

RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES QUADRÁTICAS COM O AUXÍLIO DO ESTUDO DE ÁREAS À LUZ DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Autor Anne Helen de Souza Figueirêdo; Orientador Cícero da Silva Pereira

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba

anneheleny@hotmail.com

Universidade Estadual da Paraíba

cspmat@gmail.com

RESUMO

Nossa pesquisa tem como tema o uso da História da Matemática como tendência a ser utilizada em sala de aula, objetivando a explanação do conteúdo Equações Quadráticas a partir de uma abordagem geométrica, visando a ruptura da dicotomia existente entre esses dois ramos da Matemática. Apresentamos nesse artigo um estudo sobre a História da Matemática de um modo geral, a História da Matemática como tendência, onde destacamos os argumentos favoráveis e desfavoráveis sobre o seu uso no ambiente escolar, além de apresentarmos algumas possibilidades de articulação dessa tendência com a disciplina de Matemática, a História das Equações Quadráticas e também sobre o ensino de Álgebra e Geometria com o auxílio de Materiais Didáticos Manipuláveis. Buscamos informações tidas até então desconhecidas a respeito das Equações Quadráticas, bem como desmitificar algumas versões difundidas equivocadamente, a exemplo da nomenclatura da fórmula de Bháskara. A escolha do tema se justifica por nossa inquietação a respeito da forma como nos foi ensinado a encontrar as raízes de uma equação quadrática qualquer, tal procedimento empobrece o significado daquilo que o enunciado está propondo, além de limitar a possibilidade de obtermos soluções criativas seguidas de estratégias que levam o discente a raciocinar, inferir, deduzir, construir e conferir seus resultados, diante disso, resgatamos uma das técnicas muito utilizada pelos gregos e árabes na antiguidade: O método de completar quadrados geometricamente, a fim de conseguirmos alcançar os objetivos citados anteriormente. Esse estudo caracteriza-se como pesquisa de campo e foi realizado em uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental II da Escola Estadual do Ensino Fundamental e Médio São Sebastião, localizada na cidade de Campina Grande – PB.

Palavras-chave: Equação quadrática, História da matemática, Abordagem geométrica.

RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES QUADRÁTICAS COM O AUXÍLIO DO ESTUDO DE ÁREAS À LUZ DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

INTRODUÇÃO

Você já parou para pensar porque temos que estudar equações quadráticas? Sabe para que serve? E a famosa “fórmula de Bháskara” tem esse nome por quê? Melhor dizendo, quem é Bháskara? Diante de outras possibilidades para solucionar um problema envolvendo equações quadráticas, por que será que os professores não ensinaram seus alunos a

solucionarem tais problemas usando outra técnica alternativa? Mas é possível?

Por não constatar o ensino de Equações Quadráticas relacionado com a álgebra e geometria, adotamos a linha de pesquisa História da Matemática (HM) como tendência para trabalhar essas duas áreas do conhecimento matemático, uma vez que a (HM) possui importantes contribuições para o desenvolvimento de ferramentas úteis à problemas de esferas que se estendem desde o campo da ciência até as práticas sociais da humanidade.

É pensando numa aula mais atraente que estimule o interesse do aluno, provoque curiosidade e convide-o ao aprendizado que elaboramos uma sequência didática com estratégias de resolução de equações quadráticas baseadas em métodos utilizados por algumas civilizações antigas, trabalhando álgebra com geometria e objetivando a aprendizagem significativa.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

1. HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Os conhecimentos que adquirimos ao longo de nossas experiências enquanto seres humanos estão diretamente relacionados com a nossa história de vida. Aprendemos diferentes saberes em diversas áreas do conhecimento o tempo todo. Não seria diferente no campo da matemática, todos os dias enfrentamos situações que exigem de nós algum entendimento sobre tempo, medidas, finanças entre outros exemplos.

Já afirma D'Ambrosio (2009, p. 26) que “naturalmente, em todas as culturas e em todos os tempos, o conhecimento, que é gerado pela necessidade de uma resposta a situações e problemas distintos, está subordinado a um contexto natural, social e cultural”.

