

O CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL POR MEIO DA DERIVADA: A TAXA DE VARIAÇÃO NO COTIDIANO

Jhonatas da Silva Lisboa¹
André Ricardo Lucas Vieira²

RESUMO

Este estudo apresenta o Cálculo Diferencial e Integral por meio da derivada como taxa de variação. O desenvolvimento do Cálculo Diferencial e Integral se deu pela necessidade de integração e aperfeiçoamento do uso da ferramenta matemática. A partir de então, sua evolução se dá em função de uma combinação entre a problemática e as fórmulas conceituais e teóricas moldadas para determinar seu resultado. Dessa forma, nosso objetivo foi discutir a aplicabilidade da derivada, por meio da taxa de variação, em diversas áreas do conhecimento presentes no cotidiano. O estudo tem abordagem qualitativa por entendermos que ela nos possibilitou um olhar mais abrangente sobre a aplicabilidade da derivada, por meio da taxa de variação. O método da pesquisa foi bibliográfico pois este se realiza a partir do registro disponível, decorrente de pesquisas anteriores, em documentos impressos, como livros, artigos, teses etc. Foi possível constatar com essa pesquisa que a discussão sobre a derivada por meio da taxa de variação é fundamental para a compreensão de diversos conceitos e aplicações em áreas como Física, Engenharia, Economia, Medicina, entre outras. É uma medida imprescindível para a tomada de decisões nessas diversas áreas do conhecimento, fomentando as abordagens na educação e tornando-se essencial para a formação de profissionais capacitados e preparados para enfrentar os desafios do mercado de trabalho, entre eles o professor de matemática.

Palavras-chave: Aplicabilidade, Matemática, Diferenciação.

INTRODUÇÃO

O Cálculo Diferencial e Integral (CDI) é uma área da Matemática que estuda as propriedades das funções e suas variações. Seus estudos influenciaram a progressão de diversas áreas do conhecimento desde a sua criação no século XVII, pelos cientistas Isaac Newton e Gottfried Wilhelm Leibniz de modo independente, sendo um dos maiores feitos matemáticos do período (MELCHIORS, 2013). Contudo, as pesquisas em desenvolvimento do Cálculo se deram em um extenso período, após Newton e Leibniz, diversos outros estudiosos matemáticos como os irmãos Bernoulli, L'Hospital, Lagrange, D'Alembert, Cauchy, Weierstrass e Riemann influenciaram para o aprimoramento do cálculo enquanto ferramenta matemática (MELCHIORS, 2013).

¹ Licenciando em Matemática pela Universidade do Estado da Bahia – UNEB, *Campus VII – Senhor do Bonfim-BA*. E-mail: jslisboamat@gmail.com.

² Doutor em Educação pela Universidade Federal de Sergipe – UFS. Professor do Instituto Federal do Sertão Pernambucano – IFSertãoPE, *Campus Santa Maria da Boa Vista*. E-mail: sistlin@uol.com.br.

O CDI é o estudo das funções por mudança das variáveis. A sua descoberta trouxe para os estudos matemáticos um conceito de desenvolvimento e resoluções matemáticas sem a restrição do uso do modo de contagem tradicional. Com isso, a descoberta do CDI e seus estudos tornaram-se chave para um melhor desenvolvimento das Ciências Exatas. A construção desta ferramenta se deu numa ordem diferente da qual costumamos estudar nos meios acadêmicos. O Cálculo Integral é visto posteriormente ao Cálculo Diferencial, já em sua descoberta, o Cálculo Integral surgiu muito antes que o Cálculo Diferencial.

A diferenciação se originou de problemas relativos ao traçado de tangentes a curvas e de questões objetivando a determinação de máximos e mínimos de funções. Em 1629, na Grécia antiga, afirmar a primeira manifestação realmente clara do método diferencial se encontravam em algumas das ideias de Fermat (EVES, 2014).

