

## A CONSTRUÇÃO DO PARALELEPÍPEDO UTILIZANDO ORIGAMI COMO FERRAMENTA NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Leocides Gomes da Silva<sup>1</sup>; Otávio Paulino Lavor<sup>2</sup>; Glaydson Francisco Barros de Oliveira<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Universidade do Estado do Rio Grande do Norte, email: [leocids@hotmail.com](mailto:leocids@hotmail.com);

<sup>2</sup> Universidade Federal Rural do Semi - Árido, email: [otavio.lavor@ufersa.edu.br](mailto:otavio.lavor@ufersa.edu.br);

<sup>3</sup> Universidade Federal Rural do Semi - Árido, email: [glaydson.barros@ufersa.edu.br](mailto:glaydson.barros@ufersa.edu.br)

### RESUMO

As dificuldades relacionadas ao processo de ensino e aprendizagem da matemática no ensino básico despertam o interesse por estratégias que motivem a participação dos agentes deste processo. Como ferramenta colaborativa ao ensino da matemática, discute-se acerca da utilização de materiais manipuláveis como ferramenta auxiliar no ensino de alguns conteúdos da matemática, sendo estes objetos prontos ou situações didáticas que envolvem atividades utilizando dobraduras. Neste contexto, considerando que o ensino de geometria tem sido um desafio para a maioria dos professores de matemática e para seus alunos, introduz-se como elemento motivador a construção de sólidos por meio de Origami. Diante disso, o objetivo deste trabalho é apresentar os caminhos para se ensinar geometria espacial, a partir da construção do paralelepípedo com origami. De modo mais específico, apresenta-se passos que norteiam a construção dos módulos das faces do paralelepípedo. Além disso, é utilizado o software Geogebra através de construções em 2D e 3D, que somado a construção do Origami torna-se um instrumento de apoio na realização das construções do paralelepípedo contribuindo para solucionar barreiras enfrentadas no ensino da matemática.

Palavras-chave: Geometria Espacial, Ensino da Matemática, Origami, Paralelepípedo.

### INTRODUÇÃO

Ao longo dos anos, pode-se perceber um grande crescimento em pesquisas relacionadas ao estudo dos processos de ensino e aprendizagem da matemática. Tal fato, emergem das grandes dificuldades encontradas ao se ensinar nos dias atuais, uma vez que, os alunos não conseguem aprender de maneira efetiva os conteúdos trabalhados em sala de aula.

Ao refletirmos sobre as dificuldades no ensino da matemática, enfatiza-se que em alguns conhecimentos como Geometria, os alunos apresentam muitas dificuldades em sua compreensão, e que em muitos casos, encerra-se o ano letivo e os conteúdos de geometria presente no livro didático não é trabalhado em sala de aula.

Surge assim, a necessidade de buscar metodologias que possam aproximar os conteúdos matemáticos, articulando os seus modelos (fórmulas), sua relação com o mundo e os objetos que nele podemos identificar.

Ainda, os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs (1997, p.57) enfatiza que:

“O trabalho com noções geométricas contribui para aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar

regularidades e vice-versa. Além disso, se esse trabalho for feito a partir de exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, ele permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento”.

Nessa perspectiva, podemos encontrar na literatura inúmeros trabalhos que apresentam as mais variadas maneiras de desenvolver o ensino de alguns conteúdos da matemática, a partir da utilização de objetos manipuláveis, associando conhecimento teórico ao objeto e dentre as mais variadas formas de produzir tal associação está a utilização de dobraduras de papel, também denominada de Origami.

Segundo Lang (2003), muito do encanto que o Origami nos possibilita está em sua simplicidade, ao se utilizar geralmente de um quadrado de papel e transformá-lo por meio de dobraduras manuais, dispensando a utilização de cortes e colagens, e obtendo o objeto desejado.

Quanto, a utilização do origami como recurso metodológico nas aulas de geometria, ressaltamos Almeida, Lopes e Silva (2000, p.2), uma vez que para os autores.

