EXPERIÊNCIA DIDÁTICA COM O GEOGEBRA: ABORDAGEM INTRODUTÓRIA SOBRE O CONTEÚDO ELIPSE

Maria Wellyda Aguiar Carvalho [1]
Francisco das Chagas Crispim Ramos Junior [2]
Thaynara de Lima dos Santos [3]
Cristiane Lima Cordeiro [4]
Maria José Herculano Macedo [5]

RESUMO

A presente pesquisa teve como objetivo relatar uma experiência de uma ação de ensino voltada à discentes universitários, para isso se analisou as respostas de 26 acadêmicos atribuídas a uma sequência didática utilizada em uma abordagem introdutória do conteúdo Elipse. Dessa forma, o relato enfoca os principais erros cometidos pelos participantes durante o processo de construção das respostas e ainda permitiu identificar a função do GeoGebra ao longo da construção da aprendizagem. Os resultados revelaram erros associados aos elementos de um par ordenado, construção gráfica e os elementos da Elipse. O software mostrou-se auxiliar na correção de erros associados a abordagem geométrica do objeto matemático e não inibiu a importância ofertada a abordagem teórica, a construção manual e a abordagem algébrica dos elementos da cônica citada, sendo o recurso tecnológico um suporte ao ensino remoto.

Palavras-chave: GeoGebra, Ensino Remoto, Elipse

INTRODUÇÃO

Atualmente, no contexto educacional, muito se fala sobre as metodologias usadas pelos docentes, em razão disso, naturalmente se forma uma comparação entre o que conhecemos como metodologias tradicionais; as que predominam desde o início da formação do sujeito, e as metodologias ativas ou construtivistas; que são as mais atuais no campo da prática de ensino. No que se refere ao ensino matemático, um dos principais problemas enfrentados nesta prática, encontra-se na adoção de metodologias capazes de tornar este ensino mais inovador e promissor, fugindo desta forma das

[1] Graduanda do Curso de Ciências Naturais/Química da Universidade Federal do Maranhão – UFMA, mariawellyda_ufma@outlook.com;
[2] Graduando do Curso de Ciências Naturais/Química da Universidade Federal do Maranhão – UFMA, fjcomcrispim@gmail.com;
[3] Graduanda do Curso de Ciências Naturais/Química da Universidade Federal do Maranhão – UFMA, santosthaynara79@gmail.com;
[4] Graduada em Ciências Naturais/Química da Universidade Federal do Maranhão – UFMA, cristiane1995cordeiro@gmail.com;
[5] Doutora em Meteorologia pela Universidade Federal de Campina Grande – UFCG, maria.macedo@ufma.br;

“amarras” do tradicionalismo, notadas pelo uso exclusivo do livro didático e da lousa, sem tornar o discente sujeito ativo no processo de aprendizagem.

Para que ocorra mudanças no ensino matemático de modo que este se torne um ensino mais atrativo e promissor, a ação docente se torna indispensável e desafiadora, pois estes atores devem “[...]atender as expectativas dos educandos e fundamentar o conhecimento científico” (LUIZ; COL, 2013, p. 1) e ainda devem criar estratégias onde os discentes possam atribuir sentido e construir significados acerca das ideias matemáticas (LUIZ; COL, 2013).

Nessa perspectiva, as Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs), trazem consigo novas possibilidades de se ensinar matemática, uma vez que estas, apresentam flexibilidades de uso, além de proporcionar dinamização e interação durante a aula, oportunizando trocas de conhecimentos mútuas, conforme mencionam Carneiro e Passos (2014, p. 105) “professor e aluno tornam-se atores cooperativos e, dessa forma, desenvolvem-se e constroem novos conhecimentos”. Em consonância a estes fatos, faz-se necessário destacar a importância das TICs no que se refere ao ensino remoto, visto que, este cenário utiliza em totalidade todo e qualquer mecanismo tecnológico, desde as aulas, aos materiais disponibilizados em plataformas e redes sociais, como por exemplo o WhatsApp.

Os autores Moreira e Schlemmer (2020, p. 8), destacam que, o ensino remoto, determina uma nova realidade, que estabelece aulas e demais recursos por meio de um distanciamento geográfico significativo entre docentes e educandos; está modalidade de ensino está sendo cada vez mais adotada por instituições educacionais no mundo inteiro, pela praticidade, flexibilidade quanto a horários e cumprimento de tarefas e demais atividades.

