ANÁLISE DOS TIPOS DE PROVAS MATEMÁTICAS DE ALUNOS DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO

Anderson de Araújo Nascimento
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)
anderson_mat@hotmail.com

Abigail Fregni Lins
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)
bibilins@gmail.com

Kátia Maria de Medeiros
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)
katiamedeirosuepb@gmail.com

Resumo: Diante da lacuna existente no tema Provas e Demonstrações Matemáticas na Educação Básica, pelos estudos apresentados em nível do currículo realizados mostrarem que a maior parte dos estudantes em todos os países usam estratégias demonstrativas empíricas e que os professores de Matemática da Educação Básica não ensinam conteúdos envolvendo demonstrações por considerarem pouco importante e complexo para o aluno aprender, evidenciadas pela literatura, este artigo vem analisar os tipos de provas dadas por uma dupla de alunos do 1º Ano do Ensino Médio por meio de uma Proposta Didática em uma Escola Pública Estadual, localizada na cidade de Areia-PB. Esse artigo é um recorte de uma pesquisa de Mestrado Profissional finalizada em junho de 2017, que analisou as respostas dadas por oito duplas e um trio de alunos escolhidos livremente a uma Proposta Didática nas atividades que tratam do Teorema da Soma dos Ângulos Internos de um Triângulo. Esta pesquisa desenvolveu-se com métodos qualitativos, estudo de caso, o qual, trazemos para esse artigo resultados do caso Aline e Tamara. Essa dupla foi selecionada por ter apresentado o melhor desempenho em nossa Proposta Didática. Nossos resultados sugerem que a dupla de alunos apresentaram justificativas informais, ou seja, provas informais. Portanto, chegamos ao final desta pesquisa convictos de que é preciso iniciar o trabalho das provas e demosntrações matemáticas na Educação Básica, adequando seu ensino ao grau de maturidade e aos conhecimentos matemáticos dos alunos, visto que, nossos resultados apontam que esse tema não é abordado adequadamente em sala de aula.

Palavras-chave: Educação Matemática, Geometria Plana, Provas e Demonstrações Matemáticas, Proposta Didática.

1. INTRODUÇÃO

Este artigo é um recorte, fruto de uma pesquisa de Mestrado Profissional, no PPGECEM (UEPB), entre 2015-2017, orientada pela segunda co-autora e desenvolvida a partir do trabalho da equipe *Provas e Demonstrações Matemáticas*, núcleo UEPB do Projeto em Rede OBEDUC/CAPES com as instituições Universidade Federal do Mato Grosso do Sul (UFMS), Universidade Estadual da Paraíba (UEPB) e Universidade Federal de Alagoas (UFAL), sendo o Núcleo UEPB coordenado pela primeira co-autora, que teve como objetivo investigar os tipos de provas matemáticas de alunos do 1º Ano do Ensino Médio a partir da aplicação de uma *Proposta Didática*.

Escolhemos o tema *Provas e Demonstrações* por percebemos, diante da revisão da literatura, que há uma lacuna sobre este tema nas aulas de Matemática na Educação Básica como mencionam Almouloud (2007) e Nasser e Tinoco (2003). Por já pesquisas feitas por nossa equipe, identificamos que os alunos não foram capazes de explicar, definir ou argumentar matematicamente os métodos utilizados para resolver as atividades que envolviam Função do 2º grau e Triângulos (SANTOS, 2014a e SANTOS, 2014b).

Apesar de encontrarmos algo em comum nas dificuldades apresentadas ao ensino e à aprendizagem da demonstração matemática em diversos países, o panorama brasileiro necessita de um levantamento de concepções sobre demonstrações matemáticas de alunos e professores da Educação Básica, imprescindível para proporcionar novas propostas e abordagens de ensino com características à realidade brasileira (HEALY, 2007).

Entretanto, as pesquisas em desenvolvimento no Brasil indicam que provas e demonstrações matemáticas são pouco ensinadas nas aulas de Matemática na Educação Básica (ALMOULOUD, 2007; NASSER e TINOCO, 2003). Ainda segundo esses autores, os professores de Matemática da Educação Básica não ensinam este conteúdo por considerarem pouco importante e complexo para o aluno aprender.

Os estudos apresentados em nível do currículo realizado mostram que a maior parte dos estudantes, em todos os países, desde os níveis mais básicos até o nível superior, usam estratégias demonstrativas empíricas (CHAZAN e LUEKE, 2009; HEALY e HOYLES, 2000; RECIO e GODINO, 2001; RODRIGUES, 2008).