Na formação do professor de matemática, o estudo do Cálculo está presente em uma grande proporção. Quando pensamos em Matemática Aplicada consideramos os estudos mais aprofundados no que tange aos teoremas e axiomas. A matriz curricular no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado da Bahia (UNEB), *Campus VII*, em Senhor do Bonfim, está composta por quatro componentes curriculares voltados ao CDI abordando inicialmente a questão da diferenciação, e, em seguida, a integração, divididas em variados subtemas da área.

A partir deste contexto, despertamo-nos para este tópico, pois pensamos que esta linha de pesquisa se trata de uma temática pouco abordada principalmente quando nos referimos a taxa de variação. Assim sendo, tornou-se um campo de pesquisa que nos causou uma certa curiosidade.

Além disso, as vastas aplicações da derivada por meio da taxa de variação em diversas áreas do conhecimento, nos despertou o interesse em pesquisar tal contexto, sabendo que as aplicabilidades dessa taxa, por meio do Cálculo Diferencial, são amplas e podem ser encontradas em diversas áreas, como Economia, Física, Engenharia e Medicina.

Destarte, com essa pesquisa buscamos discutir a aplicabilidade da derivada, por meio da taxa de variação, em diversas áreas do conhecimento presente no cotidiano. Neste sentido, desenvolvemos uma pesquisa qualitativa e bibliográfica sobre o Cálculo Diferencial por meio da derivada, com foco na sua aplicação no cotidiano, que por sua vez possui uma variedade de ferramentas que nos auxiliam na compreensão de diversos fenômenos matemáticos.

Por fim, além dessa introdução, é importante destacar que este artigo está organizado da seguinte forma: inicialmente apresentamos o percurso metodológico do estudo seguido de duas outras seções: a primeira intitulada O Cálculo Diferencial e Integral ao longo dos anos e a

segunda seção: A presença da taxa de variação em diversas áreas do conhecimento presentes no cotidiano. Na sequência, as Considerações Finais e por último as Referências.

PERCURSO METODOLÓGICO

Este estudo desenvolveu-se com base na abordagem qualitativa que na visão de Gil (2002) desenvolve-se ao longo de etapas, desde o processo de adequação da problematização até a satisfatória apresentação dos resultados.

Segundo Minayo *et al* (2014, p. 21) a pesquisa qualitativa “trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis”.

Optamos pela abordagem qualitativa por entendermos que ela nos possibilita um olhar mais abrangente sobre a aplicabilidade da derivada, por meio da taxa de variação, em diversas áreas do conhecimento presente no cotidiano. Coadunamos com Vieira, Vilaronga e Santana (2021b, p. 143) ao dizerem que “a busca por um método que observa, investiga, identifica a relação entre os fenômenos que acontecem em um determinado campo de estudo e possibilita traçar uma conexão para unir os variados eventos desses lócus, indutivamente, leva a utilizar a abordagem qualitativa”.

Além da abordagem da pesquisa qualitativa, este estudo desenvolveu-se através de uma pesquisa bibliográfica baseada nas informações coletadas, tendo em vista que:

(...) a pesquisa bibliográfica é aquela que se realiza a partir do registro disponível, decorrente de pesquisas anteriores, em documentos impressos, como livros, artigos, teses etc. Utiliza-se de dados ou de categorias teóricas já trabalhados por outros pesquisadores e devidamente registrados. Os textos tornam-se fontes dos temas a serem pesquisados. O pesquisador trabalha a partir das contribuições dos autores dos estudos analíticos constantes dos textos (SEVERINO 2012, p. 106).

Deste modo, uma pesquisa bibliográfica é um método de coleta de informações que envolve a busca e análise de materiais escritos, como livros, artigos, teses, dissertações, relatórios e outros documentos que abordam um determinado tema. O objetivo da pesquisa bibliográfica é reunir informações relevantes e atualizadas sobre o assunto em questão, a fim de embasar e fundamentar um estudo ou trabalho acadêmico.

