). A autora dá como exemplo de possíveis documentos que possam ser submetidos a este método, respostas a questionários, testes ou experiências. Desse modo, as respostas escritas de estudantes a questões de Matemática podem ser objeto de uma análise aprofundada e sistemática.

Uma análise deve ser criteriosa e baseada em regras que norteiem sua utilização. Bardin(1979) aponta a pré-análise, exploração do material e tratamento dos resultados como as três etapas básicas para o trabalho. A experiência de (CURY, 2007), ao adaptar esse método para analisar respostas de estudantes nos diz que primeiramente se faz uma leitura de todo o material, avaliando as respostas. Em seguida, as separamos em totalmente corretas, parcialmente corretas e incorretas fazendo a contagem das questões por categoria. Nessa primeira fase já se vai separando algum tipo de notação sobre as respostas às quais daremos forma ao *corpus* da pesquisa.

O questionário é composto por sete questões subjetivas que em ordem de conteúdo avaliam o conhecimento dos alunos desde as primeiras noções básicas de fração passando por conteúdos como equivalência de frações, irredutibilidade, MDC(Menor Denominador Comum), além das operações básicas de Adição, subtração, multiplicação e divisão de frações. A aplicação foi feita na Escola Municipal Adelaide Rosa no município de Água Branca no Estado do Piauí, numa turma de 8º ano do ensino fundamental. Estavam presentes na hora da aplicação dezessete alunos que responderam o teste no período de uma aula que tem duração de 50 minutos. Todos estavam sobre a supervisão da professora titular e do aplicador. O questionário foi respondido individualmente por cada aluno.

ANÁLISE DOS RESULTADOS

identificar “o todo” e “partes do todo”, e ainda relacionar cada um a seus respectivos correspondentes na fração.

Análise de erros da questão 2.

2 - Uma sala de aula tem 36 alunos. Em um determinado dia faltou $\frac{1}{9}$ dos alunos. Quantos alunos faltaram nesse dia?

A questão 2 exige que se relacione o número 36(número de alunos) com o denominador da fração $\frac{1}{9}$. Para resolvê-la espera-se que o aluno divida 36 por 9 e que identifique que o resultado da divisão é uma das partes da fração ou então que se multiplique 36 pela fração $\frac{1}{9}$ e depois divida. O desempenho dos alunos nessa questão foi regular dos 17 alunos foram 7 acertos e 10 erros e nenhum deixou em branco.

O aluno A1 tentou responder pelo método da divisão, mas se equivocou ao dividir 36 por 4 em vez de dividir por 9 obtendo novamente o número 9, ou seja, de acordo com a questão “9 alunos.” O aluno A2 dividiu 36 pelo denominador 9 obtendo como resposta “4 alunos” uma resposta certa, mas não se sabe se ele resolveria a questão caso a fração tivesse, por exemplo, numerador 2 se transformando na fração $\frac{2}{9}$, pois ele não justificou sua resposta. Nessa questão os erros se concentraram em tentativas de subtrair o total de 36 alunos pelo denominador da fração $\frac{1}{9}$. Tivemos alguns exemplos de erros cometidos por dificuldades na operação de divisão e muitos alunos apenas chutaram a resposta.

Análise da questão 3.

3 – Responda com V (verdadeiro) ou F (Falso):

a) $\frac{1}{3} > \frac{1}{6}$ ()

b) $\frac{1}{3} < \frac{3}{6}$ = ()

A questão 3 exige conhecimento de comparação de frações os alunos têm que verificar se as proposições são verdadeiras ou falsas. Para resolver, o aluno pode multiplicar ambos os termos de cada fração pelo denominador da outra assim obtendo frações de mesmo denominador. Das tentativas de resposta na questão, apenas 3 alunos acertaram, 6 erraram e 8 deixaram em branco.