Para o desenvolvimento do raciocínio lógico dedutivo presente em uma demonstração, é importante que o professor compreenda e aceite diversos níveis de argumentação que os alunos possam a vir a apresentar para provar um dado resultado, compreender a relação dos elementos cognitivos com a faixa etária do educando e os conhecimentos adquiridos até a presente fase escolar. Por isso, muitos Educadores Matemáticos assumem uma postura de afastamento quanto à exigência ou dependência extrema de provas rigorosas em Matemática, dando ênfase na concepção de prova como argumento convincente. Diante do exposto o papel do professor ao explicar uma prova matemática é mostrar ao educando que provar um resultado matemático é validar a declaração feita, a partir de hipóteses verificadas e certificadas como verdadeiras. Ensinar por meio de uma prova consiste em mostrar ao educando a validade da declaração feita, exibindo as etapas do processo dedutivo, para assim desenvolver no educando o raciocínio lógico-dedutivo e com isto possibilitar a construção de habilidades e competências, com aquelas registradas nos PCN’s (AGUILAR e NASSER, 2014).

O conceito de provas e demonstrações pode ser encontrado como palavras sinônimas na literatura como abordam os matemáticos da academia, em particular as pesquisas de Pietropaolo (2005) e De Villiers (2001) consideram provas e demonstrações palavras com o mesmo significado. Ou apresentar diferença como defende Harel e Sowder (2007) ao definirem esquema demonstrativo de uma pessoa e Balacheff (1987) ao apresentar tipos de provas que ajudam na análise das respostas dadas pelos alunos. Balacheff (1987) diferencia as palavras ‘explicar’, ‘provar’ e ‘demonstrar’ embora reconheça que os termos ‘provar’ e ‘demonstrar’ sejam sinônimos para os matemáticos. Ambos Harel e Sowder (2007) e Balacheff (1987) apresentam vários níveis de prova baseados em estudos empíricos que mostraram as maneiras de como os alunos comprovam os seus resultados matemáticos. Para nossa pesquisa iremos adotar as distinções entre os termos explicar, provar e demonstrar propostas por Balacheff:

> Chamamos **explicação** um discurso que visa tornar compreensível o caráter de verdade, adquirido pelo locutor de uma proposição ou de um resultado. As razões podem ser discutidas, recusadas ou aceitas.
> Chamamos **prova** uma explicação aceita por uma comunidade em um determinado momento. Essa decisão pode ser objeto de um debate entre a significação e a exigência de determinar um sistema de validação comum aos interlocutores.
> Entre as provas, certamente há uma em particular, elas são uma sequência de enunciados seguindo regras determinadas: um enunciado é conhecido como sendo verdadeiro, ou bem é obtido a partir daqueles que lhe precedem com o auxílio de uma regra de dedução tomada de um conjunto de regras bem definidas. Chamamos **demonstração** essas provas.
> Nós reservamos a palavra **raciocínio** para designar a atividade intelectual, na maior parte do tempo não explícita e manipulação de informações para, a partir de dados, produzir novas informações. (BALACHEFF, 1987, p. 147-148)

Sabemos que, na visão dos matemáticos da academia, a prova formal é a maneira pela qual se valida um resultado matemático. No entanto, encontramos pesquisadores como Gila Hanna do Canadá, e Nicholas Ballacheff da França, que consideram a prova ingênua ou informal como uma explicação aceitável, que pode apresentar vários níveis de rigorosidade, dependendo da idade e do ano de escolaridade do aluno que expõe a prova (NASSER e TINOCO, 2003).

Um aspecto importante que as pesquisas mostram quando são propostas atividades que requerem dos alunos do Ensino Básico que justifiquem suas respostas é a preferência por provas ingênuas, informais, com destaque para aquelas que recorrem a exemplos, aplicação de técnicas operacionais, fórmulas e procedimentos utilizados sem o devido entendimento conceitual (AGUILAR e NASSER, 2012).