Na construção metodológica deste artigo buscamos uma reflexão e investigação acerca da taxa de variação presente no cotidiano, evidenciando a relevância da mesma para atualidade por meio de uma revisão bibliográfica de artigos, livros e outros materiais que abordam relações com o tema do Cálculo Diferencial e Integral por meio da derivada e sua aplicação no cotidiano.

Ao longo da pesquisa foram selecionados materiais que apresentaram exemplos práticos de aplicação do Cálculo Diferencial e Integral por meio da derivada, como o cálculo da velocidade instantânea de um objeto em movimento, a determinação da taxa de crescimento de uma população, entre outros. Foram analisados os métodos utilizados para o cálculo da derivada e sua interpretação no contexto das aplicações práticas.

O CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL AO LONGO DOS ANOS

O desenvolvimento do CDI se deu pela necessidade de integração e aperfeiçoamento do uso da ferramenta matemática. A partir de então, sua evolução se dá em função de uma combinação entre a problemática e as fórmulas conceituais e teóricas moldadas para determinar seu resultado. Com isso, ao longo dos anos, cientistas com base nestas teorias, pensaram em novas teorias vindas consequentemente de novas problemáticas.

Durante os séculos XVI e XVIII vários cientistas contribuíram para o avanço do CDI. Como outras ferramentas matemáticas, o CDI teve sua progressão com contribuições sucessivas. Antes desse período, nas primícias, segundo Eves (2004, p.14) “os primeiros problemas da história do Cálculo diziam respeito ao cálculo de áreas, volumes e comprimentos de arcos”. O método de exaustão por méritos de Eudoxo (370 a.C.), segundo Ribeiro (2016, p. 2), “consiste em determinar a área em questão (como, por exemplo, a de um círculo) inscrevendo sequências infinitas de polígonos regulares”.

Anos depois, entre 287 e 212 a.C. Arquimedes com o método de equilíbrio, procurou calcular problemas envolvendo área ou volume de figuras irregulares. Seus estudos acerca deste método, idealizam que

Para determinar uma área ou um volume, corte a região correspondente num número muito grande de tiras planas ou de fatias paralelas finas e (mentalmente) pendure esses pedaços numa das extremidades de uma alavanca dada, de tal maneira a estabelecer o equilíbrio com uma figura de área ou volume e centróide conhecidos (EVES, 2004, p. 422).

Séculos depois surge o Princípio de Cavalieri, que apresenta ferramentas valiosas para o cálculo de área e volume. Em seguida, John Wallis contribui para o cálculo através da publicação de um método onde substitui a geométrica de Cavalieri pela aritmética. Após o trabalho de Wallis, Isaac Barrow contribui com um dos seus trabalhos mais importantes, publicado em 1670. Sua obra foi posteriormente revisada por Newton, contribuindo assim para o desenvolvimento do Cálculo Diferencial (EVES, 2004).

Isaac Newton, mesmo não sendo o primeiro a desenvolver trabalhos voltados ao CDI, suas pesquisas potencializaram esta linha de investigação, deixando uma herança extraordinária ao pesquisador matemático (BOYER, 1996).

Segundo Stewart (2010, p. 32), Newton concordava que “se vejo mais longe do que outros homens, é porque estou sobre os ombros de gigantes”. Dois desses gigantes claramente foram pilares para os estudos de Newton. Seu professor Isaac Barrow (1630 – 1677) e Pierre Fermat (1601 – 1665).

Entre 1673 e 1676, Leibniz surge, e com estudos explanando seus conceitos em relação ao Teorema Fundamental do Cálculo a partir de fórmulas elementares do Cálculo Diferencial. Posteriormente, no século XVIII, alguns outros matemáticos, desenvolvem técnicas e aperfeiçoamento relevantes para o avanço do CDI, como por exemplo, a família Bernoulli, Euler, Lagrange e Laplace.

Durante muitos anos, as abordagens matemáticas eram como reflexos do desenvolvimento das teorias e aperfeiçoamento do CDI. Deste modo, os conceitos matemáticos eram ferramentas que embasaram toda construção curricular do Cálculo.

