A TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS E SEU USO NA GENERALIZAÇÃO E DEMONSTRAÇÃO DE SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS COM PADRÕES GEOMÉTRICOS

Anderson Antonio de araujo [1]
Eloisa Marciana Kolberg Theisen [2]

RESUMO

A ideia de sequência está presente na vida diária das pessoas pois de certo modo buscamos padrões que nos levem a fazer algum tipo de generalização para termos uma sensação de completude a nossa volta. Cotidianamente encontramos diversos modelos de sequências, temos uma para os meses do ano, para os dias da semana, para os capítulos de um livro bem como o de sequências famosas como a de Fibonacci ou a dos números triangulares. Quando abordado nos livros didáticos esse tema fica muita das vezes restrito a uma visão puramente algébrica deixando de lado outros tipos de abordagem como a geométrica, os alunos têm a tendencia a acreditar que só existem dois tipos de sequências, as progressões aritméticas e geométricas e não são capazes de relacionar uma PA como sendo uma função do primeiro grau. O papel da generalização de padrões levando a uma demonstração também é pouco visto no ambiente escolar e por isso, usando a teoria das situações didáticas de Guy Brousseau procuramos elaborar uma temática para dar um enfoque diferente nesse tópico, contribuindo para um estudo mais efetivo do que seja uma generalização e uma demonstração em matemática. Para isso, fizemos uso de padrões geométricos em sequências numéricas para a partir disso baseados em uma engenharia didática mostrar aos alunos uma amplidão maior de possibilidades de compreender o que significa uma sequência e assim ensinar a realizar generalizações chegando a uma possível demonstração.

Palavras-chave: Sequências numéricas, Guy Brousseau, visualização geométrica, demonstração.

INTRODUÇÃO

Quando estudamos e ensinamos matemática no ensino fundamental podemos perceber que o uso de demonstrações é algo inexpressível, o foco é dado na resolução de problemas, muitos deles mecânicos que impedem o aluno de compreender de forma mais sistemática o papel do raciocínio lógico dedutivo. Dentre as vantagens de se utilizar uma demonstração, nos baseamos no fato de entender que a matemática não se resume a decorar e aplicar fórmulas e

[1] Graduado pela UFSCAR no curso de licenciatura em matemática, Mestre em educação matemática pela UNIBAN. Professor EBTT do quadro efetivo do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-rio-grandense (IFSUL) - Campus Venâncio Aires - RS, anderson_ifsul@hotmail.com

[2] Graduada pelo Curso de Matemática Licenciatura Plena e Mestre em Sistemas e Processos Industriais pela UNISC-RS, contemplada com bolsa CAPES/PROSUP. Professora EBTT do quadro efetivo do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-rio-grandense (IFSUL) - Campus Venâncio Aires - RS, eloisatheisen@ifsul.edu.br

estando de posse da compreensão do raciocínio matemático poderemos aplicá-lo no estudo de diversas disciplinas sociais como história, filosofia, direito, bem como adquirir uma visão mais crítica de tudo que ocorre a nossa volta.

Os parâmetros curriculares nacionais de matemática PCN´s (1998, p.22) falam a respeito do papel da argumentação, do espírito crítico para o desenvolvimento de novas competências e habilidades

> Para tanto, o ensino de Matemática prestará sua contribuição à medida que forem exploradas metodologias que priorizem a criação de estratégias, a comprovação, a justificativa, a argumentação, o espírito crítico, e favoreçam a criatividade, o trabalho coletivo, a iniciativa pessoal e a autonomia advinda do desenvolvimento da confiança na própria capacidade de conhecer e enfrentar desafios. É importante destacar que a Matemática deverá ser vista pelo aluno como um conhecimento que pode favorecer o desenvolvimento do seu raciocínio, de sua capacidade expressiva, de sua sensibilidade estética e de sua imaginação. PCN´s (1998, p.22)

O reconhecimento de padrões é um tema importante que deve ser levado em consideração desde a infância até nas etapas mais avançadas do ambiente escolar. Em matemática, o erro, o processo de experimentação e a imitação deve ser vista como algo positivo, pois a partir desses fatores o sujeito consegue atingir conhecimentos mais avançados permitindo reconhecer determinados padrões e com isso realizar diversos tipos de generalizações. De acordo com CARAÇA (1951, p.51) “A tendência em Matemática é adquirir, completar, estender, generalizar; em Matemática só se abandona quando se reconhece um vício de raciocínio”.