A dobradura de papel é uma das possibilidades de se fazer experiências exploratórias. Além de permitir a manipulação das formas, o indivíduo ao executar as dobras vai participando ativamente da formação do modelo, podendo constatar através de movimentos das dobras elementos e propriedades destas que são de grande utilidade para o uso a geometria.

Dessa forma, este trabalho busca ressaltar a importância e as contribuições da utilização das técnicas de Origami no ensino da Geometria. Além do mais, apresentarmos de uma maneira bem simples, como podemos utilizar o Origami para confeccionar o paralelepípedo, através da elaboração de módulos das suas faces utilizando dobradura.

No decorrer das aulas, ao se utilizar a técnica de Origami pode-se estabelecer muitas relações como conhecimentos da matemática. Ao ensinar geometria, utilizando dobraduras pode-se trabalhar na identificação das formas geométricas, figuras planas e espaciais, frações, igualdades, equivalências, semelhanças, simetrias, cálculo de áreas e volume, entre outros.

## **ORIGAMI NO ENSINO DA GEOMETRIA**

O Origami tem origem japonesa, formada pela junção das palavras *ori* (dobrar) e *kami* (papel), significando “dobrar papel”. Quando falamos em Origami, imediatamente associamos a relação com a construção de animais, flores, enfeites, dentre outros objetos. Para isso, utilizamos

apenas régua e papel, aplicando no papel uma sequência de dobraduras, que ao final de todos os passos realizados obtém-se a figura desejada.

Muitas das construções realizadas com origami são figuras planas, porém, existe também uma grande quantidade de objetos tridimensionais. Tais objetos, são construídos a partir da utilização de uma certa quantidade de figuras planas, que ao serem encaixadas uma na outra, darão origem a estes objetos. Um exemplo bem simples para esta situação, está relacionada com a construção dos Poliedros de Platão<sup>1</sup>, que são formadas a partir de encaixe de pequenos módulos simétricos entre si.

Logo, por esta íntima relação do origami com os conceitos de geometria, segundo Carneiro e Spira (2015, p.5), “o uso de dobraduras no ensino de geometria está tornando-se cada vez mais reconhecido como um instrumento pedagógico interessante e muitas vezes eficaz, tanto pelo seu caráter lúdico quanto pela sensação de descoberta que muitas vezes provoca”.

Quando se trabalha com dobraduras, pode-se explorar vários conceitos geométricos presentes em cada um dos passos realizados. Identifica-se conceitos básicos como ângulos, planos, diagonais, triângulos, quadrados, retângulos, losango, trapézio, vértices, paralelismo, semelhança de figuras, noções de proporcionalidade, frações, progressões aritméticas e geométricas, entre outros, são profundamente demonstradas nesta prática.

De acordo com Rancan (2011, p.8)

O trabalho com Geometria possibilita o desenvolvimento de competências como as de experimentar, representar e argumentar além de instigar a imaginação e a criatividade. Ao repensar a prática pedagógica de Geometria, o Origami surge, nessa perspectiva, como um instrumento instigante para a revitalização dessa prática.

A construção e a utilização de origamis, se constituem como importante ferramenta para ser trabalhada no ensino da Geometria, uma vez que a manipulação desses objetos permite a confecção dos modelos mentais dos diversos elementos geométricos. Nessa perspectiva, Morosini e Wrobel (2014, p. 34) aponta que “o uso do Origami no ensino da Geometria pode ajudar no desenvolvimento cognitivo, facilitando a aprendizagem e a compreensão da Matemática através da manipulação de um simples pedaço de papel, material de fácil acesso”.

Na mesma perspectiva, Ribeiro (2010, p.78) aponta que,

---

<sup>1</sup> Os Poliedros de Platão são cinco (cubo, icosaedro, tetraedro, octaedro e o dodecaedro).

No origami, enquanto as mãos se movimentam ativam os dois lados do cérebro. A zona do tato, motora e visual está em atividade e os sentimentos são de satisfação, orgulho e alegria ao completar uma dobradura. Outros benefícios do origami são o desenvolvimento da inteligência espacial, atenção, paciência, memória e imaginação.