A diferenciação, enquanto ferramenta matemática, apresenta diversas aplicações. Neste trabalho fizemos menção à taxa de variação e suas abordagens nas diversas áreas do conhecimento aplicadas ao nosso cotidiano.

A história da derivada é uma área de estudo fascinante que remonta ao século XVII, quando matemáticos como Isaac Newton e Gottfried Wilhelm Leibniz desenvolveram o Cálculo Diferencial. Segundo Boyer (1991), Newton e Leibniz trabalharam independentemente para desenvolver o Cálculo Diferencial. Newton usou o Método das Fluxões ou especificamente as derivadas em relação ao tempo, enquanto Leibniz usou o método das diferenciais. Ambos os métodos levaram à mesma conclusão: a derivada de uma função é a taxa de variação instantânea da função em um ponto específico.

Ao longo dos anos, a teoria da derivada foi aprimorada e expandida. Matemáticos como Augustin-Louis Cauchy, Karl Weierstrass e Bernhard Riemann contribuíram para o desenvolvimento da teoria da análise matemática, que inclui o Cálculo Diferencial e Integral.

De acordo com Edwards (1979), a derivada é uma ferramenta fundamental em muitas áreas da matemática e da Ciência, incluindo Física, Engenharia, Economia e Estatística. É usada para modelar e prever o comportamento de sistemas dinâmicos, como o movimento de objetos em queda livre ou a taxa de crescimento de uma população.

Stewart (2015) destaca que a derivada é uma das principais ferramentas do cálculo, permitindo que os matemáticos resolvam problemas complexos em uma variedade de campos.

É uma área de estudo em constante evolução, com novas aplicações e descobertas sendo feitas regularmente.

Quando falamos em derivada, tratamos de uma área do Cálculo que estuda a inclinação da reta tangente em relação a função. Esta inclinação se dá através da taxa de variação, em outras palavras, a taxa de variação estuda o comportamento de uma reta tangente em relação a uma dada função. Segundo Flemming (2006, p. 179) “a velocidade representa a razão de variação do deslocamento por unidade de variação do tempo. Assim, a derivada $S'(t)$ é a taxa de variação da função $S(t)$ por unidade de variação “ t ” .

A derivada de uma função $f(x)$ é também definida como a taxa de variação instantânea da função em um determinado ponto x . Ela representa a inclinação da reta tangente à curva da função no ponto “ x ”.

Segundo Stewart (2011), a derivada é uma ferramenta fundamental para entender a taxa de mudança em qualquer processo que envolva variação contínua. Por exemplo, a velocidade de um objeto em movimento pode ser calculada como a derivada da sua posição em relação ao tempo. Da mesma forma, a taxa de crescimento de uma população pode ser calculada como a derivada da sua função de crescimento.

Segundo Swokowski e Cole (1994), a derivada é representada matematicamente pela notação $d[f(x)]/dx$, que indica a taxa de variação da função $f(x)$ em relação à variável x . De acordo com Larson e Edwards (2014), a derivada é uma ferramenta poderosa para a análise de funções e para a resolução de problemas em uma variedade de campos. É uma área de estudo em constante evolução, com novas aplicações e descobertas sendo feitas regularmente.

Segundo Silva Santos (2022, p. 2)

Há aplicações mais voltadas para a própria Matemática, como o traçado rigoroso de gráficos de funções reais de uma variável real, (...). Mas há também aplicações mais voltadas para as Ciências Aplicadas, como os importantes problemas envolvendo as chamadas taxas de variações e os problemas de otimização, nos quais se busca maximizar ou minimizar uma função que modela matematicamente determinada situação ou problema prático.

Sendo assim, o CDI por meio da derivada é uma ferramenta importante para a compreensão e análise de fenômenos que envolvem taxas de variação. Sua aplicação no cotidiano permite a resolução de problemas práticos, tornando-se uma ferramenta essencial para a compreensão e transformação da realidade social.

