

CORRIDA DOS ARCOS: UMA PROPOSTA PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE TRIGONOMETRIA NO LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA

Flávia Aparecida Bezerra da Silva; Francisco Guimarães de Assis; Joselito Elias de Araújo;
Aníbal de Menezes Maciel.

*Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática
Universidade Estadual da Paraíba
flaviabezerra@gmail.com; franciscoguimaraesp@gmail.com; elias8matematico@gmail.com;
anibalmenezesmaciel@gmail.com.*

Resumo: Pesquisadores da área de Educação Matemática têm refletido intensamente sobre a abordagem dos conteúdos matemáticos em sala de aula, no entanto, em especial, essas discussões nem sempre priorizaram o que se refere ao ensino aprendizagem de trigonometria. Na busca de contribuirmos diretamente com o debate dessa temática discorremos nesse trabalho sobre a importância, tanto da presença desse conteúdo no currículo escolar, quanto das formas de apresentação e consolidação dos conceitos trigonométricos, mais precisamente o uso dos jogos para esse fim. Portanto, para isso, objetivamos refletir sobre o processo de ensino aprendizagem de trigonometria, na perspectiva da importância do uso de materiais didáticos, mais especificamente, apresentar o *jogo corrida dos arcos*, como uma forma de contribuição para possibilitar a melhoria do ensino desse conteúdo. O mesmo foi desenvolvido durante a disciplina de Laboratório de Matemática na Formação de Professores no Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECM da Universidade Estadual da Paraíba - UEPB, durante o semestre 2016.2. Para fundamentarmos a realização da nossa tarefa nos baseamos em autores como Lorenzato (2006), Passos (2006), Klein e Costa (2011), entre outros, a partir dos quais pudemos defender que o processo de ensino aprendizagem de trigonometria quando auxiliado por materiais manipuláveis e jogos matemáticos possibilitam um ganho de significados, tendo em vista que tais materiais e jogos auxiliam na representação dos conceitos matemáticos envolvidos e na construção dos mesmos, através de uma postura ativa por parte do aluno. Como também enfatizamos a importância da existência de Laboratórios de Ensino de Matemática nas escolas, tendo em vista tanto a presença de materiais encontrados nesse espaço, quanto à construção de materiais que podem ser desenvolvidos. Como resultado, após apresentação e defesa perante os colegas de mestrado, recebemos o aval satisfatório dos professores que se trata de um bom jogo, podendo contribuir para aprendizagem dos alunos, principalmente no momento de consolidação e aprofundamento dos conhecimentos trabalhados.

Palavras-chave: Materiais Didáticos, Jogos Matemáticos, Trigonometria.

INTRODUÇÃO

Sabemos da importância da aquisição dos conhecimentos matemáticos na formação dos alunos, no entanto, não é difícil percebermos dificuldades das mais diversas naturezas que se apresentam na aprendizagem da disciplina Matemática. Em muitos casos a dificuldade se caracteriza por uma questão da didática do professor, o qual promove a apresentação exclusivamente teórica do conteúdo, com a consequente busca da fixação e consolidação do

mesmo por meio de exercícios repetitivos que sequer despertam o interesse dos alunos. Isso vale para todos os conteúdos matemáticos, mas, em especial, discorremos nesse artigo sobre o que se refere ao conteúdo de trigonometria, assunto este que apresenta um dos maiores níveis de dificuldade de aprendizagem pelos alunos.

Vale destacarmos que, enquanto temas como geometria, funções e outros, encabeçam discussões das mais diversas em pesquisas, o ensino de trigonometria não tem sido tão priorizado, o que pudemos constatar através de um levantamento bibliográfico, realizado por Klein e Costa (2011), em periódicos relativos ao campo de estudo da Educação Matemática, no período de 1982 até 2008, e que teve como resultado “a constatação de que há poucas produções científicas publicadas envolvendo o ensino da trigonometria e/ou uma fundamentação teórica para o mesmo” (KLEIN; COSTA, 2011, p. 44).

Por outro lado, nos últimos anos, muitos são os pesquisadores que vêm discorrendo sobre temas que envolvem os processos de ensino e aprendizagem e vêm apontando a necessidade de que além do domínio do conteúdo, que sem dúvidas é essencial, o professor possa recorrer a diferentes metodologias de ensino para que ao empregá-las aumente a possibilidade de acesso dos alunos sobre o conhecimento matemático. Nesse caminho, o uso de materiais didáticos, entre eles, os jogos de ensino de matemática, defendido por autores como Lorenzato (2006), é uma das metodologias que têm tido uma preferência.