Diante disso, Balacheff (1987) traz-nos alguns tipos de provas que ajudam na análise das respostas dadas pelos alunos:

- *Empirismo ingênuo*: Consiste em afirmar a verdade de uma proposição após a verificação de alguns casos. É considerado o primeiro passo no processo de generalização;
- *Experimento Crucial*: Consiste em afirmar a verdade de uma proposição após a verificação para um caso especial, geralmente não familiar;
- *Exemplo Genérico*: Consiste em afirmar a verdade de uma proposição após a manipulação de alguns exemplos de modo a deixá-los com uma característica que representa uma classe de objetos;
- *Experimento de pensamento*: Consiste em afirmar a verdade de uma proposição de forma genérica, porém baseada no estudo de alguns casos específicos.

Para esse autor, os quatro tipos de provas apresentados encontram-se entre as provas pragmáticas e provas intelectuais:

- A prova pragmática é hipotecada pela singularidade do acontecimento que a constitui, é preciso aceitar seu caráter genérico. Ela é, além disso, tributária de um contingente material: ferramentas imprecisas, defeitos de funcionamento;

- A prova intelectual mobiliza uma significação contra outra, uma pertinência contra outra, uma racionalidade contra outra (BALACHEFF, 1987, p. 157).

Assim, o empirismo ingênuo e o experimento crucial se enquadram na prova pragmática, e o experimento de pensamento na prova intelectual. O exemplo genérico pode ser enquadrado nos dois, pois, "consiste na explicação das razões que validam uma propriedade que encerra uma generalidade, mesmo fazendo uso de um representante particular" (GRAVINA, 2001, p.67).

Portanto, para nossa análise dos dados, consideraremos os quatro tipos de provas propostos por Balacheff (1987) por classificarem justificativas empíricas e formais, as quais retratam melhor o perfil dos tipos de provas predominantes em pesquisas brasileiras quando são propostas atividades que requerem dos alunos do Ensino Básico que justifiquem suas respostas.

2. METODOLOGIA

Em nossa pesquisa utilizamos Yin (2015) como referência para o estudo de caso, Marconi e Lakatos (2011) e Bogdan e Biklen (2013) como fundamentação teórica para realização da coleta dos dados com métodos qualitativos. Isto é, elaborou-se uma *Proposta*

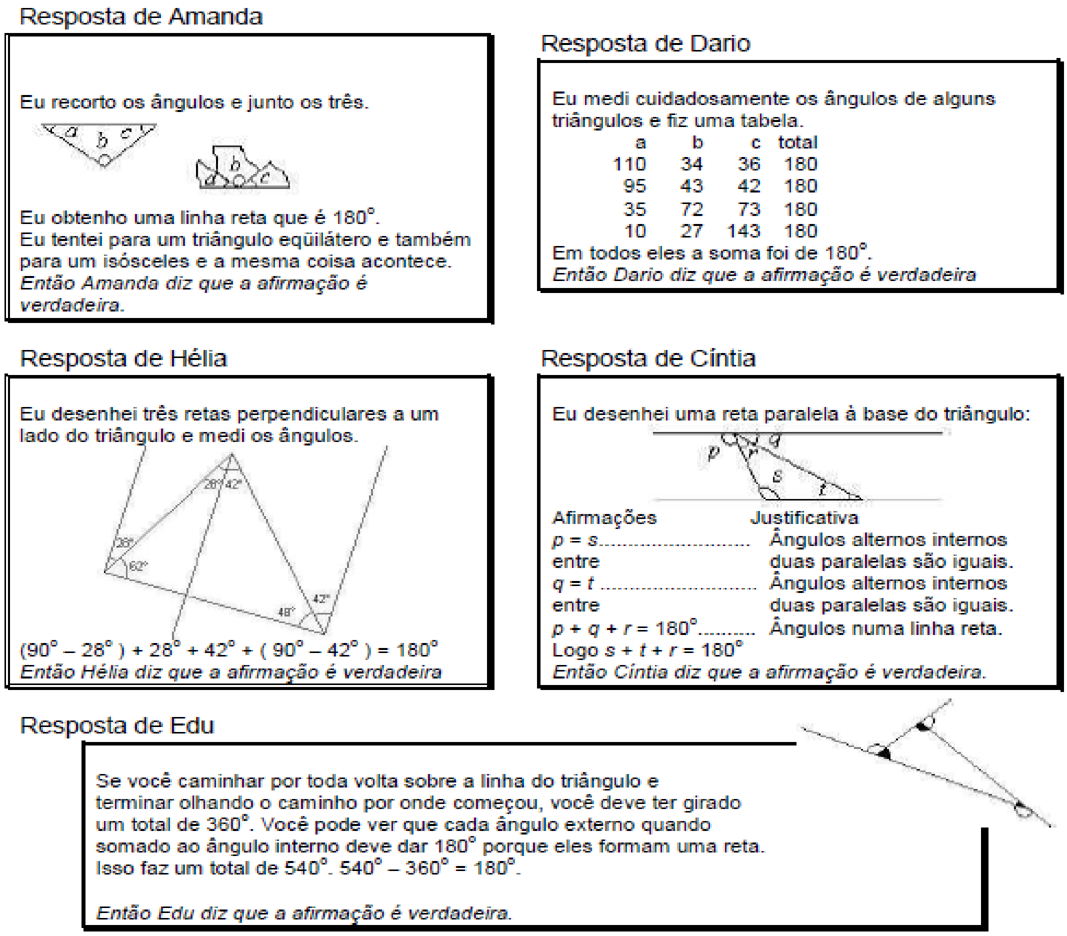
Didática composta por treze questões divididas em três partes. A primeira parte composta de oito questões abordando o Teorema de Pitágoras, a segunda de três questões abordando o Teorema da Soma dos Ângulos Internos de um Triângulo qualquer, e a terceira de duas questões envolvendo o Teorema do Ângulo Externo de um triângulo qualquer. Para esse artigo utilizaremos as Atividades 1 e 3 da segunda parte da *Proposta Didática*.