A PRESENÇA DA TAXA DE VARIAÇÃO EM DIVERSAS ÁREAS DO CONHECIMENTO PRESENTES NO COTIDIANO

A derivada é uma das principais ferramentas do Cálculo Diferencial, que permite calcular a taxa de variação instantânea de uma função em um determinado ponto. A taxa de variação é um conceito fundamental no Cálculo Diferencial, que permite calcular a variação de uma grandeza em relação a outra. Com base no que escreveu Guidorizzi (2013) a taxa de variação trata-se da razão entre a variação de uma grandeza e a variação de outra grandeza em função dela. Essa relação entre as grandezas pode ser expressa por uma função, e a taxa de variação dessa função é representada pela sua derivada.

A taxa de variação é uma medida importante na Física, pois muitas grandezas estão em constante mudança ao longo do tempo. A Cinemática é a área da Física que estuda o movimento dos corpos sem levar em conta as causas que o produzem. A velocidade, por exemplo, é a taxa de variação da posição em relação ao tempo segundo destacou Serway (2012), enquanto a aceleração é a taxa de variação da velocidade em relação ao tempo como destaca Walker (2014). A taxa de variação também é usada para descrever a variação de outras grandezas cinemáticas, como a aceleração angular e a taxa de variação do ângulo de rotação.

Dentre as diversas abordagens da Física, onde podemos perceber a presença da taxa de variação, temos a Óptica, que é a área da Física que estuda a luz e sua interação com a matéria. Nessa área, a taxa de variação é uma medida importante para descrever as mudanças nas grandezas ópticas. Por exemplo, a taxa de variação da posição de um objeto é usada para descrever a variação da posição da imagem formada por uma lente ou espelho, assim como também a velocidade angular que de acordo com Giancoli (2006) a velocidade angular é delineada como a taxa de variação assumindo o comportamento angular em relação ao tempo.

É pertinente reiterar que a taxa de variação também está presente na Contabilidade, sendo uma medida importante para entender o desempenho financeiro de uma empresa. A taxa de crescimento das vendas de uma empresa é a taxa de variação do volume de vendas em relação ao tempo. Por exemplo, se uma empresa vendeu R\$ 100.000,00 em um ano e R\$ 120.000,00 no ano seguinte, sua taxa de crescimento das vendas é de 20%, levando em consideração os dois anos, sendo notório um crescimento de R\$ 20.000,00 de um ano em relação ao outro.

Outra situação trata da taxa de variação do lucro. A taxa de variação do lucro é a taxa de variação do lucro líquido em relação ao tempo. Por exemplo, se uma empresa teve um lucro líquido de R\$ 50.000,00 em um ano e R\$ 60.000,00 no ano seguinte, sua taxa de variação do lucro é de 20%. Logo seu lucro variou progressivamente de ano em relação ao outro R\$ 20.000,00, o equivalente a 20%.

A taxa de variação das receitas e despesas é usada para descrever a variação do lucro ou prejuízo da empresa. A taxa de variação também é usada para descrever a variação de outras grandezas financeiras, como o retorno sobre o investimento e a taxa de juros. Em resumo, a taxa de variação é uma ferramenta fundamental no fluxo de caixa para descrever e analisar as mudanças nas finanças de uma empresa.

A taxa de variação também é uma medida importante em diversas áreas da Medicina, especialmente naquelas que envolvem o monitoramento de mudanças ao longo do tempo. A seguir, apresentamos algumas situações que ilustram a presença da taxa de variação em diferentes contextos médicos.

Na área de Cardiologia, a taxa de variação da frequência cardíaca é frequentemente utilizada como um indicador de estresse e fadiga. Segundo estudos publicados na Revista de Ciências do Esporte, a taxa de variação da frequência cardíaca é de certo modo um prenúncio sensível das mudanças na carga de treinamento podendo ser perspicaz no monitorar denotando fadiga e o estresse em atletas de alto desempenho (HILL-HAAS, 2007).