Assim sendo, levando em consideração o pouco debate em torno do tema por nós escolhido, procuramos no presente artigo refletir sobre o processo de ensino aprendizagem de trigonometria, na perspectiva da importância do uso de materiais didáticos, mais especificamente, apresentar o *jogo corrida dos arcos*, como uma forma de contribuição para possibilitar melhoria do ensino desse conteúdo.

ASPECTOS METODOLÓGICOS

Inicialmente, essencial a toda pesquisa, fizemos uma revisão bibliográfica em textos que abordam o assunto em pauta, refletimos sobre a importância do ensino e aprendizagem de trigonometria e sobre metodologias de ensino, em especial sobre o uso de materiais didáticos e jogos no Laboratório de ensino de Matemática, aproveitando as discussões que se passavam na disciplina de Laboratório de Matemática na Formação de Professores ministrada no Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática – PPGECEM da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, na qual uma das atividades avaliativas era a construção de um jogo matemático, escolhemos trigonometria e desenvolvemos o jogo

corrida dos arcos. Para isso, foi necessário que analisássemos alguns livros didáticos, para que assim pudéssemos perceber como abordam o conteúdo de trigonometria, definindo assim, quais os conceitos seriam tratados no jogo que ao fim da disciplina foi apresentado e aplicado com os colegas de turma.

DISCUSSÃO E RESULTADOS

A trigonometria é descrita nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) como um “tema que exemplifica a relação da aprendizagem de Matemática com o desenvolvimento de habilidades e competências” (BRASIL, 1998, p. 44). Nas instruções das Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM), é citado que

problemas de cálculos de distâncias inacessíveis são interessantes aplicações da trigonometria, e esse é um assunto que merece ser priorizado na escola. Por exemplo, como calcular a largura de um rio? Que referências (árvore, pedra) são necessárias para que se possa fazer esse cálculo em diferentes condições - com régua e transferidor ou com calculadora? (BRASIL, 2006, p. 74).

Sobre os conhecimentos trigonométricos, não é difícil percebermos que além de servirem de base para o entendimento de outros conteúdos matemáticos, ainda auxiliam o entendimento de diversos acontecimentos do cotidiano, do que se deduz a importância de se ensinar e de se aprender tal conteúdo na escola, como também a de se escolher metodologias que favoreçam esse processo.

Tendo em vista a associação com acontecimentos do cotidiano, que esse conhecimento permite, o professor pode, inclusive, despertar o interesse do aluno em tentar compreender os aspectos da realidade que o cerca por meio do estudo de trigonometria, tornando evidente para o aluno a necessidade de tal estudo, antes mesmo que o aluno questione para que serve estudar trigonometria. Nesse sentido, as autoras Klein e Costa (2011) relatam situações que ocorreram em suas experiências pedagógicas: “aproveitou-se o momento para dialogar a respeito da atividade e de outros assuntos pertinentes ao uso da trigonometria”, “também vieram à tona, assuntos envolvendo o uso do teodolito na construção de rodovias”, “a tarefa do agrimensor antes e depois do GPS, a inclinação de ruas e estradas”, “a altura e largura dos degraus de uma escada (quando é que fica “pesado” para subi-la), a movimentação dos aviões em pleno ar, sem referências terrestres para se localizarem, exigindo uma orientação por altitudes e latitudes e assim por diante” (KLEIN; COSTA, 2011, p. 69).

É evidente que a apresentação eficaz do conteúdo é de extrema importância, no entanto, não é tudo, os meios utilizados pelo professor para a consolidação dos conceitos pelos alunos também merecem atenção. Não é interessante que o ensino seja diversificado e que a consolidação se dê de modo tradicional com a fixação por meio de exercícios repetitivos. Nesse sentido, propomos que os materiais didáticos, como os jogos matemáticos sejam instrumentos não só de apresentação de conteúdos, mas que também auxiliem na consolidação dos conceitos por parte dos alunos e que, para o professor, ainda auxiliem como processo de avaliação.

Nessa discussão o laboratório de ensino de matemática surge como uma alternativa metodológica (LORENZATO, 2006), caracterizando-se como um ambiente mais descontraído que a sala de aula comum. Permite, inclusive, maior interação entre os alunos, promovida através do uso de materiais manipuláveis e jogos, ali encontrados, ou também os que podem ser confeccionados no próprio espaço. Sendo assim, a discussão do tema em estudo permite abrir caminhos para a compreensão das ideias e conceitos matemáticos envolvidos, que mesmo continuando abstratos ganham um maior significado nesse ambiente, onde podem ser representados.

