

## **JOGO “COMBINANDO TRIÂNGULOS” NO ENSINO DA ANÁLISE COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE**

Valdson Davi Moura Silva <sup>1</sup>; Ailton Diniz de Oliveira <sup>2</sup>; Christianne Torres Lira <sup>3</sup>; Lijecson Souza dos Santos <sup>4</sup>.

*1 Universidade Estadual da Paraíba; valdsondavi@gmail.com.*

*2 Universidade Estadual da Paraíba; ailton\_diniz@hotmail.com*

*3 Universidade Estadual da Paraíba; christiannetorres12@hotmail.com.*

*4 Universidade Estadual da Paraíba; lijecson@hotmail.com.*

### **RESUMO**

A Matemática é vista pelos alunos como uma disciplina difícil, tornando-se isso um fator de desinteresse, uma vez que os mesmos acabam apresentando dificuldades das mais diversas naturezas na sua compreensão e, conseqüentemente, não entendendo os conteúdos. Uma das maneiras, do ponto de vista metodológico, de minimizar a relação de desafeto dos alunos em relação a essa disciplina é a inserção de jogos matemáticos na perspectiva de atividades de Laboratório de Matemática. Este artigo tem como objetivo refletir sobre esse tipo de atividade e apresentar uma seqüência didática, utilizando um jogo matemático, no ensino da Análise Combinatória e Probabilidade, viabilizado por um Laboratório de Matemática, visando à majoração da qualidade do ensino nas escolas, que devem dispor aos seus alunos de mecanismos que ampliem sua concepção de mundo e aperfeiçoem seu intelecto para a aprendizagem das disciplinas curriculares. Assim sendo, o presente estudo defende que um Laboratório de Matemática não é um recurso pedagógico acessório, mas sim um viés primordial a ser utilizado nas escolas contemporâneas que buscam a excelência no seu ensino. Ademais, o uso do Laboratório de Matemática também pode ser utilizado como um recurso de formação e renovação da didática dos professores de Matemática. Esse recurso traz consigo uma enorme gama de possibilidades incalculáveis para ampliar e majorar o nível de compreensão dos alunos acerca da Matemática. Diante do exposto, pretende-se ratificar a relevância desse recurso, a fim de que os atores que agem na escola percebam esse ambiente como um investimento essencial para o ensino de Matemática. Este estudo pretende demonstrar que esse recurso pedagógico pode ser um elemento para incentivar os alunos a frequentarem mais as aulas, bem como ser um meio para fazer com que eles se interessem mais pela disciplina. Apresentamos o jogo “Combinando Triângulos” para ser explorado ao término dos conteúdos de Análise Combinatória e Probabilidade como uma forma de fixar e revisar esses conteúdos. Destina-se a um público alvo de alunos do Ensino Médio. O jogo é composto por peças triangulares de mesmo tamanho, nas cores: azul, verde, amarela e bege; uma urna e também por 10 cartas contendo desafios com pontuações que variam de 1 a 10 pontos. Ao término da disciplina “Laboratório de Matemática na Formação de professores”, disciplina integrante do PPGECM/UEPB, apresentamos o jogo a todos os alunos da disciplina. Essas atividades desenvolvidas no Laboratório de Matemática ajudaram a promover o desenvolvimento das relações interpessoais e habilidades sociais dos alunos, devido a sua maior participação na dinâmica da aula e compartilhamento de informações entre eles. Com o desenvolvimento do jogo, percebemos que a utilização de Materiais Manipuláveis em sala de aula favorece o alcance de uma melhor aprendizagem. Portanto, a Matemática deve ser ensinada de modo a levar o aluno a resolver situações-problema do seu cotidiano e torná-lo um cidadão crítico e ativo na sociedade. Ao término deste

trabalho observamos que o uso do jogo “Combinando Triângulos” contribuiu para motivar a aprendizagem da Matemática e facilitar a compreensão dos conteúdos envolvidos.

**Palavras-chave:** Jogos, Análise Combinatória, Probabilidade, Educação Matemática.



## INTRODUÇÃO

A Matemática é vista pelos alunos, na maioria das vezes, como uma disciplina difícil, tornando-se isso um fator de desinteresse dos alunos, uma vez que os mesmos acabam apresentando dificuldades das mais diversas naturezas na sua compreensão e, conseqüentemente, não entendendo os conteúdos. Uma das maneiras, do ponto de vista metodológico, de minimizar a relação de desafeto dos alunos em relação a essa disciplina é a inserção de jogos matemáticos na perspectiva de atividades de Laboratório de Matemática.