A utilização de símbolos deve ser usada na obtenção de padrões, pois encoraja o sujeito a utilizar esse mecanismo sem que se faça referência a números. De acordo com BRANCO (2008, p.19)

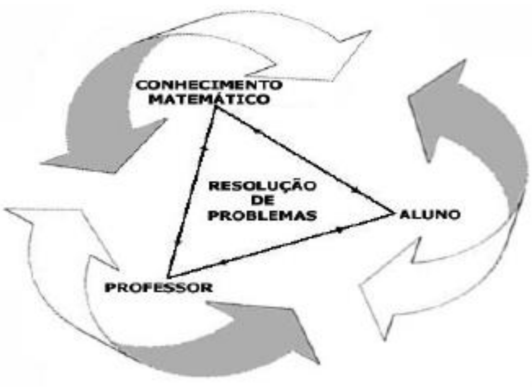
> Na sua perspectiva, este tipo de tarefas (i) encoraja os alunos a trabalhar confortavelmente com símbolos, sem que haja uma referência a números e (ii) permite que estes experimentem a Matemática incentivando a compreensão. Os alunos devem, então, desde cedo, desenvolver a capacidade de identificar e descrever padrões e regularidades, bem como, de continuar um determinado padrão ou de criar novos padrões. (BRANCO, 2008, p.19).

logo, usando o tema sequências numéricas e fazendo uso de padrões geométricos estamos propondo através da teoria das situações didáticas, atividades que possam alavancar o aprendizado de diversos modelos de padrões e assim aprimorar no âmbito do aluno a sua compreensão do significado do papel de uma generalização levando este a atingir um novo patamar, compreendendo de alguma forma o que signifique uma demonstração.

METODOLOGIA

A metodologia usada será do tipo exploratória, pois como se trata de um tema bem específico este acaba assumindo a forma de um estudo de caso com a análise de exemplos visando o estímulo e a compreensão de generalizações de padrões a partir de sequências numéricas tendo como característica figuras geométricas e com isso fazer com que o aluno obtenha uma familiaridade a respeito de como obter uma demonstração. Na metodologia adotada faremos uso da teoria das situações didáticas de Guy Brousseau que propõe mudar o papel do professor como detentor de todo saber, como um indivíduo que expõe o conteúdo e coloca os alunos como sujeitos puramente estáticos. Na TSD o aluno se torna protagonista da construção do seu conhecimento, colocando suas conjecturas e formando hipóteses, socializando suas descobertas.

O ambiente escolar representa um papel importante para o aprendizado pois é a partir das interações realizadas entre alunos e os seus pares com a intervenção do docente que conseguimos uma situação de sucesso ou fracasso ao lidarmos com determinado tema. De acordo com BARBOSA (2016, p.2 apud BROUSSEAU 2008, p.16) "o ensino é concebido como as relações entre o sistema educacional e o aluno vinculado à transmissão de um determinado conhecimento". Com isso podemos estabelecer uma tríade entre conhecimento matemático, aluno e professor conforme nos relata GUÉRIOS (2016, p. 215).



Fonte: Guérios, 2016

Neste esquema existe uma relação dinâmica entre os três autores tendo uma interação construtiva visando a resolução de um problema caracterizando o que se chama de uma situação didática. De acordo com ALMOULOUD (2007, p.32) a TSD se apoia em três pilares a saber

> 1. O aluno aprende adaptando-se a um milieu que é fator de dificuldades, de contradições, de desequilíbrio, um pouco como ocorre na sociedade humana. 2. O milieu não munido de intenções didática é insuficiente para permitir a aquisição de

conhecimentos matemáticos pelo aprendiz.3 Esse milieu e essas situações devem engajar fortemente os saberes matemáticos envolvidos no processo de ensino aprendizagem.