Na Oncologia, a taxa de variação do tamanho do tumor é um importante indicador de resposta ao tratamento. De acordo com um artigo publicado na Revista "*Clinical Cancer Research*", a taxa de variação do tamanho do tumor é um preditor significativo de sobrevida livre de progressão em pacientes com câncer pulmonar avançado com tratamento com terapia-alvo (LI, 2011).

Na Endocrinologia, a taxa de variação da glicemia é um importante indicador de controle do diabetes. De acordo com um artigo publicado na Revista "*Diabetes Care*", a taxa de variação na glicemia é vista como um preditor significativo de complicações do diabetes e pode ser usada para monitorar a eficácia do tratamento (MONIER, 2011). É pertinente ressaltar que o controle do diabetes é uma área da medicina que envolve o monitoramento constante dos níveis de glicose no sangue. Nessa área, a taxa de variação é uma medida importante para descrever as mudanças nos níveis de glicose no sangue ao longo do tempo. Em geral, a taxa de variação é utilizada para monitorar mudanças ao longo do tempo e avaliar a eficácia do tratamento em diferentes condições médicas.

A taxa de variação é uma medida importante em diversas áreas das Ciências Humanas. Na Demografia, a taxa de variação da população é uma medida importante do crescimento populacional. De acordo com um artigo publicado na Revista "*Population and Development Review*", a taxa de variação torna-se uma medida fundamental, analisando o crescimento populacional, sendo amplamente utilizada para projetar a evolução demográfica de um país (BONGAARTS, 2017).

Na Sociologia, a taxa de variação da desigualdade é uma medida importante da distribuição de renda e riqueza. A Sociologia é a área das Ciências Sociais que estuda a sociedade e as relações entre os indivíduos que a compõem. Nessa área, a taxa de variação é uma medida importante para descrever as mudanças nas relações sociais e nos comportamentos dos indivíduos ao longo do tempo. Por exemplo, a taxa de variação da taxa de natalidade é usada para descrever a variação da população em uma determinada região. Assim como também na desigualdade social que de acordo com Pires (2019), a taxa de variação na desigualdade é uma medida fundamental da distribuição de renda e riqueza em uma sociedade, sendo amplamente utilizada para avaliar a eficácia de políticas públicas.

A taxa de variação também é usada para descrever a variação de outras grandezas sociológicas, como a taxa de criminalidade e a taxa de divórcio. Em geral, a taxa de variação é uma ferramenta fundamental na Sociologia para descrever e analisar as mudanças nas relações sociais e nos comportamentos dos indivíduos ao longo do tempo.

Na História, por exemplo, a taxa de variação da população é uma medida importante para entender as mudanças demográficas ao longo do tempo. Quando analisamos o que escreveu Elias (2003) notamos que a taxa de variação no conceito populacional é uma medida fundamental para entender as mudanças demográficas em diferentes períodos históricos e regiões geográficas.

Na Geografia, a taxa de variação da urbanização é uma medida importante para entender as mudanças na distribuição da população ao longo do tempo. Após investigarmos o que escreveu Ojima e Mandarola (2010), a taxa de variação trata-se de uma ferramenta fundamental para entender as mudanças na distribuição da população em áreas urbanas e rurais.

Na Biologia, a derivada é utilizada para calcular a taxa de variação instantânea de grandezas como a taxa de crescimento de uma população ou a taxa de consumo de oxigênio de um organismo. A derivada é uma ferramenta fundamental por exemplo, para a configuração sistemas biológicos, pois permite calcular a taxa de variação instantânea de proporções que variam ao longo do tempo.

Por fim, nas Ciências Políticas, a taxa de variação da participação eleitoral é uma medida importante para entender as mudanças na participação política ao longo do tempo. As Ciências Políticas são uma área do conhecimento que estuda o poder, a autoridade e a organização do governo e da sociedade. Nessa área, a taxa de variação é uma medida importante para descrever as mudanças nas relações de poder e nas políticas públicas ao longo do tempo. Por exemplo, a taxa de variação da popularidade de um político é usada para descrever a variação do apoio popular a um determinado líder político.