Por essa razão, o ensino de matemática não deve estar dissociado do meio sociocultural como se fosse uma ciência isolada. É importante os alunos tomarem conhecimento que os elementos constituintes da matemática surgiram das necessidades presentes naquela época, que houveram vários erros, enganos, aproximações. Esses pontos são os mesmos pelos quais nossos alunos tendem a sentir dificuldades.

A História da Matemática (HM) carrega consigo as marcas de distintos povos e culturas, umas são bem sucedidas, outras, assinaladas pela desigualdade, preconceito e outros fatores que também se fazem presentes em nossa realidade atual. Prova disso são os mitos que permeiam a sociedade em que vivemos, tais como “Matemática é para pessoas inteligentes”,

“reprovei apenas em matemática, mas é normal”, “Matemática foi feita para mulheres”.

Um exemplo disso pode ser contatado na obra *Mathematica*, de Cécil Thiré e Mello e Souza, lançada em 1931, intitulado *As mulheres na Mathematica*, o qual apresenta certo preconceito à possibilidade de associar beleza com inteligência.

Esse e outros fatos são interessantes para serem apresentados em sala de aula levando os alunos a pensarem sobre hegemonia política, eurocentrismo e favorecimento de uma cultura em relação às outras.

2. HISTÓRIA DA EQUAÇÃO QUADRÁTICA

2.2 Aspecto histórico com problemas de equação do 2º grau

As diversas literaturas da História da Matemática apontam que diferentes povos da antiguidade contribuíram para a resolução de alguns casos de equação quadrática. Em destaque estão os gregos, babilônicos, árabes e hindus. Até meados de 830 d. C. não havia sido consolidada a fórmula resolutive da equação quadrática, por este motivo que cada povo resolvia a seu modo os diferentes casos de equações existentes.

Os primeiros indícios de equações quadráticas foram datados antes de Cristo e foram registrados em tabletes, carapaças de tartaruga, papiros e até mesmo em ossos. Em algumas regiões os problemas relacionados a essas equações faziam nexos com o cálculo de áreas de terrenos e também eram utilizados como passatempo para os povos com enunciados desafiadores.

Na história da Mesopotâmia a necessidade de realizar atividades de pastoreio permitiu o desenvolvimento da aritmética impulsionando a evolução do sistema de contagem que se estende aos cálculos astronômicos. Nas resoluções de equações quadráticas utilizavam técnicas para remover fatores ou frações, designavam os termos comprimento, áreas e volume para se referir aos valores desconhecidos. Acredita-se que os babilônicos buscavam alguma ligação entre área e perímetro de retângulos pelo modo como eram constituídos os problemas envolvendo essas equações.

Na China e no Egito não existem muitos registros acerca dessas equações, alguns os vestígios encontrados não permitem identificar a autoria nem quando foram publicados. O que se conhece dos textos e histórias que falam sobre os egípcios é que estes povos se dedicavam ao estudo de uma matemática voltada para as contribuições dos problemas inseridos no cotidiano.

Os gregos por sua vez, também dominavam a matemática utilizada nas atividades cotidianas além de praticar pensamentos abstratos relacionados à religião e objetos, surgia então a matemática abstrata. Essas duas vertentes eram bem estabelecidas no território grego, mas eram poucas as pessoas que conseguiam relacionar uma com a outra. É na Grécia que se concentra a maior quantidade de registros envolvendo equações quadráticas inclusive abarcando números incomensuráveis.

Na Índia foram encontrados quebra-cabeças envolvendo equações quadráticas que seriam utilizados em competições públicas, os enunciados consistiam em uma espécie de enigmas bem estruturados esteticamente do ponto de vista da linguagem escrita, eram verdadeiros ditos populares em forma de versos.

2.3 Diferentes casos de equações quadráticas

Um matemático hindu de nome Brahmagupta que viveu por aproximadamente 67 anos, ganhou notoriedade com sua obra *Brahmasphuta Siddhanta*, onde escreveu sobre os três casos de equações quadráticas, a saber:

- Quadrados mais raízes são iguais a números ($ax^2 + bx = c$).
- Quadrados mais números são iguais a raízes ($ax^2 + b = cx$).
- Quadrados são iguais a raízes e números ($ax^2 = bx + c$).