Quanto aos materiais didáticos, vale destacarmos que “material didático (MD) é qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem”, portanto, “pode ser um giz, uma calculadora, um filme, um livro, um quebra-cabeça, um jogo, uma embalagem, uma transparência, entre outros” (LORENZATO, 2006, p. 18). Ainda para esse autor, esses materiais “podem desempenhar várias funções, conforme o objetivo a que se prestam”, assim, é conveniente que o professor se pergunte para que ele deseja utilizar o material didático, se é “para apresentar um assunto, para motivar os alunos, para auxiliar a memorização de resultados, para facilitar a redescoberta pelos alunos” (LORENZATO, 2006, p. 18).

Vale ressaltar que em uma perspectiva construtivista “os materiais manipuláveis são caracterizados pelo envolvimento físico dos alunos numa situação de aprendizagem ativa” (PASSOS, 2006, p. 78). Assim, “o material concreto exerce um papel importante na aprendizagem”, além de facilitar “a observação e a análise”, desenvolve, também, “o raciocínio lógico, crítico e científico”, e “é excelente para auxiliar o aluno na construção de seus conhecimentos” (TURRIONI e PEREZ, 2006, p. 61).

Existem vários tipos de materiais didáticos, sendo que “alguns não possibilitam modificações em suas formas”, e “outros já permitem uma maior participação do aluno”, como, por exemplo, os jogos de tabuleiro (LORENZATO, 2006, p. 19).

Um caso específico de materiais didáticos são os jogos, muito embora, nem todo jogo se encaixe como sendo material didático. A diferença está em que um requer a manipulação com objetivo apenas lúdico, já o outro deve ter, além do mais, a função pedagógica, apesar de ambos terem regras e estratégias.

Quanto à “utilização de jogos e brincadeiras na escola, com a finalidade explícita de ensinar” que “data meados do século XIX” (BRASIL, 2014, p. 5), diversos pesquisadores, recentemente, “vêm se debruçando sobre as potencialidades pedagógicas do uso de jogos no ensino de forma geral, e em particular na Educação Matemática” (BRASIL, 2014, p. 5).

O uso do jogo didaticamente pode desempenhar várias funções,

é importante observar que o jogo pode propiciar a construção de conhecimentos novos, um aprofundamento do que foi trabalhado ou ainda, a revisão de conceitos já aprendidos, servindo como um momento de avaliação processual pelo professor e de avaliação e de autoavaliação pelo aluno (BRASIL, 2014, p. 5).

É importante observar “a relação do aluno com o saber matemático envolvido”, e “avaliar o domínio que a criança possui do conhecimento matemático necessário para o jogo e se apresenta desenvolvimento durante a atividade”, percebendo “quais conhecimentos já domina e quais ainda precisam ser trabalhados” (BRASIL, 2014, p. 11).

De modo geral, acreditamos que vale a pena “investir tempo no trabalho com jogos voltados ao estudo da trigonometria” (SMOLE, 2008, p.29), o que pode possibilitar

que os alunos aprimorem o cálculo mental, memorizem valores usuais de funções trigonométricas, realizem cálculos aproximados e cálculos por estimativa envolvendo relações trigonométricas, adquiram maior desenvoltura no cálculo algébrico das identidades e equações trigonométricas, retomem e ampliem os conhecimentos menos referentes a números e operações (SMOLE, 2008, p. 29).

No entanto, observamos que “para que o ato de jogar na sala de aula se caracterize como uma metodologia que favoreça a aprendizagem, o papel do professor é essencial”, já que, “sem a intencionalidade pedagógica do professor, corre-se o risco de se utilizar o jogo sem explorar seus aspectos educativos, perdendo grande parte de sua potencialidade” (BRASIL, 2014, p. 5).

Além do mais, destacamos uma interessante referência relacionada ao momento antes mesmo de se iniciar um jogo, no qual podemos também trabalhar ideias matemáticas. Caso o jogo seja em grupos, depois de “compreendidas as regras e

reconhecidos o tabuleiro e as peças que o compõem, é hora de constituir os grupos”, nesse momento “pode ser explorado matematicamente por meio de questionamento, como por exemplo: Quantos grupos podem ser formados? Isso dependerá da quantidade de alunos e da quantidade de alunos nos grupos” (BRASIL, 2014, p. 7).