De acordo com Rego, Rego e Gaudêncio (2004, p. 18):

O Origami pode representar para o processo de ensino/aprendizagem de Matemática um importante recurso metodológico, através do qual os alunos ampliarão os seus conhecimentos geométricos formais, adquiridos inicialmente de maneira informal por meio da observação do mundo, de objetos e formas que os cercam. Com uma atividade manual que integra, dentre outros campos do conhecimento, Geometria e Arte.

No decorrer da realização das dobraduras no papel, o origami possibilita a construção, manipulação, visualização e a representação de propriedades geométricas, podendo ser utilizadas como um recurso para o estudo das propriedades geométricas, das figuras planas e espaciais. Como destaca Tomoko Fuse (1990), todo origami começa quando pomos as mãos em movimento, existindo uma grande diferença entre conhecer alguma coisa através da mente e conhecer a mesma coisa através do tato.

## **CONSTRUINDO MATEMÁTICA COM ORIGAMI**

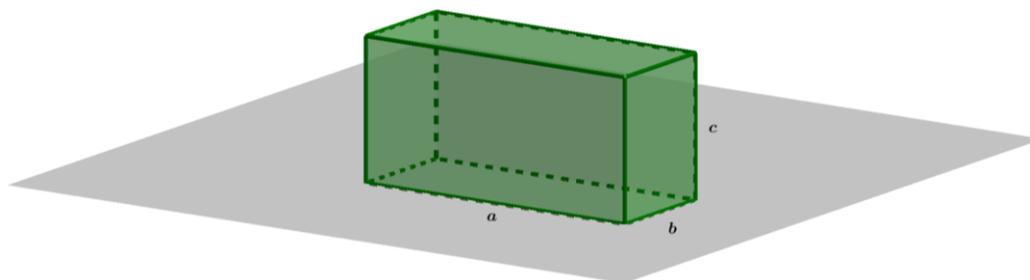
O que se propõe aqui, é apresentar de uma maneira simples, como as dobraduras para a construção de um paralelepípedo podem ser utilizadas. Vale destacar que na literatura, encontra-se apenas os passos que orientam a construção dos módulos para confecção do cubo.

Destaca-se, que a sequência dos passos de construções, foram idealizados, a partir da observação, análise, experimentação e adaptação da técnica de dobraduras de módulos simples, utilizada para a construção do cubo. Além do mais, será utilizado como instrumento colaborativo a este trabalho, o Software geogebra em sua janela de trabalho 2D e 3D, onde algumas etapas da construção serão apresentadas a partir da construção com o programa.

### **Orientações para a construção dos módulos das faces do Paralelepípedo**

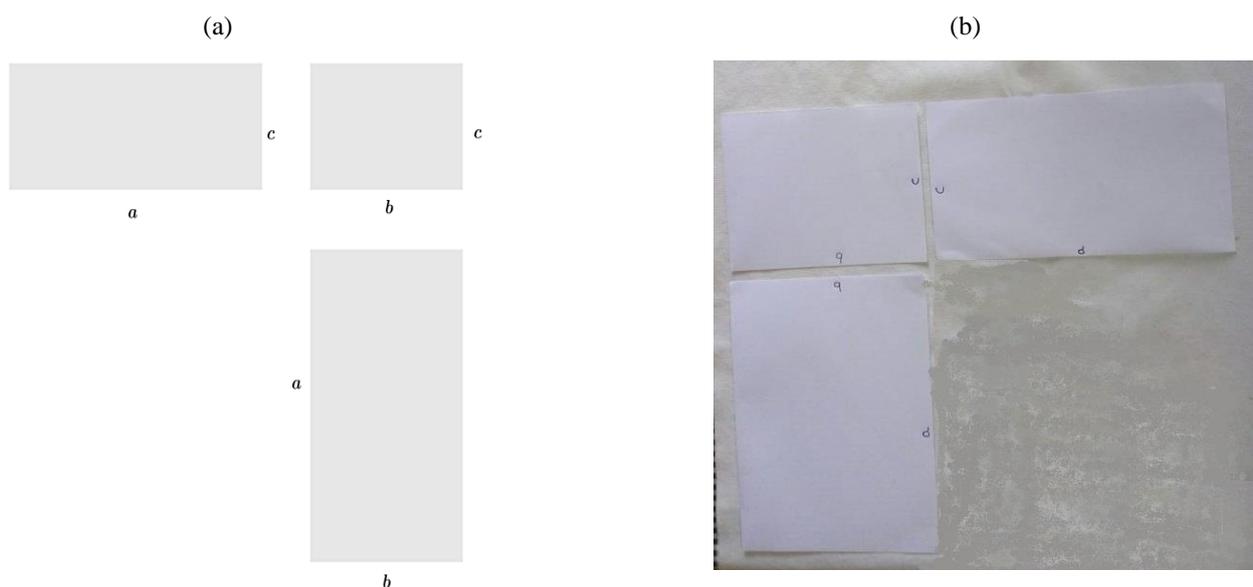
Para início de trabalho, serão necessários uma régua e 3 folhas de papel ofício A4. Com cada uma das 3 folhas dobra-se ao meio e utilizando uma régua parte a folha em dois pedaços. O