De acordo com algumas literaturas, é em sua obra que consta a primeira aparição do zero e dos números negativos, assim como soluções gerais para equações polinomiais de 2º grau.

Ainda na Índia, outro matemático publicou a respeito dos casos em que uma equação quadrática pode ser escrita, Mohammed ibn Musa al-Khwarizmi que viveu entre 780-850, apresentou na obra *Al-Kitāb al muhtasar fī hisāb al-jabr wa-l-muqābala*, cuja tradução para a língua portuguesa se aproxima de *Livro condensado de cálculos a partir da transposição de um termo a outro (al-jabr) e comparação (al-muqābala)*, os três casos de equações citadas por Brahmagupta além de outros três, são eles:

- Quadrados iguais a raízes. ($ax^2 = bx$)
- Quadrados iguais a números. ($ax^2 = c$)
- Raízes iguais a números. ($bx = c$)

2.4 Resolução de problemas

Apresentaremos a seguir, a forma como os árabes e gregos resolviam os problemas de equações quadráticas, essa técnica é a mesma que adotamos para ser utilizada em nossa intervenção, mas vale salientar que em obras acerca de História da Matemática, constam outras técnicas de resoluções de Equações Quadráticas.

Considere a equação $x^2 + 8x = 48$ e encontremos sua raiz.

Solução:

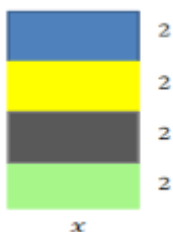
1º Passo: construir um quadrado de área x^2 .



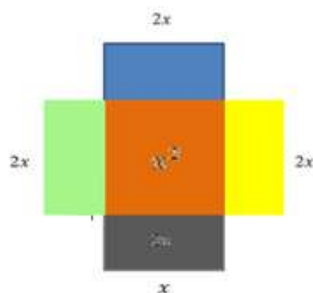
2º Passo: Construir um retângulo de área $8x$.



3º Passo: Dividir este retângulo em 4 retângulos de mesma área.

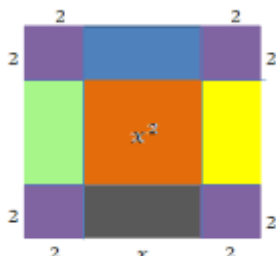


4º Passo: Agrupar cada um destes retângulos sobre os lados do quadrado de área x^2 .



Podemos concluir que a área da figura formada é $x^2 + 4 \cdot 2x = x^2 + 8x$, cuja área mede 48 unidades de área.

5º Passo: Completar o quadrado.



Temos que a área desse quadrado é igual a: $48 + 4 \cdot (2 \cdot 2) = 48 + 16 = 64$.

Logo, o lado do quadrado mede 8, pois $\sqrt{64} = 8$.

6º Passo: Determinamos o valor de x :

$$2 + x + 2 = 8 \therefore x = 4.$$

Perceba que pelo fato de resolvermos a equação através do cálculo de áreas, obtivemos uma única raiz, entretanto, se tivéssemos utilizado a fórmula resolvente de equações quadráticas, encontraríamos duas soluções, em que nesse caso, uma delas seria negativa.

3. HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA SALA DE AULA

3.1 História da Matemática no contexto escolar: como devo ou não utilizar?

O uso da história no ensino da matemática pode facilitar o processo de ensino e aprendizagem. Afinal, as pessoas têm desenvolvido ao longo da história e da própria existência, mecanismos de reflexões, percepções, bem como habilidades para comunicar, entender, aprender, saber e fazer como objeção às necessidades que permeiam suas vidas na busca da superação dos obstáculos. Uma sugestão é que os professores sempre que possível, estabeleçam uma relação entre o que se está ensinando com as necessidades dos povos antigos e suas aplicações no cotidiano atual.