Apresentamos agora *o jogo corrida dos arcos*. Inicialmente, ao analisarmos como o assunto de trigonometria é apresentado nos livros didáticos, observamos quais os conteúdos mais destacados que mereceriam ser abordados aqui. Assim, contemplamos: a história da trigonometria, por consideramos de grande importância que os alunos estudem sobre a gênese desse conhecimento; transformação de grau em radianos, que é básico quando o assunto é trigonometria; regra de três, que pode ser trabalhado no tópico anterior, para efeito de revisão, caracterizado por ser de extrema importância, já que sua utilização é recorrente em várias situações; arcos cômputos; ângulos notáveis; relações trigonométricas; complemento e suplemento de ângulos; relação fundamental (Teorema de Pitágoras); redução ao I quadrante.

Dessa forma, considerando que os referidos conteúdos uma vez já tenham sido abordados, o professor pode propor *o jogo corrida dos arcos*, cujo objetivo é o de consolidar e aprofundar os conhecimentos trabalhados, que pode ser realizado no laboratório de matemática ou na própria sala de aula.

Para a realização do jogo é necessário um mediador e, no mínimo, dois jogadores ou dois grupos, a ser definido com quantos integrantes pelo consenso da turma. Ele contém os seguintes materiais: um dado, pinos coloridos para representar os participantes, um Ciclo Trigonométrico representado num tabuleiro, como mostra a figura 1 a seguir, e ainda perguntas em um monte de cartas.



Figura 1: Representação do ciclo Trigonométrico

Fonte: Produção Própria.

Vale destacarmos que em relação ao tabuleiro utilizado para o jogo, o fato de ser um ciclo trigonométrico, ao jogar, os alunos terão alguns conceitos estudados representados no

próprio tabuleiro e terão mais uma oportunidade de discutir sobre esses conceitos: os quadrantes e os ângulos, por exemplo, num processo de consolidação, levando em conta que “caso seja um jogo de tabuleiro, é importante que as crianças procurem identificar o porquê do tabuleiro ser daquela maneira” (BRASIL, 2014, p. 7).

Sendo assim, descrevemos as regras do jogo da seguinte maneira: o mediador esclarece as regras aos participantes, com os pinos dispostos na origem (no 0°). Cada participante (ou representante do seu grupo), por sua vez, lançará o dado, para que este possa mover o pino ao arco corresponde, de modo que o número indicado no dado deverá ser multiplicado por 10. Iniciará o jogo o participante que ao lançar o dado obter o maior número. Exemplo: se o número obtido no dado for 3, este será multiplicado por 10, logo o jogador andará 30° .

Cada participante (ou grupo) terá direito a uma jogada por vez, conforme seja a sua ordem. Ao mover o seu pino, o jogador deverá transformar o arco indicado em radianos. Se o participante acertar a conversão será mantido sua posição no Ciclo Trigonométrico. Caso contrário, este voltará à posição anterior. Se o participante parar num arco que corresponda a um ângulo notável (30° , 60° e seus côngruos) este deverá retirar um cartão que estará sob a responsabilidade do mediador e responderá a questão apresentada. Caso o jogador acerte o questionamento, este deslocará o pino mais 10° , caso contrário, será mantida a sua posição. Vencerá o jogo o participante que completar primeiro a Circunferência Trigonométrica.

Considerando que, “há uma grande quantidade de perguntas que podem ser feitas durante o jogo e que têm como objetivo ampliar as possibilidades de aprendizagem” (BRASIL, 2014, p. 9), o jogo tem, também, um monte de cartas com questões, que ficam a critério do professor, e no jogo são tiradas ao acaso, conforme as regras. Optamos por questões como: Qual o valor do seno deste ângulo? Qual o valor do cosseno deste ângulo? Qual o valor da tangente deste ângulo? Qual o complemento deste ângulo? Qual o suplemento deste ângulo? Em quantos ângulos iguais a este, podemos dividir o ciclo trigonométrico? Em que quadrante localiza-se este ângulo? Dê exemplo de um ângulo côngruo a este. Em que eixo encontra-se o seno deste ângulo? Em que eixo encontra-se o cosseno deste ângulo? Qual a razão entre o seno e o cosseno deste ângulo? Quanto vale o ângulo equivalente a de uma volta? O ângulo de 135° é côngruo a que ângulo do primeiro quadrante? O ângulo de 210° é côngruo a que ângulo do primeiro quadrante? O ângulo de 300° é côngruo a que ângulo do primeiro quadrante? Quanto equivale a tangente de (270°)? Podendo ser acrescentadas as questões sobre o conteúdo que o professor julgar importante.