objetivo final é conseguir confeccionar a partir desses papéis módulos que ao serem encaixados, deem origem a um paralelepípedo, conforme a figura abaixo.



**Figura<sup>2</sup> 1.** Representação de um paralelepípedo de medidas a,b e c

Inicialmente precisamos realizar alguns ajustes em nossas folhas, para isso podemos utilizar a régua para realizar os cortes. O importante é que para cada pedaço ilustrado na figura abaixo, tenhamos dois pedaços, que estabeleça tais relações de medida de comprimento e largura, conforme segue.



**Figura 2.** Formato do papel que devemos utilizar. (a) Modelo construído no geogebra 2D. (b) Modelo construído a partir de folha de ofício A4.

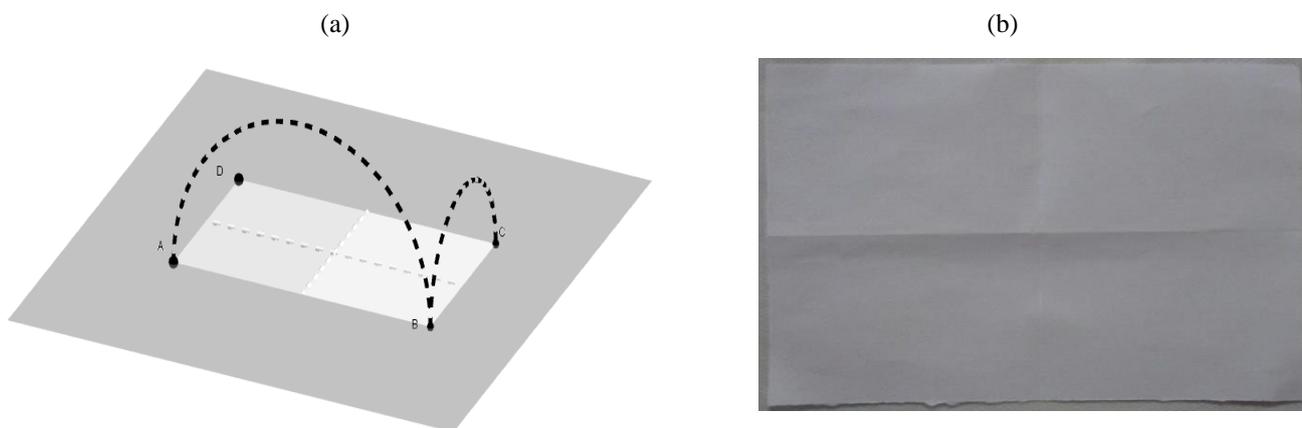
### Passo 1.

<sup>2</sup> Construída na janela de trabalho do geogebra 3D.