Partindo desse pressuposto, temos no ensino da matemática o software GeoGebra, este permite ao observador visualizar com precisão objetos matemáticos e manipulá-los com facilidade de modo a proporcionar uma maior compreensão das características presentes na interpretação geométrica, levando o aluno a perceber as variações e os diversos caminhos disponíveis ao longo da construção (OLIVEIRA, 2016, p. 59). Além disso, esta ferramenta tecnológica dispõe de vários recursos capazes de favorecer a dinamicidade e ludicidade durante as aulas de matemática, assim o professor pode se adequar às TICs e se fortalecer o ensino matemático (OLIVEIRA, 2016, p. 59).

O GeoGebra utilizado no ensino de cônicas permite aos participantes visualizarem, de maneira rápida e eficiente, mudanças na forma ou posição das figuras de acordo com as mudanças feitas nas equações permitindo mostrar grande variedade de exemplos (MELO, 2016, p. 6). O software permite também, através da visualização das figuras, o estudo das cônicas "[...] de uma forma mais clara, atraente, mais simples e, consequentemente, mais compreensível e interessante para os discentes, permitindo-lhes construir, experimentar e conjeturar (FURTADO; GONÇALVES, 2018, p.71). No que se refere a abordagem do uso do software no ensino de Elipse, é possível visualizar através da zona gráfica focos, distâncias focais, eixos, centro, vértices e assíntotas, facilitando a construção de uma aprendizagem dinâmica, clara e objetiva (RODRIGUES, 2015, p. 51).

Tendo em vista tais informações, o presente estudo apresenta como objetivo relatar uma experiência decorrente de uma ação de ensino com o uso do software GeoGebra e identificar os principais erros cometidos pelos discentes universitários durante uma abordagem introdutória do conteúdo Elipse.

METODOLOGIA

O presente trabalho apresenta uma abordagem quanti-qualitativa, uma vez que se tratam de abordagens que ao serem quantificadas e qualificadas simultaneamente fortalecem os argumentos, tornando os indicadores importantes dentro do estudo em questão, como evidencia Oliveira (1996, p. 44):

> a pesquisa quantitativa não se coloca em oposição à qualitativa. Tomo como pressuposto que as duas convergem para a complementaridade mútua, sem vincular os procedimentos e técnicas a questões metodológicas e paradigmáticas, ou seja, o tratamento quantitativo exclusivamente ao positivismo e as abordagens qualitativas ao pensamento interpretativo (fenomenologia, dialética, hermenêutica...).

Participaram da pesquisa 26 discentes universitários do curso de Licenciatura em Ciências Naturais/Química da Universidade Federal do Maranhão (Campus São Bernardo) durante as aulas do Componente Curricular Vetores e Geometria Analítica.

As aulas eram ministradas de forma remota com o uso da plataforma GooGle Meet e nessas a docente apresentou a teoria acerca do tema Elipse e uma abordagem prática, através da resolução de exercícios, realizadas apenas com o software ou intercalada a esse a construção manual da resposta da questão.

Concluída a apresentação do aporte teórico pela docente, os acadêmicos foram divididos em 14 equipes, 12 delas eram duplas e as outras duas eram compostas de apenas 1 discente. Esses realizaram a construção de seis atividades. Porém, ao longo desse trabalho será apresentada as construções e resoluções associadas apenas a primeira questão.

Nessa, na alternativa "a" as equipes eram convidadas a encontrar os elementos da elipse de forma manual (centro, vértices, focos e excentricidade), na letra "b" tinham que através da construção solicitada encontrar a relação entre a soma da distância entre os focos e o ponto pertencente a elipse de modo a estabelecer a definição de elipse através da observação da construção realizada no GeoGebra e a letra "c" solicitava um *print* da construção realizada com a obtenção de todos os elementos solicitados na alternativa anterior.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