Conforme o jogo for se desenrolando, à medida que os alunos consolidam seus conhecimentos, o professor tem a possibilidade de utilizar-se do jogo como processo avaliativo, através da observação de quais conhecimentos os alunos estão dominando e quais os conhecimentos ainda precisam ser reforçados, podendo assim, intervir, reexplicar conceitos quando achar necessário.

No nosso caso, o jogo foi aplicado para os alunos de mestrado na turma de alunos da disciplina de Laboratório de Matemática na Formação de Professores no Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática – PPGECEM da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, turma de mestrandos em maioria professores de diferentes níveis da educação básica que deram o aval ao produto para ser aplicado em sala de aula, tendo sido considerado por esses como sendo muito eficiente para o seu propósito, considerando o momento de consolidação dos conhecimentos adquiridos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Consideramos que o processo de ensino aprendizagem de trigonometria auxiliado por materiais manipuláveis e jogos matemáticos possibilita um ganho de significados. O aluno, nesse contexto, exerce uma postura de forma ativa, evidenciada por uma perspectiva construtivista. Tais materiais e jogos auxiliam na representação de conceitos matemáticos, que por sua vez, são sempre abstratos, a partir disso os alunos têm o caminho aberto para compreenderem os conteúdos abordados.

Ressaltamos que nem o Laboratório, nem os materiais sozinhos promoverão, por si só, a aprendizagem. É preciso que haja planejamento de como serão utilizados e com que finalidades, “toda metodologia utilizada em sala de aula requer um planejamento e uma postura coerente de alunos e professores” (BRASIL, 2014, p. 6).

Entretanto, o professor deve desenvolver o senso crítico para saber o melhor momento do uso desses recursos didáticos. Concordamos com Passos (2006, p. 83), em dizer que não somos “a favor de utilizar materiais em todos os momentos da aula”, apesar da autora enfatizar “que as concretizações que serviram para elaborar as noções matemáticas podem ser situações importantes para os alunos verificarem algumas propriedades ou compreenderem outras” (PASSOS, 2006, p. 83).

De modo geral, muitos são os debates já travados em torno da crítica à abordagem exclusivamente teórica dos conteúdos matemáticos na escola básica, no entanto, ainda há muito a ser discutido sobre esse assunto que envolve o processo de ensino aprendizagem de

Matemática e, em particular, nesse trabalho, do conteúdo de trigonometria e do uso de jogos matemáticos em sala de aula. No momento em que discorremos sobre a importância, tanto da presença desse conteúdo, quanto da forma de ensiná-lo na produção do jogo *corrida dos arcos* para ser aplicado visando a necessária consolidação dos conceitos apreendidos, entendemos estar contribuindo diretamente com esse debate.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. **Orientações curriculares para o ensino médio.** Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias / Secretaria de Educação Básica. – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006. 135p.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais.** Ensino Médio. 1998.

BRASIL. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Jogos na Alfabetização Matemática** Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional / Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional - Brasília: MEC, SEB, 2014. 72 p.

BRASIL. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Apresentação** Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. / Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. - Brasília: MEC, SEB, 2014. 72 p.

KLEIN, Marjúnia Edita Zimmer; COSTA, Sayonara Salvador Cabral da. Investigando as concepções prévias dos alunos do segundo ano do Ensino Médio e seus desempenhos em alguns conceitos do campo conceitual da trigonometria. *BOLEMA*, Rio Claro (SP), v. 24, nº 38, p.43 a 73, abril 2011. Disponível em:

<http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/4596/3702>.

LORENZATO, Sérgio. **Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis.** In: O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores. Org. Sérgio Lorenzato. Campinas: Autores Associados. 2006. (Coleção formação de professores).

PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglioni. **Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática.** In: O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores. Org. Sérgio Lorenzato. Campinas: Autores Associados. 2006. (Coleção formação de professores).

SMOLE, Kátia Stocco [et al.]. **Jogos de matemática: 1º a 3º ano.** - Porto Alegre: Grupo A, 2008. - (Cadernos do Mathema: Ensino Médio).

TURRIONI, Ana Maria Silveira; PEREZ, Geraldo. **Implementando um laboratório de educação matemática para apoio na formação de professores**. In: O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores. Org. Sérgio Lorenzato. Campinas: Autores Associados. 2006. (Coleção formação de professores).