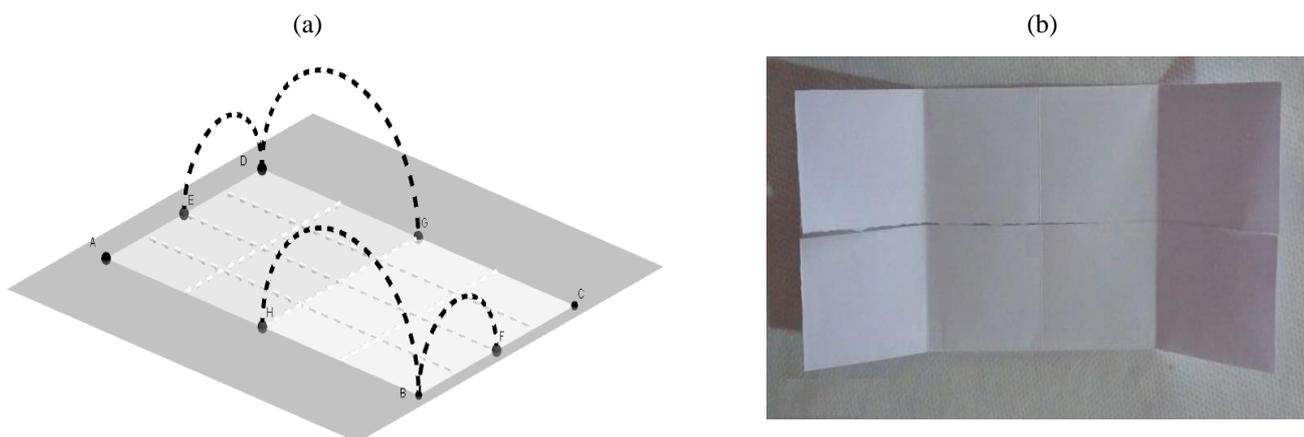
**Figura 3.** Folha retangular a ser utilizada. (a) Modelo construído no geogebra 2D. (b) Modelo retangular construído conforme **Figura 2.** (b).

**Passo 2.**



**Figura 4.** Sequência das dobraduras. (a) dobra-se o papel ao meio nos seguintes sentidos do papel. Sentido do lado BC ao lado AD e no sentido do lado AB ao lado CD. (b) Resultado da sequência de dobraduras realizadas.

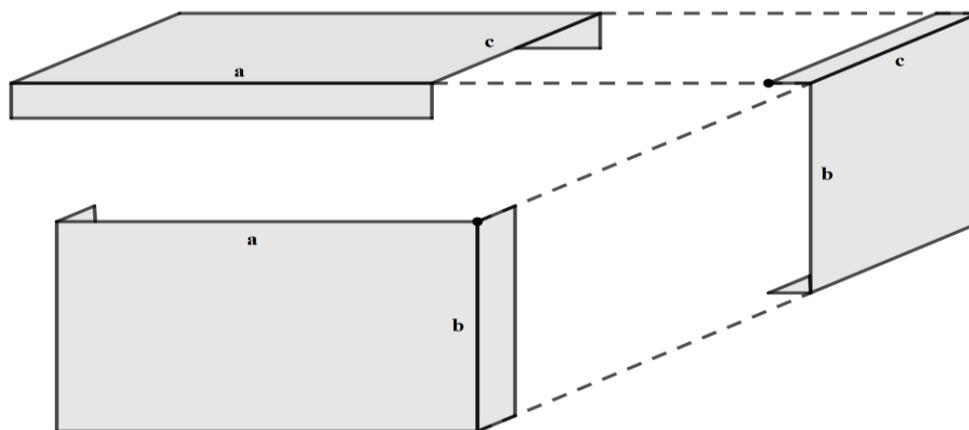
**Passo 3:**



**Figura 5.** Sequências de dobraduras. (a). Dobra-se o papel ao meio nos seguintes sentidos do papel. Lado BC em direção ao lado HG e lado AD em direção ao lado HG. Depois dobra sentido do lado AB ao lado EF e no sentido do lado CD ao lado EF. (b). Módulo construído após a realização das dobraduras descritas em (a).