A *Proposta Didática* foi aplicada no dia 17 de junho de 2015 em uma Escola Pública Estadual da cidade de Areia, Paraíba, em uma turma do 1º Ano do Ensino Médio da Educação Básica, com 19 alunos divididos em oito duplas e um trio.

Para nossa análise escolhemos a dupla que obteve melhor desempenho na *Proposta Didática*. No estudo de caso da dupla analisamos dentre outras categorias os tipos de provas apresentados na *Proposta Didática* proposta pela dupla. Diante das respostas dadas as atividades classificaremos a respostas dadas em um dos tipos de provas proposto por Balacheff (1987). A seguir analisaremos a primeira e a terceira atividades da segunda parte da *Proposta Didática.*

2.1 Atividade 1, Parte II,

Figura1: Atividade 1 (Parte II)



Resposta de Amanda

Eu recorto os ângulos e junto os três.

Eu obtenho uma linha reta que é 180°.
Eu tentei para um triângulo eqüilátero e também para um isósceles e a mesma coisa acontece.
Então Amanda diz que a afirmação é verdadeira.

Resposta de Dario

Eu medi cuidadosamente os ângulos de alguns triângulos e fiz uma tabela.

a	b	c	total
110	34	36	180
95	43	42	180
35	72	73	180
10	27	143	180

Em todos eles a soma foi de 180°.
Então Dario diz que a afirmação é verdadeira

Resposta de Hélia

Eu desenhei três retas perpendiculares a um lado do triângulo e medi os ângulos.

$(90° – 28°) + 28° + 42° + (90° – 42°) = 180°$
Então Hélia diz que a afirmação é verdadeira

Resposta de Cíntia

Eu desenhei uma reta paralela à base do triângulo:

Afirmações	Justificativa
$p = s$........................ entre	Ângulos alternos internos duas paralelas são iguais.
$q = t$ .... entre	Ângulos alternos internos duas paralelas são iguais.
$p + q + r = 180°$.........	Ângulos numa linha reta.

Logo $s + t + r = 180°$
Então Cíntia diz que a afirmação é verdadeira.

Resposta de Edu

Se você caminhar por toda volta sobre a linha do triângulo e terminar olhando o caminho por onde começou, você deve ter girado um total de 360°. Você pode ver que cada ângulo externo quando somado ao ângulo interno deve dar 180° porque eles formam uma reta. Isso faz um total de 540°. 540° – 360° = 180°.

Então Edu diz que a afirmação é verdadeira.

Fonte: adaptado da questão G1 do AProvaMe

a) *Das respostas acima, escolham uma que é a mais parecida com a resposta que vocês dariam se tivessem que resolver esta questão. Justifiquem sua escolha.*

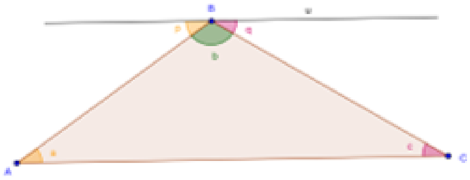
b) *Das respostas acima, escolham aquela para a qual vocês acham que seu professor daria a melhor nota. Justifiquem sua escolha.*

Objetivo: que os alunos selecionassem qual dos tipos de provas propostos por Amanda, Dario, Hélia, Cíntia e Edu, elas dariam caso tivessem que provar se a afirmação é verdadeira.