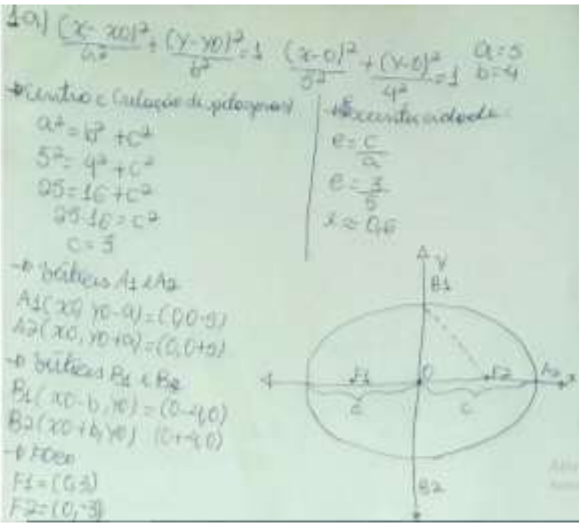
Na letra "a" da primeira Questão era solicitado os cálculos manuais dos elementos da Elipse (centro, vértices e focos) além de sua excentricidade. A equipe 1 encontrou os itens solicitados, fez um esboço do modelo correto da construção, porém errou nos valores das abscissas e ordenadas dos pontos, conforme Figura 1. No entanto, essa característica não foi verificada na construção realizada com o software na alternativa c dessa questão, pois os discentes realizaram a construção da forma correta. Nesse aspecto, o software pode servir de auxiliar na correção de erros, esse fato corrobora com Sá e Machado (2017, p.5) ao descreverem "o software oferece uma visão ampla de todas as etapas da resolução e ainda facilita o encontro e a correção de seu erro, fazendo com que o aluno construa seu próprio conhecimento [...]".

Figura 1 – Questão 1 e resolução da alternativa “a” pela Equipe 1 e pela Equipe 4

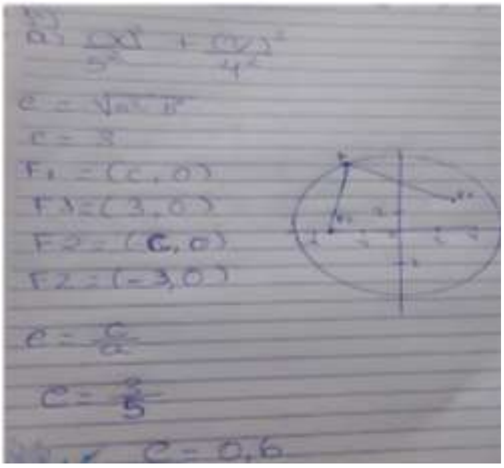
1) Insira no campo de entrada do GeoGebra a equação $\frac{(x-xo)^2}{a^2}+\frac{(y-yo)^2}{b^2}=1$. Observe que o “xo”, “yo”, “a” e o “b” serão números representados por controles deslizantes. Altere as configurações de “a” e “b” para o intervalo de 1 a 100. **Lembre-se a>b.**

a) Considere xo = 0, yo = 0, a = 5 e b = 4. Encontre o centro, os vértices, os focos e a excentricidade da elipse. De forma manual.