Entre as sugestões de atividades acerca da (HM) que podem ser trabalhadas nas aulas de matemática, estão: investigar em livros, revistas e outras fontes sobre a origem de determinado conteúdo, motivar a leitura de histórias acerca da temática visando uma exposição das ideias compreendidas pelos discentes, estimular a resolução de problemas antigos com técnicas atuais, assim como proporcionar a

experiência de resolver problemas atuais utilizando os procedimentos adotados pelos povos antigos fazendo comparações entre as estratégias, conceitos e raciocínios empregados.

É comum encontrarmos em livros didáticos pequenos trechos sobre as contribuições que determinadas pessoas fizeram na antiguidade, facilmente identificamos nomes, datas e nada mais além disso. São esses adornos que devemos evitar para não brincar de faz de conta. Ao trabalhar com biografia, é recomendado que o docente crie um projeto que relacione a vida, obra e sua colaboração para a matemática.

3.2 Argumentos favoráveis e desfavoráveis a respeito da História da Matemática como tendência para ser utilizada em sala de aula

Muitos autores favoráveis ao uso da História da Matemática no ensino, defendem a desmitificação da mesma, uma vez que ela costuma ser abordada até mesmo nos cursos de licenciatura em matemática, com uma sequência linear pronta e acabada. Esse tipo de abordagem dá a entender que os teoremas e proposições foram criados de forma ordenada, orgânica e desprendida de equívocos.

Surge então a necessidade de romper com essa impressão para que os alunos percebam que grandes matemáticos, físicos e estudiosos em geral, como todo ser humano cometiam enganos no processo de consolidação de fórmulas, conceitos e outros elementos do campo do conhecimento matemático. Diante disso, os discentes poderiam sentir-se à vontade para percorrer os caminhos necessários à solução de determinado problema sem receio em errar, visto que o erro é o caminho para o acerto, para a aprendizagem.

Para muitos educadores, autores e especialistas, a implementação da (HM) como metodologia de ensino eleva o interesse por parte dos discentes com relação à disciplina de matemática.

Isso, no entanto, não é confirmado pela maioria dos professores de história que se defrontam, em seu cotidiano, não apenas com o desinteresse de seus alunos por esse campo do saber, como também com a enorme dificuldade de fazer com que eles compreendam a sua importância, a sua natureza, os seus objetivos e os seus métodos (MIGUEL; MIORIM, 2008, p. 173).

Há quem não simpatize com o uso da História da Matemática nas escolas. Entre os argumentos levantados estão a ausência de literaturas adequadas pedagogicamente, o desperdício de tempo, a justificativa de que o processo é difícil demais para os alunos uma

vez que ao se depararem com problemas e soluções originais, precisariam de um esforço maior para compreender aquilo que está transcendente ao seu conhecimento matemático.

4. O ENSINO DE ÁLGEBRA E GEOMETRIA E O USO DE MATERIAIS MANIPULÁVEIS

4.1 Integração entre álgebra e geometria no ensino de matemática

Diante das distintas áreas que estudamos no campo da Matemática, nos deparamos com uma dicotomia muito comum em duas delas: o ensino de álgebra e o ensino de geometria. Não é difícil encontrar professores de matemática que preferem seccionar a ementa do plano de ensino e/ou programas oficiais, ou seja, a ordem conteudista, principalmente dos livros didáticos, a fim de ensinar primeiramente os assuntos referente a álgebra e posteriormente, os que se referem à geometria, muitas vezes, essa última parte não chega sequer a ser explanada.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998, p. 115) “O estudo da Álgebra constitui um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas”.

Uma das várias sugestões que podemos propor para que seja inserida nas aulas de Matemática de forma significativa, é tomando como base a exposição de regularidades em gráficos, tabelas e representações geométricas, onde os alunos por meio da curiosidade mergulharão no problema a caminho da resposta, evitando o processo mecânico de ensino e aprendizagem.

Por falar em representações geométricas, direcionamos agora nossa visão ao ensino de geometria. Se repararmos à nossa volta, todas as visualizações que nossa vista alcança, encontra na geometria um objeto de estudo, o qual apresenta diversas potencialidades.