O aluno A1 usou o método da transformação das frações em números decimais para verificar as sentenças, mas não completou as respostas respondendo as sentenças aparentemente pelo chute. Na primeira tentativa ele dividiu 2 por 6 sendo que não existe fração $\frac{2}{6}$ na questão e na

segunda ele transformou apenas uma das frações. O Aluno A2 não apresentou justificativa para marcar “v” na alternativa “a” e na alternativa “b” ele acertou as transformações das frações em números decimais, mas não se atentou na hora de verificar se a sentença estava certa marcando como falsa a alternativa verdadeira. Nessa questão os alunos tentaram responder transformando as frações em números decimais para responder as questões, mas devido ao pouco domínio na operação de divisão a maioria não obteve êxito. E ainda houve um grande número de questões em branco ou com apenas as respostas sem qualquer cálculo.

Análise de erros da questão 4.

4 – Escreva uma fração de denominador 20, que seja equivalente a cada uma das frações a seguir:

$$\text{A) } \frac{1}{2} = \qquad \qquad \text{b) } \frac{5}{4} =$$

A questão 4 pede para que se encontre frações equivalentes com denominador igual a 20 em cada alternativa. Uma maneira de resolvê-la é multiplicando ambos os termos da fração por valores que deem um denominador igual a 20. Nessa questão apenas 3 alunos acertaram um deixou em branco e os 13 restantes erraram. Um número de erros bastante alto.

O aluno A1 obteve o resultado certo na alternativa “a” multiplicando os termos da fração por 10, e na alternativa “b” ele chegou ao denominador 20 multiplicando por 5 o denominador da fração, mas colocou como numerador o número 4 errando a questão. O aluno A2 também obteve o resultado certo na alternativa “a”, a fração equivalente 10/20 já na alternativa “b” ele também errou, pois chegou a uma fração 20/40 que não é equivalente à alternativa. Os erros nessa questão se concentraram principalmente no desconhecimento dos alunos sobre quem é o denominador e quem é o numerador de uma fração. Isso levou aos equívocos na hora de multiplicar os termos para se chegar às frações equivalentes.

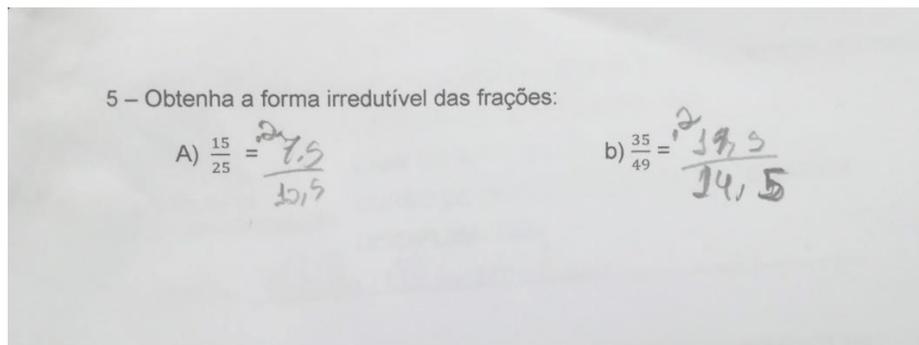
Análise de erros na questão 5

5 – Obtenha a forma irredutível das frações:

$$\text{A) } \frac{15}{25} = \qquad \qquad \text{b) } \frac{35}{49} =$$

A questão 5 pede para que se obtenha a forma irredutível das frações. Para resolve-la o aluno pode simplificar os termos da fração pelo m.d.c. de ambos os membros. Apenas 2 alunos conseguiram acertar o resultado e todos os 15 restantes erraram e nenhum deixou em branco.

Figura 2



Questão 5: aluno A1. Fonte: autor, 2016.

O aluno A1 simplificou as frações por dois, não obtendo assim a forma irredutível. Em ambas as alternativas ele obteve frações com termos decimais. O aluno A2 obteve a forma irredutível da alternativa “a” e para fundamentar usou a multiplicação, pois percebeu que os termos são múltiplos de 5. Na alternativa “b” ele tentou novamente encontrar através da multiplicação, mas não chegou à forma irredutível. Nessa questão os erros estão concentrados principalmente na falta de conhecimento sobre o que é a forma irredutível e na falta de domínio em operações básicas como multiplicação e divisão.