Equipe 1



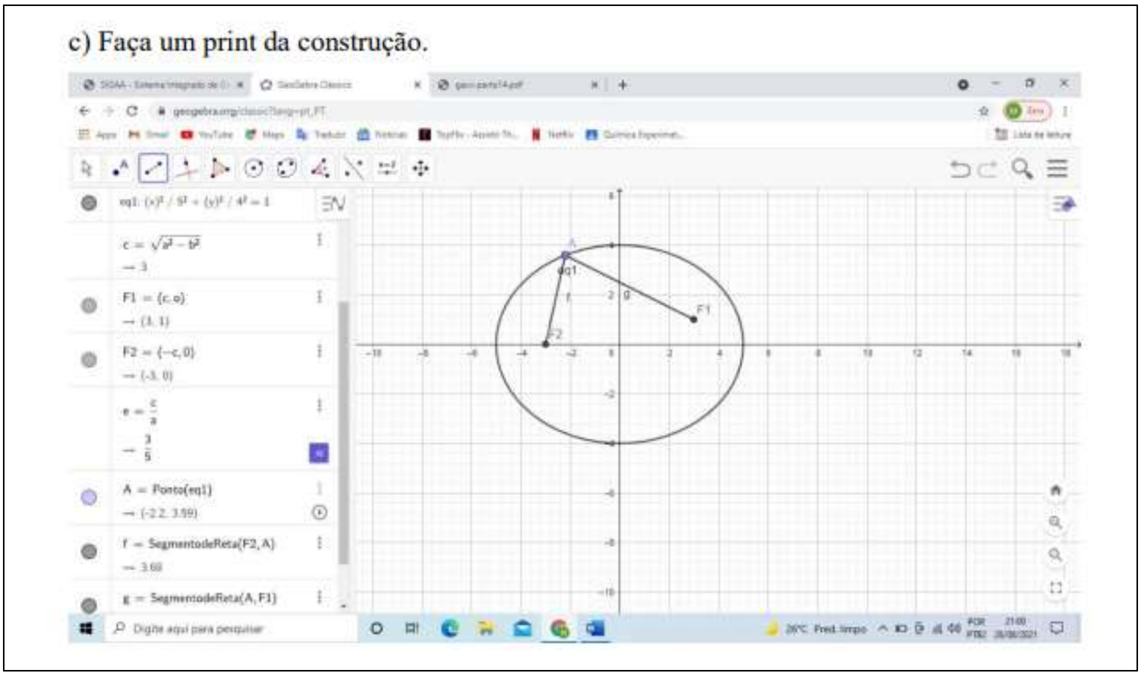
Equipe 4



Fonte: Os autores, 2021.

A Equipe 2, fez uma interpretação incorreta da identificação do valor de a² e b², consideraram sendo esses os valores numéricos de a e b errando toda a questão. Apenas acertaram a obtenção do centro da elipse. A equipe 4, representou o centro corretamente no esboço gráfico, encontraram a excentricidade obtida de forma correta, conforme Figura 1. Porém, os vértices não foram encontrados. Quanto aos focos, a obtenção desses de forma numérica foi obtida de forma correta, no entanto, a equipe fez uma construção manual, onde o ponto F1 não se encontra sob o eixo horizontal, isso indica dificuldades no entendimento dos conceitos relacionados aos elementos da elipse, pois os dois focos encontram-se sobre o eixo das abscissas. Na construção com o uso do software (Questão 1 alternativa c) se manteve o erro, ou seja, em alguns casos é necessário se ter o entendimento da abordagem teórica para a construção no aplicativo, pois caso contrário é reproduzido apenas uma construção com base em um entendimento incorreto dos elementos matemáticos, conforme Figura 2.

Figura 2 – Representação gráfica da Elipse construída no GeoGebra (Equipe 4)