2.2 Atividade 3, Parte II,

Figura 2: Atividade 3 (Parte II)

(3) (nossa autoria) Seja um triângulo ABC qualquer com ângulos internos a, b e c. A figura abaixo ilustra uma construção geométrica que auxilia na demonstração da propriedade de que "em todo triângulo a soma dos ângulos internos é 180°":



a) Como são chamados os elementos geométricos representados por u, B, a e $\overline{AC}$?

____

____

____

b) Vocês conseguem identificar alguma propriedade na figura. Qual (is)?

____

____

____

c) Coloquem em ordem, de 1 a 5, as frases abaixo a fim de obter a demonstração do teorema da soma dos ângulos internos de um triângulo:

( ) $p + b + q = 180°$

( ) Seja um triângulo ABC qualquer e nomeamos seus ângulos internos como a, b e c

( ) $p = a$ e $q = c$, pois, são ângulos alternos internos

( ) Pelo vértice B, traçamos uma reta paralela ao lado $\overline{AC}$ obtendo $\hat{p}$ e $\hat{q}$

( ) Conclusão: $a + b + c = 180°$.

d) Demonstrem de outra maneira que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°.

Fonte: Proposta Didática

Objetivo: Letra (d): Que os alunos consigam demonstrar o Teorema da Soma dos Ângulos Internos de um Triângulo de maneira diferente da proposta anteriormente.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para análise dos dados obtidos em nossa *Proposta Didática* classificamos as respostas dadas pela dupla em um dos tipos de provas propostos por Balacheff (1987).

3.1 Atividade 1 (Parte II)

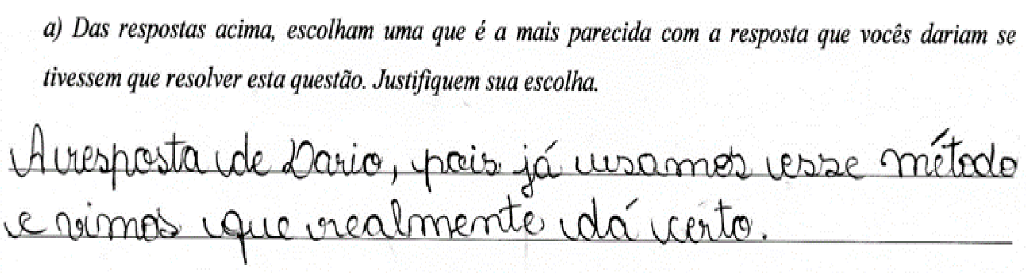
Resultados Esperados: Com essa atividade pretendemos que os alunos selecionassem qual dos tipos de provas propostos por Amanda, Dario, Hélia, Cíntia e Edu, elas dariam caso tivessem que provar se a afirmação é verdadeira.

Dessa forma:

- Prova de Amanda: é uma resposta do tipo Empirismo Ingênuo (Prova Pragmática);
- Prova de Dario: é uma resposta do tipo Empirismo Ingênuo (forma mais rudimentar de uma prova Pragmática);
- Prova de Hélia: é uma resposta do tipo Experimento Crucial (Prova Pragmática)
- Prova de Cíntia: é uma resposta do tipo Experimento de Pensamento (Prova Intelectual);
- Prova de Edu: é uma resposta do tipo Exemplo Genérico (transita entre a Prova Pragmática e a Intelectual).

Resultados Obtidos:

Figura 3: Resposta do item *a* da Atividade 1 (Parte II)


a) Das respostas acima, escolham uma que é a mais parecida com a resposta que vocês dariam se tivessem que resolver esta questão. Justifiquem sua escolha.

A resposta de Dario, pois já usamos esse método e vimos que realmente dá certo.

Fonte: Proposta Didática resolvida pela dupla Aline e Tamara

A dupla Aline e Tamara respondeu de acordo com a resposta de Dario, o qual, mediu os ângulos dos triângulos e percebeu ao somar essas medidas que sempre obteria o valor de 180°, como consequência concluiu que valia para qualquer triângulo. Desta maneira o tipo de prova que a dupla utilizou foi o *Empirismo Ingênuo*, segundo Balacheff (1987).