Análise de erros da questão 6

6 – Reduza as frações ao menor denominador comum.

a) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4} =$

b) $\frac{1}{6}, \frac{1}{8} =$

A questão 6 pede para que se reduza as frações ao menor denominador comum. Para resolver a questão o aluno pode formar as novas frações, primeiro calculando o m.d.c. dos denominadores que será o denominador da fração, em seguida deve-se dividir o m.d.c. pelo denominador da fração primária e depois multiplica-lo pelo numerador formando assim a nova fração. Essa questão teve péssimo desempenho, do total de alunos 3 deles deixaram em branco e os 14 que tentaram não conseguiram chegar ao resultado correto. Vamos adiante para a análise dos erros das respostas selecionadas a seguir.

A resposta do aluno A1 representa a grande maioria dos erros cometidos pelos outros alunos nessa questão. Para resolver a questão formaram uma nova fração $\frac{2}{6}$ na alternativa “a” e $\frac{2}{14}$ na “b” apenas somando os denominadores e os numeradores. O aluno A2 formou uma nova fração somando os numeradores e denominadores, em seguida simplificou os resultados. Na alternativa “a” ele obteve a fração $\frac{2}{6}$ e simplificou por dois chegando a $\frac{1}{3}$. Na alternativa “b” obteve a fração $\frac{2}{14}$ e simplificou por dois chegando a $\frac{1}{7}$. Nessa questão os erros estão concentrados

principalmente na tentativa dos alunos de formarem uma nova fração somando ou subtraindo os numeradores e denominadores.

Análise de erros da questão 7

7 – Calcule e, se possível, simplifique o resultado:

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} =$

c) $\frac{4}{5} \times \frac{3}{5} =$

b) $\frac{6}{12} - \frac{1}{6} =$

d) $\frac{1}{4} : \frac{2}{3} =$

A questão 7 pede para calcular as quatro operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão) nos pares de frações. A alternativa “a” e “b” contêm respectivamente adição e subtração de frações. Para resolver, é preciso fazer o m.m.c. dos denominadores, depois dividir pelo denominador de cada fração e em seguida multiplicar o resultado pelo numerador. As alternativas “c” e “d” contêm respectivamente uma multiplicação e uma divisão de frações. A primeira se resolve multiplicando numerador com numerador e denominador com denominador, na divisão é preciso multiplicar a primeira pelo inverso da segunda. Nenhum aluno acertou por completa essa questão tendo em vista que a maioria acertou pelo menos a alternativa “c” foi criada uma nova categoria chamada erros *parciais* para enquadrar essas respostas. O número de acertos foi zero, erros parciais foram 10 e erros totais 7. Nenhum aluno deixou em branco. Veja a seguir as respostas selecionadas para análise.

Os erros cometidos pelo aluno A1 foram também cometidos pela grande maioria dos alunos. Nessa questão observa-se que os alunos não dominam as operações básicas com números racionais e sua forma fracionária, com exceção da multiplicação. Ao tentar somar e subtrair foram efetuadas as operações usando-se numeradores com numeradores e denominadores com denominadores que é o método usado na multiplicação. Portanto, embora tenham errado a soma e a subtração, acabaram acertando a multiplicação. Na divisão, foi encontrado outro grande problema, pois nenhum aluno soube resolver de maneira correta. Os alunos estão presos aos conceitos de números naturais e acabam utilizando-os nos números racionais.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse trabalho buscou reconhecer nos alunos as deficiências presentes no conteúdo de números racionais e sua forma fracionária através da análise de erros. Com a identificação feita através de um questionário qualitativo, foram levantados dados que serviram de exemplos dos

principais erros cometidos, quais os conceitos usados de forma errada para resolver as questões que levaram ao erro. E também serviu para evidenciar qual o grau de domínio que os alunos detêm sobre o conteúdo.