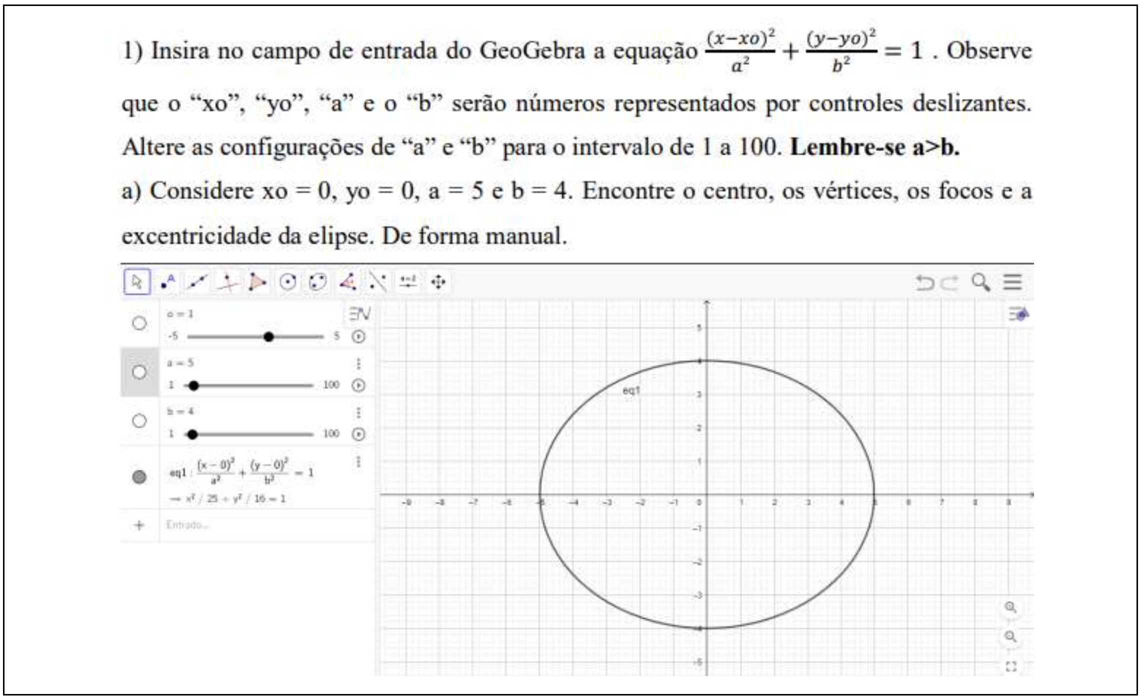


Fonte: Os autores, 2021.

A Equipe 7 e 14 encontraram todos os elementos da Elipse, porém por falta de atenção não encontraram o valor da excentridade. Fato esse também verificado na resolução feita pela Equipe 10. Além disso, os alunos da última não mencionaram as coordenadas do centro.

A Equipe 12, conforme Figura 3, identificaram o semieixo maior, semieixo menor e a equação algébrica da elipse de forma correta, esses itens são importantes durante a determinação dos elementos da Elipse, porém observou-se dificuldades na construção manual, pois a equipe optou em realizar a construção fazendo apenas o uso do aplicativo, ou seja, substituíram o cálculo manual pela tecnologia. Porém como citam Bairral e Lobo (2020, p. 81) e Reis e Martins Junior (2016, p. 9) o uso de lápis e caderno, articulado à tecnologia, mostra que uma ferramenta não precisa substituir a outra, podemos utilizar ambas para melhorar a aprendizagem dos discentes, articulado a teoria com a prática representativa.

Figura 3 – Resolução da Questão 1 alternativa “a” pela Equipe 12.



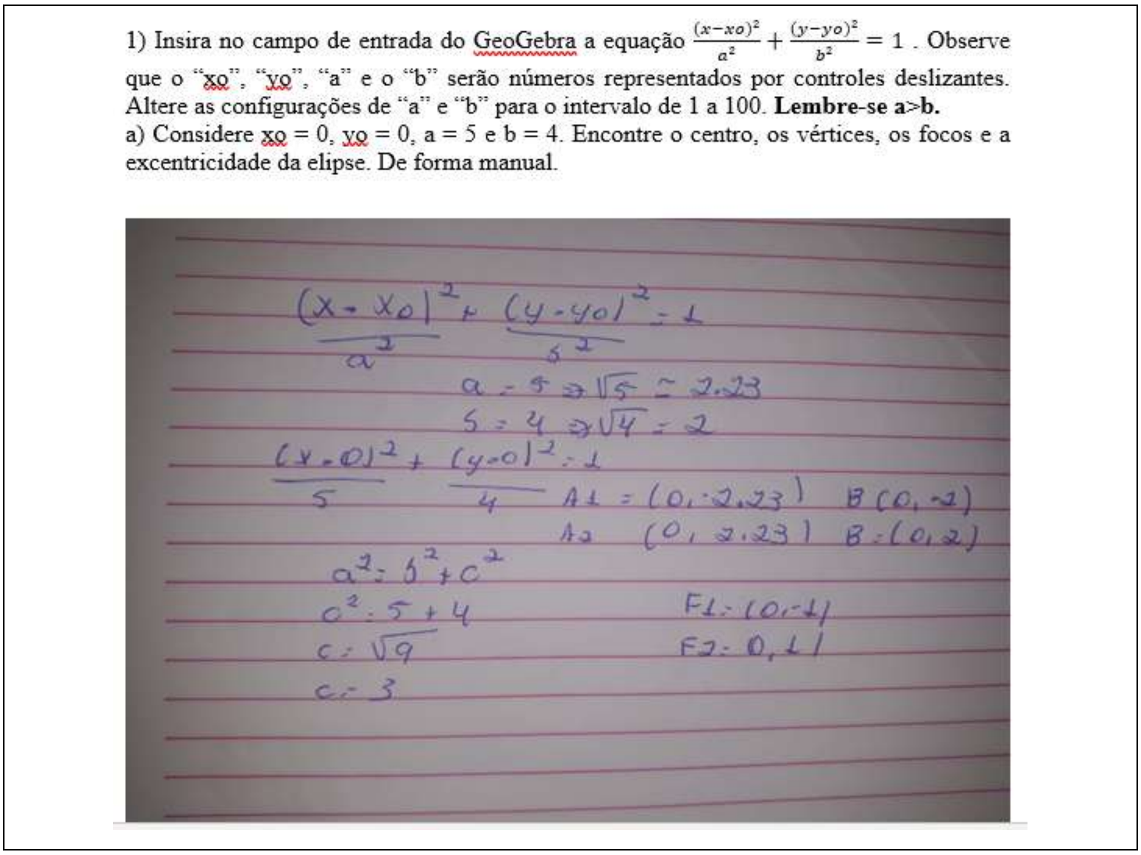
1) Insira no campo de entrada do GeoGebra a equação $\frac{(x-xo)^2}{a^2}+\frac{(y-yo)^2}{b^2}=1$. Observe que o “xo”, “yo”, “a” e o “b” serão números representados por controles deslizantes. Altere as configurações de “a” e “b” para o intervalo de 1 a 100. **Lembre-se a>b.**