A taxa de variação da taxa de inflação é usada para descrever a variação do poder de compra da moeda em uma determinada economia. A taxa de variação também é usada para descrever a variação de outras grandezas políticas, como a taxa de participação eleitoral e a taxa de aprovação de políticas públicas. Com base no que escreveu Speck e Peixoto (2022) a taxa de variação da participação eleitoral é uma medida fundamental para entender as mudanças na participação política em diferentes eleições e regiões geográficas.

Desta forma, a taxa de variação é uma medida importante e presente em diversas áreas do conhecimento, sendo fundamental para a tomada de decisões e para a compreensão de fenômenos naturais e matemáticos. Sua utilização é essencial para a análise e compreensão de diversos processos e fenômenos que ocorrem no cotidiano, e seu estudo é fundamental para o desenvolvimento de novas tecnologias e soluções para os desafios enfrentados pela sociedade.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Através da pesquisa qualitativa bibliográfica, foi possível constatar que a taxa de variação é uma medida fundamental para a tomada de decisões em diversas áreas do conhecimento.

O CDI desenvolveu-se através da necessidade de integração e aperfeiçoamento do emprego da ferramenta matemática. Deste modo, sua progressão se deu em função de uma conciliação entre a problemática e as fórmulas conceituais e teóricas adequadas para determinar seus resultados, em que os pesquisadores matemáticos surgem fomentando as resoluções em desenvolvimento do CDI.

Ao longo deste trabalho percebeu-se as variadas aplicações da derivada por meio da taxa de variação, fomentando as abordagens na educação com ênfase na formação do professor de matemática conceitualizando a necessidade do estudo e fundamentação do CDI na abordagem acadêmica.

As aplicações contidas neste trabalho concentram-se na perspectiva das abordagens do Cálculo diretamente ou indiretamente por meio da derivada representada pela taxa de variação. Estas abordagens, descrevem as diversas possibilidades de identificarmos a taxa de variação em diversas áreas do conhecimento em nosso cotidiano.

Sendo assim, é possível concluir que com esta pesquisa foi atingido o objetivo geral do estudo sendo ele discutir a aplicabilidade da derivada, por meio da taxa de variação, em diversas áreas do conhecimento presente no cotidiano. Portanto, a discussão sobre a derivada por meio da taxa de variação é fundamental para a compreensão de diversos conceitos e aplicações em

áreas como Física, Engenharia, Economia, entre outras, sendo essencial para a formação de profissionais capacitados e preparados para enfrentar os desafios do mercado de trabalho.

Na perspectiva de pesquisadores matemáticos pensamos que este trabalho destaca as principais aplicações de modo que elas estão presente na formação do professor de matemática, o que se torna uma ferramenta expressiva para o bom desempenho da formação de novos profissionais, não só na área da educação, como nas diversas áreas coconhecimento como apresentado nesta pesquisa. Vale ressaltar que esta pesquisa não encerra o estudo nesta temática, sabemos que há muito a se pesquisar sobre essa temática.

REFERÊNCIAS

ANTON, H.; BIVENS, I. **Cálculo**. v.1 - 10^a ed. Bookman Editora, 2014.

BONGAARTS, J. **Population and Development Review**, v. 43, p. 39-58, 2017.

BOYER, C. B. **A History of Mathematics**. John Wiley & Sons. 1991.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. 2. ed. São Paulo: Editora Edgard Blücher LTDA, 1996.

EDWARDS, C. H. **The Historical Development of the Calculus**. Springer-Verlag, 1979.

ELIAS, D. **Globalização e agricultura: a região de Ribeirão Preto, SP**. Edusp, 2003.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2004.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2002.

GUIDORIZZI, H. L. **Um Curso de Cálculo**. Rio de Janeiro: LTC, 2013.

HILL-HAAS, S. *et al.* Efeitos do intervalo de descanso durante o treinamento de resistência de alta repetição na força, condicionamento aeróbico e capacidade de sprint repetido. **Revista de ciências do esporte**, v. 25, n. 6, pág. 619-628, 2007.