O questionário trouxe inferências a respeito do domínio dos alunos sobre o conteúdo analisado. Ele mostrou que os alunos testados apresentam baixo rendimento quando se trata de números racionais e sua forma fracionária. As principais dificuldades se encontram quando se parte para uma aplicação do conteúdo que exige a presença nos alunos de conhecimentos básicos do campo da matemática.

O grande número de erros mostra a importância de uma análise criteriosa que leve a uma elucidação dos problemas presentes nos alunos. Os principais erros foram praticados ao se tentar resolver operações com números fracionários usando-se conceitos de números naturais. Esse fato mostra que se deve, em primeiro lugar, mostrar aos alunos as diferenças entre esses campos da matemática e que na hora de ensiná-los tem que ser dado foco a diferenciação entre esses conceitos para que o aluno não caia mais nessa armadilha.

Os alunos não reconhecem os números racionais e sua forma fracionária como um outro conjunto numérico que tem suas próprias regras e características e que essas são diferentes das que estão presentes no conjunto dos números naturais. Não podendo, portanto, serem usadas para resolver problemas que envolvam frações. Esse problema está presente em praticamente todos os alunos analisados evidenciando a sua importância.

As respostas dadas apresentam, por exemplo, tentativas de se somar e/ou subtrair frações sem fazer uso do m.m.c., ou outro método eficaz. Os alunos usaram o conhecimento de números naturais que possuem e realizaram as operações de forma direta somando e subtraindo numerador com numerador e denominador com denominador e com os resultados formaram as novas frações que julgaram serem certas. Nenhum aluno demonstrou domínio nas quatro operações básicas envolvendo frações, com exceção da multiplicação de frações que coincidentemente acertaram ao utilizar o conceito de número natural.

Extraí-se, portanto, dessa pesquisa a necessidade de se fortalecer no aluno o conceito de números racionais e sua forma fracionária. A implantação desses conceitos nos alunos de forma clara e diferenciada de outros conceitos que possam vir a confundí-los na tomada de decisões frente

a problemas com frações é primordial, pois a pesquisa mostrou que esse foi o principal problema presente nos alunos e é o gerador da grande maioria dos erros.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**/Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1998.

CURY, H. N. **Análise de Erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos**. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2007.

TAYLOR, S.; BOGDAN, R. **Introducción a los métodos cualitativos de investigación**. Buenos Aires: Paidós, 1986.

BRITO, Márcia Regina Ferreira de. **As habilidades matemáticas básicas e o ensino**. In: PIROLA, Nelson Antonio et al (Org). **Pedagogia cidadã: cadernos de formação: Educação Matemática**. São Paulo: UNESP, Pró-Reitoria de Graduação, 2004. p.21-27.

SOUZA, Sueli Spolador Simões de. **O papel construtivo do erro no processo de ensino e aprendizagem da matemática**. 2002. Dissertação de Mestrado em Educação pela UNESP de Marília – SP. Disponível em http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/Comunicações_Orais%5Cco0054.doc Acesso em:22 maio 2007.

BROLEZZI, Antônio Carlos, **Frações e Decimais: História e significado**. CAEM/USP, 1996.

BERTONI, N. E. **Frações, Números Fracionários, Números Racionais – dificuldades e novos paradigmas na aprendizagem**. In: V Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática(CIBEM), Porto, 2005. Actas... Porto, 2005.

MARINCEK, Vânia. **Aprender Matemática resolvendo problemas**. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

PEREIRA, Maria Carolina Martins. **Construindo FRAC-SOMA 235, e conhecimento, no Ensino Básico. (Trabalho de conclusão de Curso de Graduação)**. UFRGS. Porto Alegre, Brasil. 2009, 78 f.

BORASI, R. **Reconceiving Mathematics Instruction: A Focus on Errors**. Norwood: AblexPublishing Corporation. 1996.

FIorentini, D.; Lorenzato, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Edições 70, Lisboa, 1979.