Temos também as situações adidáticas onde o docente deve incentivar o aluno a buscar se superar de forma constante dando a ele um padrão de independência para que consiga adquirir novas habilidades de forma individualizada. A teoria das situações didáticas pode ser caracterizada pelas seguintes etapas:

Situações de ação: Uma questão instigante é colocada procurando criar um ambiente onde possa existir um clima de investigação. Através de um jogo, um problema aberto o professor cria situações que estimulem a descoberta, sem realizar diretamente intervenções com os sujeitos.

Situações de formulação: Aqui um formalismo matemático começa a se tornar um pouco mais presente nos grupos de discussões dos alunos, mas sem um viés matemático rigoroso, mas o uso de termos específicos de um grupo surge tentando dar nome a uma teoria elaborada buscando assim explicar o pensamento usado na solução do problema.

Situações de validação: Surge uma linguagem matemática mais rigorosa onde pode-se verificar a elaboração de uma conjectura, de uma prova onde os sujeitos conseguem discutir de maneira mais formal o que descobriram na elaboração da solução do problema.

Situações de institucionalização: O professor discute com os alunos a atividade proposta colocando algum ponto que não foi evidenciado na atividade ou corrigindo algum erro.

REFERENCIAL TEÓRICO

Uma sequência numérica é uma função definida no conjunto dos números naturais e com valores reais, ou seja, $f : N \rightarrow R$. Essa definição é muito importante, pois a partir dela conseguimos elaborar padrões envolvendo essa temática, mas esta acaba tendo um foco puramente algébrico em diversas situações expostas em sala de aula, assim como nos livros didáticos e não conseguimos de forma satisfatória alavancar outros assuntos fazendo associações pertinentes com o ensino de sequências.

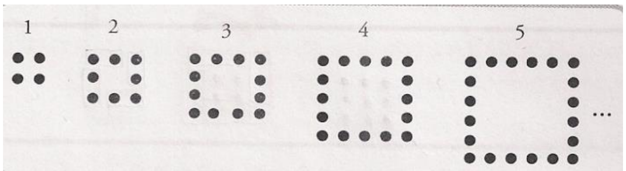
O papel da abstração e da demonstração deve ser visto em sala de aula, mas de acordo com SILVA, SALES (2008, p.5) isso não ocorre:

A demonstração, da forma como é abordada nas escolas, dizendo melhor, nos cursos de Licenciatura em Matemática, não é objeto de ensino. Geralmente faz-se a demonstração diante dos alunos para que acompanhem, copiem e repitam até que a sequência de procedimentos seja memorizada. Como consequência desse procedimento cria-se uma prática que não ultrapassa a sala de aula da universidade porque o acadêmico não percebe a necessidade de demonstrar. SILVA, SALES (2008, p.5).

Tal ação influencia no ensino de padrões, generalizações e demonstrações em sala de aula, isso porque, se o docente não tiver uma formação adequada ele deixa de ensinar e quando faz alguma referência, essa é sempre vaga. Dessa forma, colocamos um exemplo de como elaborar uma situação envolvendo a generalização de um padrão e com isso realizar algum tipo de demonstração. Os problemas de sequências podem ser usados na solução de atividades envolvendo a visualização geométrica aliada a conceitos algébricos, para trabalhar o aprendizado de demonstrações.

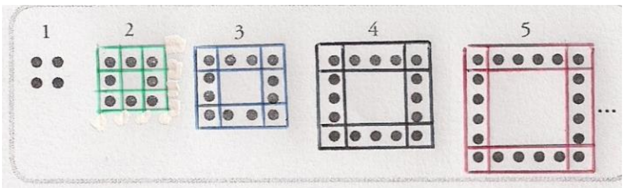
Essa união se torna benéfica, pois temos a oportunidade de vislumbrar dois temas distintos sendo usados em uma situação pouco discutida em sala de aula, que é o caso das demonstrações. Usaremos o caderno do aluno do Estado De São Paulo (SP: SEE, 6ªSÉRIE VOL.4 p.6, 2010) para exemplificarmos:

"cada figura da sequência está indicada por um número. Determine 4 fórmulas diferentes (e equivalentes) para o total de bolinhas de uma figura genérica n dessa sequência."