Este artigo tem como objetivo refletir sobre esse tipo de atividade e apresentar uma seqüência didática, utilizando um jogo matemático, no ensino da Análise Combinatória e Probabilidade, viabilizado por um Laboratório de Matemática, visando à majoração da qualidade do ensino nas escolas, sejam elas de ensino público ou privado. Independentemente da esfera, todas as escolas devem dispor aos seus alunos de mecanismos que ampliem sua concepção de mundo e aperfeiçoem seu intelecto para a aprendizagem das disciplinas curriculares. Assim sendo, o presente estudo defende que um Laboratório de Matemática não é um recurso pedagógico acessório, mas sim um viés primordial a ser utilizado nas escolas contemporâneas que buscam a excelência no seu ensino.

Na atualidade, muitos professores têm procurado utilizar formas diferenciadas para possibilitar o processo de ensino e aprendizagem durante as suas aulas. Assim sendo, um recurso didático e muito atual que vem gerando resultados consideráveis diz respeito aos Laboratórios de Matemática. Nesse ambiente, há a possibilidade de que o aluno coloque em prática tudo que aprendeu na teoria, aprimorando o conhecimento e facilitando a sistemática de aprendizagem na disciplina, além de torná-lo um processo muito mais agradável e significativo. “Outra grande vantagem da contribuição de um Laboratório de Matemática nas escolas consiste no fato de que as atividades desenvolvidas nesse ambiente ajudavam a majorar a atenção dos alunos para os assuntos a serem lecionados” (ANTONIO; ANDRADE, 2011).

O Laboratório de Matemática não é tido como uma porção mágica que sanará todas as vicissitudes da aprendizagem da disciplina, nem se presta como uma estratégia para ser usada em todos os conteúdos nem em todos os momentos. Dessa maneira, cada professor deverá planejar a sua aula de acordo com a necessidade de se utilizar ou não os materiais e instrumentos disponíveis no referido espaço. Ademais, o uso do Laboratório de Matemática também pode ser utilizado como um recurso de formação e renovação da didática dos professores de Matemática.



Assim, o desafio de aprender a Matemática torna-se mais divertido e motivado quando os alunos são convidados a aprenderem a partir de uma maior interação, o que pode permitir que eles vislumbrem ensinamentos que estão depreendendo. Em termos gerais, as atividades desenvolvidas em um Laboratório de Matemática podem partir de conhecimentos já adquiridos em salas de aula, viabilizando que os alunos construam novos conhecimentos e desenvolvam sua própria linha de raciocínio. O Laboratório de Matemática é capaz de contribuir para a construção de conceitos, procedimento e habilidades matemáticas, além de propiciar a persecução de relações, propriedades e regularidades, desenvolvendo o senso investigativo do alunado (SILVA; SILVA, 2004). Logo, pode-se esperar uma maior receptividade por parte dos alunos para as aulas de matemática, minorando as faltas e aumentando o rendimento na disciplina.

Todos os mecanismos pedagógicos que se demonstrarem úteis para melhorar o ensino nas escolas devem ser aplicados e utilizados pelos professores em suas respectivas disciplinas. No que diz respeito ao Laboratório de Educação Matemática (LEM), essa ferramenta traz consigo uma enorme gama de possibilidades incalculáveis para ampliar e majorar o nível de compreensão dos alunos acerca da Matemática. Diante do exposto, pretende-se ratificar a relevância desse recurso, a fim de que os atores que agem na escola percebam esse ambiente como um investimento essencial para o ensino de Matemática.

Uma vez que muitos professores ainda resistem a ensinar utilizando Materiais Manipuláveis, ou outras metodologias inovadoras e limitam-se às práticas tradicionais, ensinando assuntos abstratos empregando unicamente o quadro-branco e o lápis, devemos ir de encontro a essas atitudes e buscarmos metodologias que nos auxiliem e melhorem nossa prática de ensino. Conforme Lorenzato (2006, p.6):

[...] para aqueles que possuem uma visão atualizada de educação matemática, o laboratório de ensino é uma grata alternativa metodológica porque, mais do que nunca, o ensino da matemática se apresenta com necessidades especiais e o LEM pode e deve prover a escola para atender essas necessidades.

Entretanto, podemos depreender que a Matemática tem como uma de suas características a possibilidade muito grande de aplicações nos mais diversos ramos do conhecimento. Logo, entendemos que o Laboratório de Matemática poderá concretizar e estender os meios de interdisciplinaridade com outras disciplinas, podendo vir a ser utilizado por outros professores de outras disciplinas de forma conjunta e complementar. Ademais, o presente estudo pretende demonstrar que esse recurso pedagógico pode ser um elemento para incentivar os alunos a



frequentarem mais as aulas, bem como ser um meio para fazer com que eles se interessem mais pela disciplina.