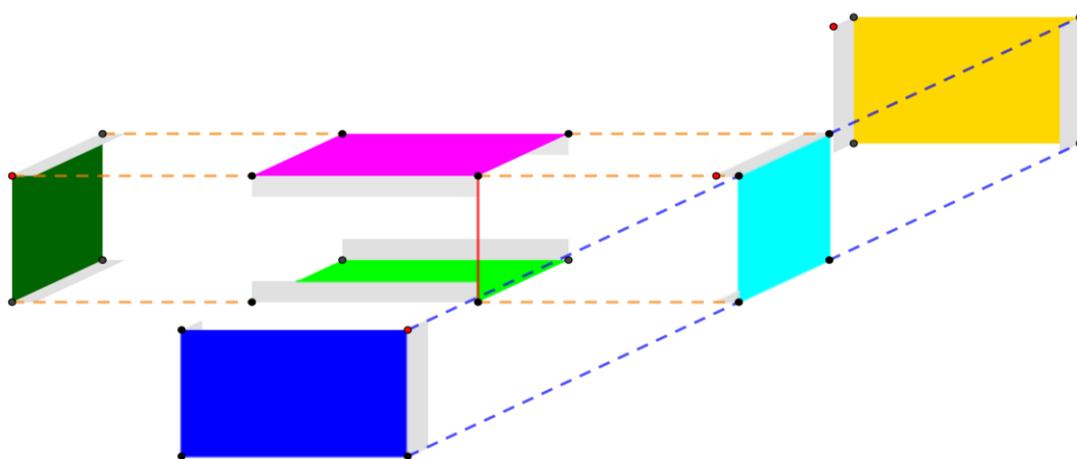


Com a realização das seis dobraduras, devemos ter pares de papéis cujo resultado final seja igual a **Figura 5. (b)** no passo 3. Deve-se apenas mudar em qual dos lados será utilizada como aba para encaixe. Utilizando o geogebra 3D, apresentamos os 3 tipos de faces que devemos produzir para utilizar na montagem, lembrando que devemos ter duas faces simétricas entre si, ou seja apresentam as mesmas características, e nesse caso o mesmo formato de dobradura.



**Figura 6.** Estrutura dos módulos que devem formados para a construção do paralelepípedo.

Logo, a partir dos módulos construídos, podemos utilizar a seguinte sequência de construção. Utilizamos a construção no geogebra 3D para ilustrar os caminhos que devemos seguir.



**Figura 7:** Orientação de como cada módulo deve ser encaixado.

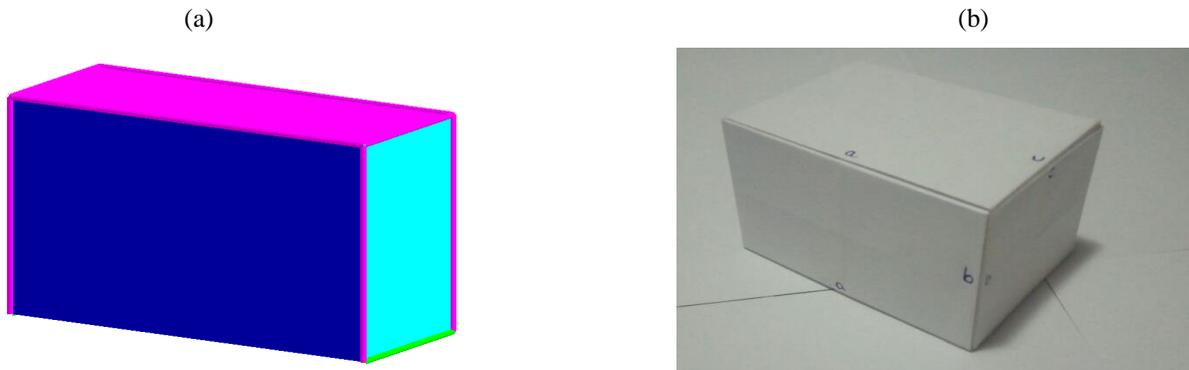
Considerando a ilustração da **Figura 7**, sugere-se a seguintes sequência para realizar a montagem do paralelepípedo, ressaltando que as cores de cada face acima servirão para orientar a nossa construção.