LARSON, R.; HOSTETLER, R. P.; EDWARDS, B. H. **Cálculo II**, Ed. Pirâmide, 2003. Recursos en Internet Algunos grupos utilizarán el Campus Virtual, 2014.

LARSON, R.; EDWARDS, B. H. **Calculus: Early transcendental functions**. Cengage Learning, 2010.

LI, D. e C. A regulação negativa mediada por KLF4 da expressão de IFITM3 desempenha um papel crítico na patogênese do câncer de cólon. A regulação negativa de IFITM3 no câncer de cólon. **Pesquisa clínica do câncer**, v. 17, n. 11, pág. 3558-3568, 2011.

MELCHIORS, A. **História do Cálculo Diferencial e Integral**. Maiêutica-Ensino de Física e Matemática, v. 1, n. 1, 2013.

MONIER, L.; COLETE, C. **Variabilidade glicêmica: podemos superar a divisão entre as controvérsias?** Diabetes Care, v. 34, n. 4, pág. 1058-1059, 2011.

OJIMA, R.; MARANDOLA JR, E.; **Indicadores e políticas públicas de adaptação às mudanças climáticas: vulnerabilidade, população e urbanização**. Brazilian Journal of Environmental Sciences (Online), n. 18, p. 16-24, 2010.

PIRES, R. R. C. **Implementando desigualdades. Reprodução de desigualdades na implementação de políticas públicas**. Rio de Janeiro: IPEA, 2019.

RIBEIRO, T. A. S. Cálculo Diferencial e Integral: abordagem histórica. **Jornada Científica**, v. 1, n. 2, 2016.

SERWAY, R. A. **Física para engenheiros e cientistas**. 8. ed. São Paulo: Ed. Cengage, 2012.

SEVERINO, A. J. **Metodologia do trabalho científico**. 23 ver. e ampl. São Paulo: Cortez, 2012. Disponível em: [www.ufrb.edu.br/ccaab/images/AEPE/Divulga%C3%A7%C3%A3o/LIVROS/Metodologia_d_o_Trabalho_Cient%C3%ADfico_-_1%C2%AA_Edi%C3%A7%C3%A3o_-_Antonio_Joaquim_Severino_-_2014.pdf](http://www.ufrb.edu.br/ccaab/images/AEPE/Divulga%C3%A7%C3%A3o/LIVROS/Metodologia_do_Trabalho_Cient%C3%ADfico_-_1%C2%AA_Edi%C3%A7%C3%A3o_-_Antonio_Joaquim_Severino_-_2014.pdf). Acessado em: 20 de novembro de 2022.

SILVA SANTOS, R. C. da. **A derivada como taxa de variação e algumas de suas aplicações envolvendo problemas de otimização**. 2022.

SPECK, B. W.; PEIXOTO, V. M.; **Participação eleitoral nas disputas nacionais, estaduais e municipais no Brasil (1998-2020)**. Revista Brasileira de Ciência Política, 2022.

SPIVAK, M. **Cálculo infinitesimal**. Reverté, 1988.

STEWART, J. **Calculus: Early Transcendentals**. Cengage Learning, 2015.

STEWART, J. **Cálculo**. vol.1 - 5ª ed. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2006.

STEWART, J. **Cálculo**. Cengage Learning Edições Ltda., 2010.

SWOKOWSKI, E. W.; COLE, J. A. **Cálculo com Geometria Analítica**. Makron Books, 1994

VIEIRA, A. R. L.; VILARONGA, A. G. da S.; SANTANA, K. L. B. O papel da monitoria nos estudos de Cálculo Diferencial e Integral nos cursos de Engenharia. In: BARBOSA, F. C. **Engenharia: a máquina que constrói o futuro**. Piracanjuba-GO: Editora Conhecimento Livre, 2021b.

WALKER, J. *et al.* **Fundamentos de Física**. Estados Unidos: Wiley, 2014.