O estudo da Geometria auxilia a compreensão do espaço físico, oferece às crianças oportunidades de serem criativas espacialmente, facilita a aprendizagem de inúmeros tópicos aritméticos ou algébricos, esclarecendo abstrações e integrando a aritmética e a álgebra, é um campo fértil para a aprendizagem por descobertas e para fazer conjecturas, desenvolve habilidades que favorecem a construção do pensamento lógico e é importante instrumento à resolução de problemas (MARTINS, 2008, p. 28).

A respeito das possibilidades de articulação entre álgebra e geometria, ainda de acordo com Oliveira e Laudares ([20??], p. 07) as experiências de resolução de perímetro, área e volume, podem ser usadas para proporcionarem uma melhor compreensão dos cálculos algébricos, uma vez que, por meio da geometria métrica o estudante já adquire conceitos que são extremamente úteis na construção do conhecimento algébrico.

4.2 O uso de materiais didáticos manipuláveis no ensino

O incentivo ao uso de materiais didáticos manipuláveis em sala de aula foi difundido no século XIX com a ideia de que o ensino deveria iniciar-se pela mediação entre o concreto e o abstrato. Esse pensamento se manteve fracassado por um certo tempo tanto pelo despreparo dos docentes, quanto pela escassez de possibilidades contidas nas literaturas daquela época. Após a década de 90, os materiais didáticos retornam com mais vigor, abarcando em sua lista o uso de ferramentas tecnológicas como a calculadora e o computador.

Para Meneghetti e Bega (2016, p. 226) “[...] materiais didáticos manipuláveis são entendidos como aqueles que os alunos podem manipular por meio do tato (da experiência), compreendendo materiais concretos, atividades experimentais, jogos etc.”

O uso dos materiais didáticos manipuláveis podem favorecer o processo de aprendizagem tanto em relação aos conteúdos, quanto em relação a formação de algumas atitudes, porém é necessário cautela, já dizia Nacarato (2015, p. 05) “Nenhum material didático – manipulável ou de outra natureza – constitui a salvação para a melhoria do ensino de Matemática. Sua eficácia ou não dependerá da forma como o mesmo for utilizado”.

5. METODOLOGIA

A realização da experiência classificada como pesquisa de campo ocorreu na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio São Sebastião, localizada na rua Estelita Cruz, S/N, Bairro Alto Branco, Campina Grande – PB. Ficamos com a turma do 9º ano A do turno da manhã, a qual possui 30 alunos matriculados e 6 aulas de matemáticas semanais.

Nos encontros foram ministradas aulas sobre Produtos notáveis, Fatoração, O método de completar quadrados e Equações Quadráticas a fim de revisar os conteúdos vistos pelos alunos e também de garantir um resultado satisfatório em nossa pesquisa.

Durante os encontros aplicamos um questionário e três atividades na qual uma foi

realizada em grupo com o auxílio de materiais didáticos manipuláveis, conforme podemos ver na imagem abaixo.



Figura 1: Equipe resolvendo a atividade

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Ao longo dos encontros e das atividades realizadas percebemos que os alunos estavam motivados com a dinâmica da aula, porém suas dificuldades não permitiam uma aprendizagem qualitativa, muitos alunos erraram na escrita das medidas dos lados dos retângulos e quadrados quando tinham que representar geometricamente. Grande parte desses alunos absorviam as informações sem questionarem o porquê dos procedimentos matemáticos serem da forma como estão estabelecidos, então em grande parte do tempo, fazíamos perguntas para os alunos pensarem sobre as técnicas que eles teriam que usar na solução de problemas, por exemplo, porque ao completar o quadrado algebricamente, temos que dividir o valor de b e elevar ao quadrado? Essas e outras técnicas tentamos explicar de modo que o aluno perceba o sentido das coisas, e principalmente, a integração entre álgebra e geometria.

De um modo geral, constatamos que muitos alunos em determinadas resoluções quase acertaram, o que nos leva a crer que os equívocos cometidos tenham sido causados por falta de atenção e/ou compreensão de algum conteúdo necessário à resolução dos problemas. Os erros mais frequentes envolviam operações algébricas - em que alguns alunos somavam parte literal com parte não literal - dificuldade de relações de sinais na multiplicação com números inteiros e na representação das medidas dos lados de um polígono.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A História da Matemática como metodologia de ensino pode contribuir para o processo de ensino e aprendizagem por parte dos discentes se utilizada de forma conveniente. A adoção dessa tendência possibilita aos alunos uma aula diferente da tradicional enriquecendo o conhecimento histórico, político, social, cultural e sobretudo matemático.