Então, o que viria a ser um LEM? Existem vários conceitos, alguns até equivocados que associam o LEM a apenas um depósito para guardar livros, materiais manipuláveis, filmes, matérias-primas e instrumentos para confeccionar Materiais Didáticos. No entanto, é muito mais do que simplesmente isso. Em consonância com Lorenzato, para ampliarmos a concepção de LEM, temos:

[...] ele é um local da escola reservado preferencialmente não só para aulas regulares de matemática, mas também para tirar dúvidas de alunos; para os professores de matemática planejarem suas atividades, sejam elas aulas, exposições, olimpíadas, avaliações, entre outras, discutirem seus projetos, tendências e inovações; um local para criação e desenvolvimento de atividades experimentais, inclusive de produção de materiais instrucionais que possam facilitar o aprimoramento da prática pedagógica (LORENZATO, 2006, p.6).

Sendo assim, o LEM não se limita a um simples depósito de materiais ou sala de aula de matemática, consiste em um espaço da escola em que os professores tornam a matemática mais acessível aos alunos, um local dedicado a momentos de desafios e descobertas com situações preparada pelo professor, tornando assim seu trabalho mais gratificante e compreensível e motivador para o aluno:

[...] o LEM, nessa concepção, é uma sala-ambiente para estruturar, organizar, planejar e fazer acontecer o pensar matemático, é um espaço para facilitar, tanto ao aluno como ao professor, questionar, conjecturar, procurar, experimentar, analisar e concluir, enfim, aprender e principalmente aprender a aprender (LORENZATO 2006, p.7).

Portanto, o estudo a que esse trabalho se propõe a desempenhar está disseminado em várias vertentes que envolvem dadas peculiaridades do Ensino Médio e Fundamental, cujo objetivo é majorar o interesse dos alunos pela Matemática, bem como expandir sua capacidade lógica interpretativa numérica. Por outro lado, todo processo de ensino desempenhado dentro desses laboratórios excederá as paredes desse ambiente, visto que sua aplicabilidade prática pode ser capaz de buscar elementos externos a esse espaço e que também servem como um viés de ensino. Assim sendo, entendemos que, diante do copioso conteúdo que envolve a essência do tema proposto, o presente artigo traz uma importante contribuição ao mundo acadêmico, bem como dá uma noção valorativa do usufruto desse recurso de ensino nas escolas.

## **METODOLOGIA**



Apresentamos a seguir um jogo para qual denominamos “*Combinando Triângulos*” para ser explorado ao término dos conteúdos de Análise Combinatória e Probabilidade como uma forma de fixar e revisar por parte dos alunos esses conteúdos.

Compreendemos que os jogos também são um caminho para o educador desenvolver aulas mais interessantes, descontraídas e dinâmicas, despertando ou estimulando o aluno no envolvimento de atividades em sala de aula, e ao mesmo tempo, possibilitando que, ao passo que ele se divirta, também aprenda ou revise o conteúdo. De acordo com Rêgo e Rêgo (2006), nas dinâmicas realizadas nesse ambiente, o aluno é desafiado a buscar a reflexão diante dos conceitos que lhe são apresentados.

Assim, esse jogo destina-se a um público alvo de alunos do Ensino Médio e os conteúdos envolvidos são: Análise combinatória e Probabilidade.

O jogo é composto por peças triangulares de mesmo tamanho, nas cores: azul, verde, amarela e bege; uma urna e também por 10 cartas contendo desafios com pontuações que variam de 1 a 10 pontos (Figuras 1 e 2):



Figura 1: Apresentação do Material a ser utilizado no jogo.  
Fonte: Autoria própria

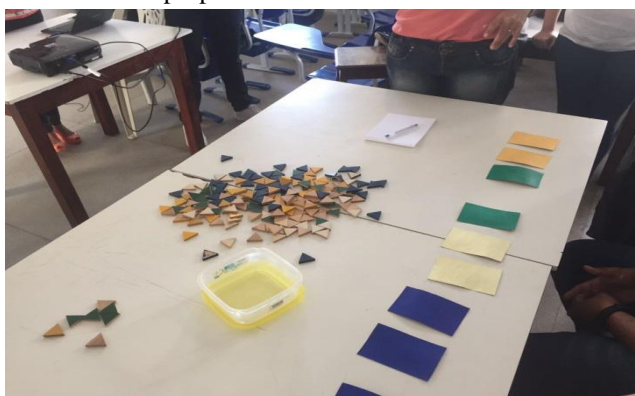


Figura 2: Apresentação do Material a ser utilizado no jogo.  
Fonte: Autoria própria



### Regras do jogo:

1. Dividir a turma em equipes de 3 ou 4 alunos;
2. Cada equipe escolhe uma carta por vez e decide quem vai solucionar o desafio: se a equipe que retirou a carta ou uma das equipes adversárias, utilizando as peças triangulares;
3. Cada equipe terá 2 minutos para solucionar o desafio;
4. Vence a equipe que acumular a maior quantidade de pontos.