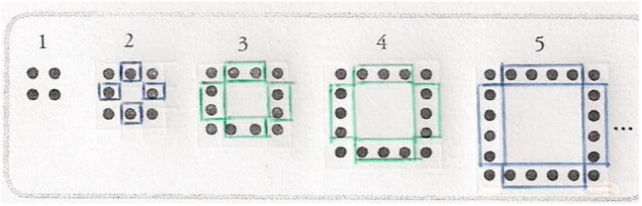
Fonte: São Paulo (2010, 6ª série, vol. 4 pg. 6).

Primeira solução: Nesta primeira solução, os alunos podem fazer 4 fileiras de bolinhas em cada configuração sendo que para n=2 temos fileiras de 3 bolinhas, para n=3 temos fileiras de 4 bolinhas e assim sucessivamente, então generalizando para um n qualquer teremos 4(n+1) e observando que as bolinhas dos cantos foram contadas quatro vezes teremos de diminuir 4 bolinhas do resultado obtendo então 4(n+1) – 4 = 4n bolinhas



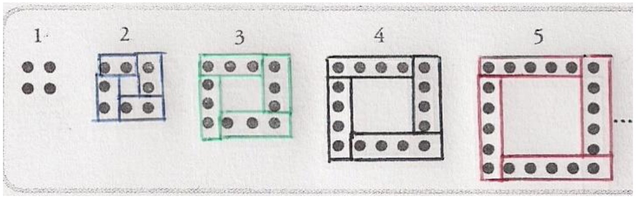
Fonte: Primeiro autor

Segunda solução: Nesta segunda solução, se n=2 o aluno faz quatro fileiras de bolinhas com uma unidade, se n=3 fizemos quatro fileiras de bolinhas com duas unidades, se n=4 fizemos quatro fileiras de bolinhas com três unidades e assim sucessivamente, mas em todos os casos deixamos de contar quatro bolinhas, logo para um n qualquer teremos $4(n-1)+4=4n$ bolinhas



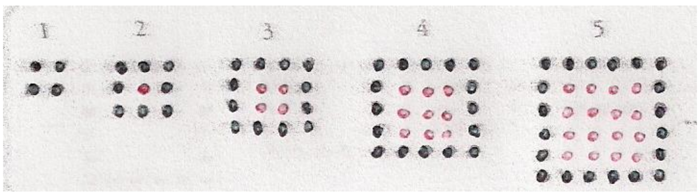
Fonte: Primeiro autor

Terceira solução: Nesta solução o aluno pode perceber que se n=2 teremos 4 fileiras compostas de duas bolinhas, se n=3 teremos 4 fileiras compostas de 3 bolinhas e se n=4 teremos 4 fileiras compostas de 4 bolinhas; generalizando o processo teremos para um n qualquer 4.n bolinhas



Fonte: Primeiro autor

Quarta solução: Nesta solução, conforme a figura, o aluno completa os espaços vazios com bolinhas pintadas de vermelho; então, irá obter a seguinte configuração : se n=2 teremos $3.3 - 1^2$, se n=3 teremos $4.4 - 2^2$, se n=4 teremos $5.5 - 3^2$ e se n=5 teremos $6.6 - 4^2$ e desta forma, generalizando para um n qualquer teremos a seguinte fórmula $(n+1).(n+1) - (n-1)^2$ caso o aluno queira reagrupar os termos teremos $n^2 + 2n + 1 - n^2 + 2n - 1 = 4n$



Fonte: Primeiro autor

Neste problema podemos perceber as etapas estabelecidas pela TSD:

Situação de ação: Um problema envolvendo a junção entre geometria e sequência numérica, o aluno pode usar da criatividade para desenvolver diversos tipos de soluções, o problema permite vislumbrar várias possibilidades, não é mecânico e sim instigante.

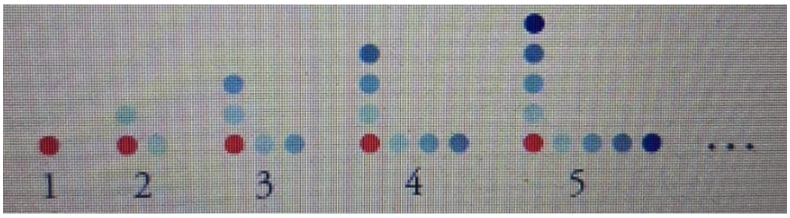
Situação de formulação: Após desenhar e procurar descobrir algum tipo de padrão, o aluno começa a escrever algo em debate com os colegas e assim procuram calcular o total de bolinhas para um n qualquer.