Em nossa experiência percebemos o quanto a (HM) desperta a curiosidade dos alunos e dependendo da forma como é utilizada promove uma socialização dos conhecimentos matemáticos adquiridos em sala proporcionando o espírito de

solidariedade e investigação. Constatamos através das intervenções realizadas que a aprendizagem não alcançou o status de significativa em decorrência da ausência e/ou dificuldades provenientes de uma base conceitual e procedimental de conteúdos considerados como pré-requisitos para nossa abordagem.

Com relação ao estudo de equações quadráticas, não foi encontrada em nossas literaturas, a razão pela qual a fórmula resolutiva dessa equação recebe o nome de Bháskara. Sabemos que não é conveniente creditar mérito a um só indivíduo, uma vez que todo o processo para se chegar a determinada fórmula envolve várias pessoas e Bhaskara foi uma delas.

O conhecimento de equações quadráticas é aplicado em algumas áreas, tais como na engenharia, quando se faz necessário realizar o estudo de lançamentos e trajetórias, na física, ao estudar os movimentos uniformemente variados, queda livre, assim como na economia para descobrir os lucros ou perdas de uma empresa.

É conhecido que a fórmula resolutiva de equações quadráticas recebeu a notação que utilizamos nos dias de hoje graças a uma convenção criada por François Viète (1540-1603) na qual designa letras para representar valores conhecidos e desconhecidos, distinguindo as incógnitas através das vogais, alguns livros o trata, como o Pai da álgebra simbólica.

Através de nossa pesquisa, concluímos que as diferentes formas de solucionar uma equação quadrática estão concentradas geralmente em livros de história da matemática. Por não se fazerem presentes nos livros didáticos, os professores acabam ensinando seus alunos a utilizarem a fórmula de “Bháskara”, já bastante difundida nas escolas.

O fato de termos levado uma nova abordagem para uma turma que havia estudado o tema de forma tradicional, esclareceu a realização de procedimentos que os discentes faziam sem saber o porquê, além de conscientizá-los da intrínseca relação entre álgebra e geometria.

Do ponto de vista geral, a implementação da História da Matemática como recurso didático nos oferece diversas possibilidades de competências a serem trabalhadas, cabe ao docente definir criteriosamente seus objetivos e planejar a realização do projeto sem perder o equilíbrio entre a história da matemática e a história na matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática / Secretaria de Educação Fundamental – Brasília, DF: MEC/SEF, 1998.

D’AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática:** Da Teoria à Prática. 17. ed. Campinas: Papyrus, 2009.

MARTINS, Leocadia Figueredo. **Motivando o ensino de geometria**. Criciúma. 2008. Disponível em: <<http://www.bib.unesc.net/biblioteca/sumario/00003C/00003C9F.pdf>>. Acesso em: 20 set. 2017.

MENEGHETTI, R. C.; BEGA, M. F. **Sobre a utilização de materiais didáticos manipuláveis na educação básica na visão dos professores**. Revista Iberoamericana de Educación Matemática. 2016. p, 42-43.

MIGUEL, Antônio; MIORIM, Maria Ângela. **História na Educação Matemática: Propostas e desafios**. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

NACARATO, A. M. **Eu trabalho primeiro no concreto** – São Paulo; SP: Revista de Educação Matemática – Ano 9, Nos 9-10. 2005. p, 1-6.

OLIVEIRA, S. C.; LAUDARES, J. B. **Pensamento algébrico: uma relação entre álgebra, aritmética e geometria**. Disponível em: <<http://www.ufjf.br/emem/files/2015/10/PENSAMENTO-ALG%C3%89BRICO-UMA-RELA%C3%87%C3%83O-ENTRE-%C3%81LGEBRA-ARITM%C3%89TICA-E-GEOMETRIA.pdf>>. Acesso em: 20 set. 2017.