No item b, pedimos que: Das respostas acima, escolham aquela para a qual vocês acham que seu professor daria a melhor nota. Justifique sua escolha.

Figura 4: Resposta do item b da Atividade 1 (Parte II)

A resposta de Edu, porque é mais complexa e de uma lógica mais avançada e bem elaborada.

Fonte: Proposta Didática resolvida pela dupla Aline e Tamara

No entendimento da dupla a opção pela resposta de Edu seria a mais elaborada para um professor responder, no entanto é um tipo de prova que transita entre a prova pragmática e a Intelectual, o *Exemplo Genérico* segundo Balacheff (1987).

3.2 Atividade 3 (Parte II), apenas o item d

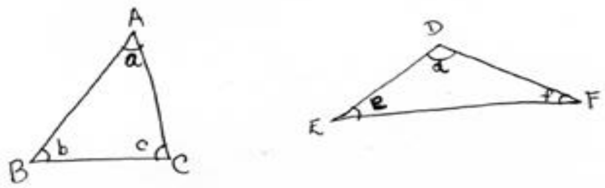
Resultado Esperado: Que a dupla demonstre de uma maneira diferente o Teorema da Soma dos Ângulos Internos de um Triângulo. Neste item os alunos estão livres para provar da maneira que pensarem correto.

Resultado Obtido:

Figura 5: Resposta do item d da Atividade 3 (Parte II)

d) Demonstrem de outra maneira que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°.

Se compararmos a soma dos ângulos internos de vários triângulos poderemos ver que todos serão 180°. E proporcionalmente, se observarmos os triângulos abaixo pode concluir que:



+ Se o triângulo $\overline{ABC}$ for modificado para o triângulo $\overline{DEF}$, o vértice A aumentará o tamanho do ângulo e consequentemente os outros dois diminuirão.

+ Portanto, os ângulos mudarão, mas sua soma será a mesma.

Fonte: Proposta Didática resolvida pela dupla Aline e Tamara

Percebemos pela resolução da dupla, que eles utilizaram o fato de sempre ao medirmos os ângulos de um triângulo e depois somarmos obteremos 180º.

Parece-nos que os alunos imaginaram utilizar um aplicativo de Geometria Dinâmica ou o Geoplano ou palitos de picolé para modificar o triângulo e consequentemente os seus ângulos internos.

Essa explicação de que a soma da medida dos ângulos internos de um triângulo é 180º foi uma maneira de justificar, por meio da análise de alguns casos particulares que sua validade pode ser generalizada para todos os triângulos. Balacheff, (1987) classifica essa maneira de justificar de *Empirismo Ingênuo*. Vale salientar que esse nível de justificativa dada pela dupla é considerado por Balacheff, (1987) como o primeiro passo no processo de generalização.

4. CONCLUSÕES

Neste artigo buscamos analisar os tipos de provas utilizadas pela dupla para resolver duas atividades da *Proposta Didática*. Os resultados mostraram que a dupla utilizou das provas pragmáticas para justificar as suas ideias a respeito das atividades propostas, as quais se enquadram em dois tipos de provas segundo Balacheff (1987): *o Empirismo Ingênuo*, definido por Balacheff (1987), o qual essas alunas utilizaram casos particulares para conjecturar uma afirmação, esse tipo de prova esteve presente nas Atividades: 1 (Parte II) item (a) e 3 (Parte II) item (d). O outro tipo de prova, o *Exemplo Gerérico*, definido por Balacheff (1987) esteve presente na Atividade 1 (Parte II) item (b) e foi escolhido pela dupla entre outras por pensarem ser um tipo de prova intelectual.

Diante do exposto, a dupla utilizou ao ser exposta a atividades que exigiam uma demonstração para a afirmação, a prova do tipo *Empirismo Ingênuo* segundo Balacheff (1987) e quando foi pedido a escolha de uma demonstração dentre varias opções foi indicado pela dupla o tipos de provas *Empirismo Ingênuo* e *Exemplo Genérico* segundo Balacheff (1987).