a) Considere xo = 0, yo = 0, a = 5 e b = 4. Encontre o centro, os vértices, os focos e a excentricidade da elipse. De forma manual.

Fonte: Os autores, 2021.

Na Figura 4, pode ser verificada a resolução da Questão em destaque anterior pela Equipe 13. Houve erros na identificação do valor de a^2 e b^2, os discentes consideraram esses valores sendo os valores dos semieixos maior e menor, respectivamente. Esse fato influenciou na resolução de toda a questão provocando um erro total. Ainda, pode-se observar erros nos cálculos numéricos para a obtenção do valor da semi distância focal (c).

Figura 4 – Resolução da Questão 1 (alternativa a) pela Equipe 13


1) Insira no campo de entrada do GeoGebra a equação $\frac{(x-xo)^2}{a^2} + \frac{(y-yo)^2}{b^2} = 1$. Observe que o "xo", "yo", "a" e o "b" serão números representados por controles deslizantes. Altere as configurações de "a" e "b" para o intervalo de 1 a 100. **Lembre-se a>b.**
a) Considere xo = 0, yo = 0, a = 5 e b = 4. Encontre o centro, os vértices, os focos e a excentricidade da elipse. De forma manual.

$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1$

$a = 5 \Rightarrow \sqrt{5} \cong 2.23$

$b = 4 \Rightarrow \sqrt{4} = 2$

$\frac{(x-0)^2}{5} + \frac{(y-0)^2}{4} = 1$ $A1 = (0, -2.23)$ $B(0, -2)$

$A2 \; (0, 2.23)$ $B: (0, 2)$

$a^2 = b^2 + c^2$

$c^2 = 5 + 4$ $F1 = (0, -1)$

$c = \sqrt{9}$ $F2 = 0, 1)$

$c = 3$

Fonte: Os autores, 2021.

O item b da Questão 1 apresentava a descrição da definição de Elipse e na alternativa c a construção gráfica decorrente da letra b. As Equipes 3 e 6 (sendo a última representada na Figura 5) responderam a questão fazendo uma analogia ao conceito de excentricidade indicando o fato dessa razão não ser alterada com a animação do ponto construído, de fato a excentricidade não sofre alteração quando se anima o ponto pertencente a elipse, essa ação na construção geométrica possibilitava verificar que a soma dos segmentos construídos eram constantes e alguns discentes (Equipes 7, 8, 9, 10, 12 e 14) complementaram essa afirmação descrevendo que esse somatório corresponde ao tamanho do eixo maior, fato que configura a definição de Elipse.

Figura 5 – Descrição dos erros alternativa b da Questão 1.

Equipe 3

b) Usando a ferramenta "ponto" do software construa um ponto (Ponto A) sobre a elipse. Em seguida, construa segmentos com origem nos focos da Elipse e extremidade no ponto A. Logo após, encontre a soma dos segmentos. Feito isso anime o ponto construído. O que pode ser concluído acerca da distância entre os focos e o ponto pertencente a elipse. Justifique sua resposta.