### Desafios:

- 1- Se dispomos de  $n$  cores distintas, de quantos modos distintos podemos montar uma figura com 4 peças em que a soma dos ângulos internos seja  $180^\circ$  e que cada peça tenha uma cor diferente das demais adjacentes a ela?  
Pontuação: 8 pontos
- 2- De quantos modos distintos podemos montar uma figura com 4 peças em que a soma dos ângulos internos seja  $180^\circ$  e que cada peça tenha uma cor diferente das demais adjacentes a ela?  
Pontuação: 5 pontos
- 3- Colocando 4 peças de cores distintas em uma urna, qual a probabilidade de sair uma peça de cor azul sem reposição?  
Pontuação: 7 pontos
- 4- Colocando 4 peças de cores distintas em uma urna, qual a probabilidade de sair uma peça de cor azul com reposição?  
Pontuação: 6 pontos
- 5- Quantas possibilidades temos de formar figuras com 2 triângulos de cores diferentes (Azul, verde, amarelo e bege)?  
Pontuação: 3 pontos
- 6- Utilizando as cores verde, azul e amarela, quantos trapézios de cores diferentes com 3 peças podemos formar?  
Pontuação: 4 pontos
- 7- Num grupo de 25 pessoas, 5 gostam dos triângulos azuis e verdes, 10 gostam apenas dos triângulos verdes, 7 gostam apenas dos triângulos azuis. Qual a probabilidade de, ao apontar ao acaso uma dessas pessoas, ela gostar dos triângulos verdes?  
Pontuação: 9 pontos



8- Num grupo de 25 pessoas, 5 gostam dos triângulos azuis e verdes, 10 gostam apenas dos triângulos verdes, 7 gostam apenas dos triângulos azuis. Qual a probabilidade de, ao apontar ao acaso uma dessas pessoas, ela não gostar de nenhum desses triângulos?

Pontuação: 10 pontos

9- Monte uma situação-problema em que a probabilidade é zero.

Pontuação: 2 pontos

10- Monte uma situação-problema em que a probabilidade é um, ou seja, 100%.

Pontuação: 1 pontos

### Respostas:

1-  $n \cdot (n-1)^3$

2-  $4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 108$

3-  $P = 1/24$

4-  $P = 1/256$

5-  $P = 4 \cdot 3 = 12$

6- 6 trapézios

7- 60%

8- 12%

9- Resposta pessoal

10- Resposta pessoal

Com isso, além de propiciar a revisão dos conteúdos de Análise Combinatória e Probabilidade, e a dinamização da aula, a utilização desse jogo requer do aluno a retomada de algumas noções de Geometria Plana e viabiliza uma maior interação entre alunos. O Laboratório de Matemática atua, nesse sentido, como um espaço de interação e construção coletiva de saberes matemáticos apreendidos durante um processo de aprendizagem contínuo.

### RESULTADOS E DISCUSSÕES

Entendemos que o Laboratório de Matemática caracteriza-se por garantir uma maior praticidade e dinamicidade à obtenção dos conhecimentos. Nesse espaço, os alunos podem utilizar materiais especiais e práticos, promovendo atividades criativas. Além disso, a linguagem matemática é interpretada de outra maneira, a fim de que a utilização lógica dos números seja mais fácil e amplamente entendida.





Ao término da disciplina *Laboratório de Matemática na Formação de professores*, disciplina integrante do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Educação Matemática, UEPB, apresentamos a todos os alunos da disciplina o jogo “*Combinando Triângulos*” no ensino da Análise Combinatória e Probabilidade.

Separamos a turma em 4 equipes com 3 ou 4 alunos em cada equipe. Apresentamos o jogo, normas, pontuação e iniciamos as atividades com um sorteio para que uma das equipes iniciassem escolhendo um dos desafios propostos e seguissemos de acordo com as regras do jogo. A equipe que iniciou, escolheu uma carta contendo um desafio e optou por desafiar uma das equipes oponentes, que acabou ganhando a pontuação já que seus oponentes não conseguiram solucionar o desafio dentro do tempo permitido. E assim as equipes foram solucionando os desafios propostos e desafiando seus adversários até obtermos uma equipe campeã, equipe essa que totalizou a maior quantidade de pontos.