Situação de validação: Aqui, após diversas tentativas e observação rigorosa do padrão, o aluno consegue realizar a generalização do problema obtendo uma fórmula adequada.

Situação de institucionalização: O professor apresenta os problemas resolvidos, demonstra algo que não foi percebido pelos discentes e explica, com o uso da questão proposta, o que é uma generalização de padrão e uma demonstração.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

O uso de problemas que favoreçam à discussão em sala de aula deve ser usado como ferramentas facilitadoras para o desenvolvimento do raciocínio matemático, a questão proposta serviu de base para seguir um caminho que leve o docente a repensar seu modo de ensinar, poderíamos relacionar o tema sequências para ensinar outros tópicos como congruências e divisão de inteiros. Segue outro exemplo que pode ser usado em sala de aula baseados em (SP: SEE, 6ªSÉRIE VOL.4 p.10, 2010)



Fonte: São Paulo (2010, 6ª série, vol. 4 pg. 10).

Neste problema é colocado as seguintes questões:

> “a) que lógica foi usada para colorir as bolinhas? b)qual é a única bolinha que não forma par e está presente em todas as figuras? c) Quantos pares de bolinhas da mesma cor contém a figura 4? E a figura 5? d) Quantas figurinhas da mesma cor haverá na figura 18? E na figura 31? e) Utilizando a letra P para identificar a posição da figura escreva uma fórmula que determine o número N de bolinhas de cada figura. São Paulo (2010, 6ª série, vol. 4 pg. 10).

Conforme visto, diversas situações podem e devem ser usadas em sala de aula para aprimorar o raciocínio lógico–dedutivo dos alunos bastando ao professor elaborar questões instigantes que ajude os estudantes a desenvolver esse tipo de raciocínio.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse artigo teve como intuito a partir do tema sequências numéricas, elaborar uma proposta didática que visasse o aprendizado de generalizações matemáticas a partir de um enfoque diferente, utilizando padrões geométricos, conseguindo alterar o pensamento puramente algébrico colocado nos livros didáticos e com isso inserir na proposta pedagógica o uso de demonstrações. Teríamos muitos exemplos para colocar buscando validar nosso pensamento, mas conseguimos de forma sucinta apresentar nossa proposta, esse assunto pode ser explorado de inúmeras formas, além das citadas aqui, é algo vasto e acreditamos que deva ser ensinado em sala de aula.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. 1ª ed. Curitiba: Editora UFPR, 2007. v. 1. 218 p.

BARBOSA, G. Teoria das situações didáticas e suas influências na sala de aula. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2016, São Paulo. **Anais**...São Paulo: São Paulo, 2016, p. 1 – 12.

BRANCO, N.C.V. **O estudo de padrões e regularidades no desenvolvimento do pensamento algébrico.** 2008. 251 f. Dissertação (Mestrado em educação matemática) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 2008.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC /SEF, 1998. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf> Acesso em 16 ago.2021.

CARAÇA, B.J. : **Conceitos fundamentais da matemática.** 1.ed. Lisboa: Tipografia matemática, 1951. 319 p.

GUÉRIOS, E., and MEDEIROS JUNIOR, RJ. **Resolução de problema e matemática no ensino fundamental: uma perspectiva didática.** In: BRANDT, CF., and MORETTI, MT., orgs. Ensinar e aprender matemática: possibilidades para a prática educativa [online]. Ponta

Grossa: Editora UEPG, 2016, pp. 209-231. ISBN 978-85-7798-215-8. Disponível em SciELO Books <http://books.scielo.org>. Acesso em : 20 ago. 2021

SÃO PAULO. Secretaria de Estado da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Caderno do aluno: matemática, ensino fundamental – 6ª série, 3º bimestre** : SEE/CENP, 2010.

SILVA,M.; SALES,A : **O professor do ensino fundamental e a demonstração em matemática**, Bolema, Rio Claro – SP, n.15, p. 1 – 12, 2008.