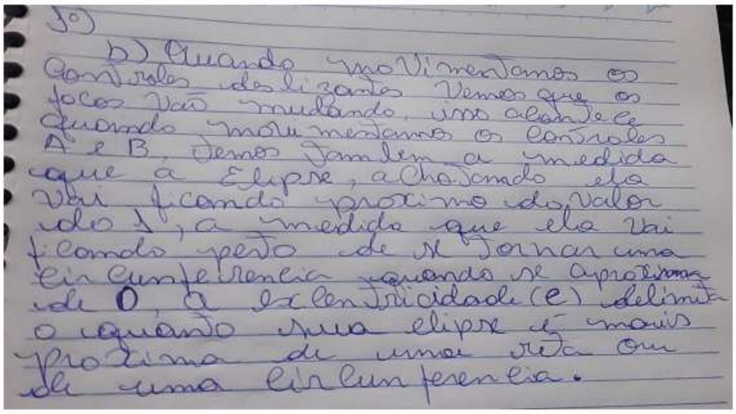
R: Que após animar o ponto A, os segmentos e o ponto vai mudando a medida que vai se movimentando dentro da elipse, mas a excentricidade da elipse não muda.

Equipe 11

Justifique sua resposta.

A soma de b + c e igual a , a^2=b^2+c^2

Equipe 4


1°)
b) Quando movimentamos os controles deslizantes vemos que os focos vão mudando, isso acontece quando movimentamos os controles A e B, vemos também a medida que a elipse, achatando ela vai ficando próximo do valor do 1, a medida que ela vai ficando perto de se tornar uma circunferência quando se aproxima de 0, a excentricidade (e) delimita o quanto sua elipse é mais próxima de uma reta ou de uma circunferência.

Fonte: Os autores, 2021.

De acordo com a Figura 5, a Equipe 11 apresentou um equívoco ao comparar o somatório dos segmentos com a relação fundamental existente entre o semieixo maior, semieixo menor e a semi distância focal. Ainda, a Equipe 4 fez um relato confuso indicando ao movimentar o controle deslizante alterações nos focos, isso não aconteceu na construção, pois as alterações decorrentes da animação afetavam apenas os pontos pertencentes a cônica. Esses discentes ainda relataram as condições e características da elipse ao serem realizadas variações na excentricidade.

Na Tabela 1, é possível identificar uma descrição percentual acerca dos erros/acertos associados a Questão 1 e as Equipes que os cometeram. Pode-se observar que na letra a da questão 1, todas as equipes conseguiram obter a resposta, na qual apenas 35,7% acertaram o que se pedia, ao passo que 50% acertaram/erraram parcialmente e 14,3 % erraram totalmente, já na letra b houve um acréscimo no número de acertos ou seja 64,3% dos discentes responderam corretamente, enquanto que 35,7% erraram ou não souberam responder e esse fato se repetiu na questão c. Assim, observou-se menor acerto total na obtenção dos elementos da elipse de forma manual com os cálculos exigidos para sua obtenção em relação as alternativas em que eram feitas o uso da ferramenta tecnológica.

Tabela 1- Análise percentual de acertos/erros apresentados pelos participantes da pesquisa.

Acertos/erros	**Questões**		
	1a (%)	**1b (%)**	**1c (%)**
Acerto total	Equipes 3, 5, 8, 9 e 11	Equipes 1, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12 e 14	Equipes 1, 3, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 12
Total (%)	**35,7 %**	**64,3%**	**64,3%**
Acerto/erro parcial	Equipes 1, 2, 4, 6, 7, 10 e 14		
Total (%)	**50%**	**0%**	**0%**
Erro total	Equipes 12 e 13	Equipes 3, 4 e 6	Equipes 2 e 4
Total (%)	**14,3%**	**21,4%**	**14,3%**
Não responderam		Equipes 2 e 13	Equipes 9, 13 e 14
Total (%)	**0%**	**14,3%**	**21,4%**

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante a construção da sequência didática pelos acadêmicos, identificou-se erros associados ao conceito e representação da abscissa e ordenada de um ponto, identificação dos elementos da elipse como semieixo maior, semieixo menor e semi distância focal, esses resultados mostram deficiências quanto ao conhecimento do assunto matemático abordado e estas têm origem desde a educação básica. Nesse contexto, o software mostrou-se auxiliar na correção de erros, no entanto, não inibiu a importância do conhecimento teórico associado ao conteúdo Elipse, pois se observou-se construções desse tipo de cônica no GeoGebra diferentes do proposto pela atividade.