Essas atividades desenvolvidas no Laboratório de Matemática ajudaram a promover o desenvolvimento das relações interpessoais e habilidades sociais dos alunos, devido a sua maior participação na dinâmica da aula e compartilhamento de informações entre eles. De fato, como afirmam Rêgo e Rêgo (2006), nas dinâmicas realizadas nesse ambiente, o aluno é desafiado a buscar a reflexão diante dos conceitos que lhe são apresentados.

Considerando o universo de conteúdos da área, o de Análise Combinatória e Probabilidade, inseridos nos Parâmetros Curriculares Nacionais, são de grande relevância no cotidiano das pessoas. Com o desenvolvimento de métodos de contagem, raciocínio lógico matemático, entre outros, os alunos desenvolvem diversas habilidades para a resolução de problemas.

Segundo os Parâmetros Curriculares do Ensino Médio:

[...] o aprendizado deve contribuir não só para o conhecimento técnico, mas também para uma cultura mais ampla, desenvolvendo meios para a interpretação de fatos naturais, a compreensão de procedimentos e equipamentos do cotidiano social e profissional, assim como para a articulação de uma visão do mundo natural e social (PCNEM, 1998, p.7).

Com o desenvolvimento do jogo, percebemos que a utilização de Materiais Manipuláveis em sala de aula favorece o alcance de uma melhor aprendizagem. Portanto, a Matemática deve ser ensinada de modo a levar o aluno a resolver situações-problema do seu cotidiano e torná-lo um cidadão crítico e ativo na sociedade.

## **CONCLUSÕES**



Ao tratarmos dos conteúdos de Análise Combinatória e Probabilidade, compreendemos a necessidade de uma proposta de trabalho que leve o aluno a entender que existem muitos acontecimentos do cotidiano que são de natureza aleatória e que ele possa identificar possíveis resultados desses acontecimentos e até estimar o grau da possibilidade acerca do resultado de um deles.

Ao término deste trabalho, consideramos relevantes as abordagens feitas para conteúdos de Análise Combinatória e Probabilidade, mediante a utilização de um jogo. Observamos que o uso do jogo “*Combinando Triângulos*” contribuiu para motivar a aprendizagem da Matemática e facilitar a compreensão. Somos conscientes que nossa proposta não vem a sanar os problemas da educação, em particular, da Matemática direcionada aos conteúdos de Análise Combinatória e Probabilidade.

Todavia, a execução dessa proposta, fez-nos compreender que é necessário que o professor da disciplina de Matemática trabalhe esses conteúdos, explorando situações do cotidiano, utilizando questões contextualizadas voltadas à realidade do aluno e empregando jogos e experimentos para chamar mais a atenção e despertar o interesse dos alunos, desprendendo-se do ensino pautado em fórmulas e definições, num espaço formal, muitas vezes desestimulante.

Compreendemos que ao recorrer a atividades no Laboratório de Matemática, sejam por meio de Jogos ou Materiais Manipuláveis, o professor não estará apenas cumprindo documentos que regem o ensino, mas adequando sua prática às necessidades do aluno contemporâneo, que precisa ser competente para interpretar questões que requerem mais do que fórmulas prontas, necessitam da associação de conteúdos apreendidos em diversas situações de aprendizagem, em diferentes fases da sua aprendizagem.

## REFERÊNCIAS

ANTONIO, Fátima de Carvalho; ANDRADE, Susimeire Vivien Rosotti de. **A Importância do Laboratório de Ensino Aprendizagem de Matemática.** In: XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática, 26, 2011, Recife. Anais... XIII CIAEM-IACME. 6p.

BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio**, Ministério da Educação, Brasília, 1998.

**IMPORTÂNCIA de um laboratório de matemática.** Brink Mobil Tecnologia Educacional. 2015. Disponível em: <<http://www.brinkmobil.com.br/sala-de-imprensa/33/a-importancia-de-um-laboratorio-de-matematica/>>. Acesso em: 15 fev. 2016.

LORENZATO, Sérgio (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores.** Campinas, SP: Autores Associados, 2006. Coleção Formação de Professores.

RÊGO, Rômulo Marinho do; & RÊGO, Rogéria Gaudêncio do. **Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática.** In: O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores. Campinas: Autores Associados, 2006. Coleção Formação de Professores.

SILVA, Raquel Correia da; SILVA, José Roberto da. **O Papel do Laboratório no Ensino da Matemática.** In: VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, Recife, 2004. Anais... UFPE. 12p.