I- Coloca-se um módulo na posição do módulo na cor “verde claro”.

II- Pegar os módulos de cor “azul claro” e “verde escuro” e encaixar, conforme descreve o tracejado **laranja**.

III- Agora, com os módulos de cor “ azul escuro” e “laranja”, realizamos o mesmo processo de encaixe, seguindo a orientação do tracejado em **azul**.

IV- Por fim, pegar o módulo que sobrou, nesse caso o de face “rosa” e encaixar seguindo a orientação do tracejado **vermelho**.



**Figura 8.** Representação da montagem. (a) Paralelepípedo segundo orientação da **Figura 7**, e com auxílio do geogebra 3D. (b) Paralelepípedo construído a partir dos encaixes dos módulos confeccionados com papel.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante da necessidade de produzir meios que possibilitem uma melhor compreensão da matemática, acreditamos que ao utilizar de materiais manipuláveis, mais especificamente a técnica do Origami, podemos proporcionar aos nossos alunos a compreensão, construção, análise dos conhecimentos matemáticos que podem explorados, ao mesmo tempo em que se torna uma atividade prazerosa e divertida, no sentido de permitir ao aluno manipular o papel.

Além disso, em vista ao que foi apresentado anteriormente, percebe-se o quanto de conhecimentos matemáticos podemos estudar, demonstrar utilizando um simples pedaço de papel, aproximando propriedades, definições, teorema, com a realização de dobraduras. Ainda, conforme Carneiro e Spira (2015, p.5), quando utilizamos dobraduras, “a intenção é não apenas que o aluno siga as instruções e execute-as, mas que experimente e reflita e, sempre que possível, chegue às suas próprias conclusões verbalizando-as para os seus colegas”.

Dessa forma, esperamos que este trabalho venha contribuir de maneira significativa para que o origami seja ainda mais visto como uma importante ferramenta a utilizada em sala de aula, de modo a produzir uma melhor compreensão dos conhecimentos matemáticos, de modo que o professor adeque os conteúdos a serem estudados ao tipo de dobradura a ser realizada pelos alunos.

## REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, Iolanda Andrade Campos; LOPES, Rozana Façanha P.; SILVA, Elison Barbosa da. **O Origami como material exploratório para o ensino e a aprendizagem da geometria**. Disponível em: [www.angelfire.com/on2/modelagem/co2.html](http://www.angelfire.com/on2/modelagem/co2.html) .Acesso em 02/06/2017.
- BRASIL, Parâmetros curriculares Nacionais: Matemática – Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- CARNEIRO, Mario Jorge Dias; SPIRA, Michel. Oficina de Dobraduras. 1ª ed. Rio de Janeiro, IMPA, 2015.
- FUSE, Tomoko. **Unit Origami: Multidimensional Transformation**. Japan Publications. April, 1990.
- LANG. R. J. **Origami design secrets: mathematical methods for an ancient art**. Natick, MA: A. K. Peters, 2003.
- MOROSINI, Thais Helena Nakassima; WROBEL, Julia Schaeztle. **Poliedros Estrelados E Origami: Uma Experiência Na Formação De Professores**. Disponível em: <http://ojs.ifes.edu.br/index.php/saladeaula/article/viewFile/140/242> . Acesso em: 26/07/ 2017.
- RANCAN, G. **Origami e Tecnologia: investigando possibilidades para ensinar Geometria no ensino fundamental**. 2011. Dissertação de Mestrado - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011.
- RÊGO, R. G.; RÊGO, R. M; GAUDÊNCIO, S. **A geometria do Origami: atividades de ensino através de dobraduras**. João Pessoa: Editora Universitária/UFPB, 2004.
- RIBEIRO, R. Blog: **Origami: Arte e Aprendizagem. Origami e seus benefícios**; disponível em:[http://www.sbemgo.com.br/anais%20engem\\_2013/Relatos%20de%20Experi%C3%Aancia/re\\_04563410136.df](http://www.sbemgo.com.br/anais%20engem_2013/Relatos%20de%20Experi%C3%Aancia/re_04563410136.df). Acesso em: 02/08/2017.