Diante desses aspectos o que se pode concluir é que o aplicativo não substituiu a abordagem algébrica manual e serviu de complemento a essa auxiliando os discentes nas dúvidas associadas a construção gráfica e na compreensão de conceitos referentes ao conteúdo trabalhado na pesquisa. Desse modo é de extrema importância o/a docente utilizar e levar para sala de aula ferramentas tecnológicas com características do software abordado, de modo a promover um ensino-aprendizagem do conteúdo Elipse mais dinâmico.

REFERÊNCIAS

BAIRRAL, Marcelo Almeida; LOBO, Rafael Dias. Uso do GeoGebra em Cálculo Diferencial e Integral: Um mapeamento sobre a aprendizagem de Limite. **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo**, São Paulo, v. 9, n. 3, p. 81, 2020. ISSN 2237- 9657. Disponível em: https://doi.org/10.23925/2237-9657.2020.v9i3p074-088. Acesso em: 26 ago. 2021;

BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Brasília: Ministério da Educação, 1997.

CARNEIRO, R.F.; PASSOS, C.L.B. A utilização das Tecnologias de Informação e Comunicação nas aulas de Matemática: limites e possibilidades. **Revista Eletrônica de Educação**. v.8, n.2, p.101-119, 2014.

FURTADO, N. V. K. D.; GONÇALVES, T. V. K. M. GeoGebra como instrumento auxiliar no estudo da propriedade refletora das cónicas: caso elipse. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**, v. 7, n. 1, p. 70–83, 2018. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/34652. Acesso em: 07 set. 2021;

LUIZ, E. A. J. COL, L. **Alternativas metodológicas para o ensino de matemática visando uma aprendizagem significativa**. VI Congresso Internacional de Ensino de Matemática. Canoas, 2013.

MELO, R. de J. S. **O ensino das cônicas com auxílio do software geogebra.** *In:* ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo. **Anais [...].** São Paulo, 2016. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/6023_2530_ID.pdf. Acesso em: 07 set. 2021;

MOREIRA, J. A.; SCHLEMMER, E. Por um novo conceito e paradigma da educação digital onlife. **Revista UFG**, Goiás, v. 20, p. 2 - 35, 2020;

OLIVEIRA, G. M. R. de. Considerações Finais. *In:* OLIVEIRA, Gabriel Mariano Ribeiro de. **Potencialidades do GeoGebra para a aprendizagem do conceito de Derivada.** Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista, 2016, p. 59.

OLIVEIRA, T. F. R. **Estatística na escola (2ºgrau)**. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1974. 77p.

REIS, F. da S.; MARTINS JÚNIOR, J. C. As contribuições da visualização proporcionada pelo GeoGebra à apredizagem de funções derivadas em Cálculo I. *In:* ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo. **Anais [...]**. São Paulo, 2016. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/8057_3666_ID.pdf. Acesso em: 28 set. 2021;

RODRIGUES, G. F. Aplicação em sala de aula. *In:* RODRIGUES, G. F. **As curvas cônicas com o uso do Geogebra.** Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em rede Nacional) – Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2015. f. 51. Disponível em: http://www.repositorio.ufal.br/bitstream/riufal/1507/1/As%20curvas%20c%C3%B4nicas%20com%20o%20uso%20do%20GeoGebra.pdf. Acesso em: 07 set. 2021.

SÁ, A. L. de; MACHADO, M. C. O uso do software geogebra no estudo de funções. *In:* Encontro Virtual de Documentação em Software Livre e Congresso Internacional de Linguagem e Tecnologia Online, 2017 Belo Horizonte. **Anais [...]**, Belo Horizonte, v. 6, n. 1, p. 1-6, jun. 2017. Disponível em: http://evidosol.textolivre.org. Acesso em: 30 set. 2021.