Esses nossos resultados retratam o que outras pesquisas já mencionaram, ou seja, os estudos apresentados em nível do currículo realizado mostram que a maior parte dos estudantes, em todos os países, desde os níveis mais básicos até o nível superior, usam estratégias demonstrativas empíricas (CHAZAN & LUEKE, 2009; HEALY & HOYLES,

2000; RECIO & GODINO, 2001; RODRIGUES, 2008). E, por isso, é importante, principalmente na Educação Básica, valorizar as justificativas dadas pelos alunos quando esses tentam validar suas ideias a respeito de uma afirmação. Assim comungamos do mesmo pensamento que Aguilar e Nasser (2014) ao afirmar que o professor deve compreender e aceitar diversos níveis de argumentação que os alunos possam a vir a apresentar para provar um dado resultado, como também compreender a relação dos elementos cognitivos.

Em vista disso, entendemos ser importante o trabalho com as provas e demonstraões matemáticas em sala de aula com o aluno, desde os Anos Iniciais, com conteúdos e metodologias adequadas à sua faixa etária, contribuindo para que o aluno adquira o hábito de explicar seus resultados matemáticos, por meio de hipóteses verificadas e certificadas como verdadeiras. Assim, conseguiremos formá-lo um cidadão crítico e capaz de defender suas ideias, não apenas matemáticamente como também socialmente.

REFERÊNCIAS

AGUILAR JUNIOR, C. A., NASSER, L. **Analisando justificativas e Argumentação Matemática de Alunos do Ensino Fundamental**. Vidya. v. 32, nº 2, p. 133-147, 2012.

ALMOULOUD, S. **Prova e demonstração em matemática: problemática de seus processos de ensino e aprendizagem**. Grupo de Educação Matemática GT 19, 2007.

BALACHEFF, N. **Processus de Preuve et Situations de Validation**. In: Education Studies in Mathematics. n. 18. p. 147-176, 1987.

BOGDAN, R. e BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução a teoria e aos métodos**. Porto Editora, p. 336, 2013.

CHAZAN, D., & LUEKE, M. **Exploring relationships between disciplinary knowledge and school mathematics: Implications for undertanding the place of reasoning and proof in school mathematics**. In. D. Stylianou, M. Blanton e E. Knuth (Eds.), Teaching and learnig proof across the grades: A K-16 perspective (pp. 21-39). New York: Routledge, 2009.

DE VILLIERS, M. **Papel e funções da demonstração nos trabalhos com o sketchpad. Educação e Matemática**, n. 63, p. 31-36, jun. 2001. Educação Matemática nº 63 Maio/junho de 2001. (Versão traduzida do artigo "The role and function of proof in mathematics", Pythagoras, Nov. 1990, 24, 17-24).

GRAVINA, M. A. **Os ambientes de Geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo**. Porto Alegre, 2001. Tese de doutorado – Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

HEALY, L., & HOYLES, C. **A study of proof conceptions in álgebra. Journal for Research in Mathematics Education**, 31 (4), p. 396-428, 2000.

HEALY, L., JAHN, A. P., PITTA COELHO, S. **Concepções de Professores de Matemática sobre prova e seu ensino: mudanças e contribuições associadas à participação em um projeto de pesquisa**. Caxambu, Brasil. p. 24, 2007. In: Anais da 30ª Reunião Anual da ANPEd: 30 anos de pesquisa e compromisso social.

NASSER, L e TINOCO, L.A. **Argumentação e provas no ensino da matemática**. 2ª ed. Rio de Janeiro, 2003. UFRJ/Projeto Fundão.

SANTOS, M. C., et al. **Função Polinomial do 2º grau: Um estudo do Potencial Argumentativo Matemático dos alunos do 3º ano do Ensino Médio**, 2014a. In: Congresso Nacional de Educação, CONEDU, 18 a 20 de setembro de 2014. Campina Grande – PB.

SANTOS, M. C., et al. **Conhecimentos matemáticos: até que ponto os alunos do último ano da educação básica conseguem argumentar sobre triângulos?** 2014b. In: VIII Encontro Paraibano de Educação Matemática – EPBEM, 27 a 29 de Novembro de 2014, Campina Grande – PB.

MARCONI, M. A. & LAKATOS, E. M. **Metodologia Científica**, Editora Altlas, 6ª ed., p. 314, 2011.

RECIO, A., & GOLDINO, J. **Institucional and personal meanings of mathematical proof. Educational Studies in Mathematics**, 48(1), 83-99, 2001.

RODRIGUES, M. **A demonstração na prática social da aula de Matemática** (Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa). Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 2008.

YIN, R. K. **Estudo de caso: planejamento e métodos**. 5ª ed. Porto Alegre: Brookman, p. 320, 2015.