ISSN: 2358-8829

A FORMAÇÃO DE CONCEITOS NO ENSINO DA MULTIPLICAÇÃO DE FRAÇÕES

Milena Cristini da Silva [1]
Sergio Apparecido Lorenzato [2]
Miriam Cardoso Utsumi [3]

RESUMO

A profissionalização do ensino na área de Matemática exige que o professor disponha de uma formação que promova um conjunto de conhecimentos que são imprescindíveis para o desenvolvimento da sua prática. Isso implica ter uma base fundamentada acerca do conteúdo a ser ensinado, isto é, ter conhecimento sobre como um conceito é formado, sua definição matemática, atributos definidores, atributos irrelevantes, taxonomias e relações (conexões), exemplos e não exemplos, tipos de problemas e vocabulário específico. Outro aspecto a ser levado em consideração quanto a docência, está associado ao conhecimento sobre as dificuldades dos estudantes, os recursos didáticos potentes e as estratégias de ensino. Consideram-se tarefas potentes para ensinar matemática aquelas que promovem o pensamento crítico, a elaboração e resolução de problemas de modo a incentivar o envolvimento ativo nas discussões e a construção compartilhada do conhecimento matemático. Apresenta-se aqui um exemplo de tarefa potente para a formação de professores como recurso pedagógico, que inclui um conjunto de orientações associado ao mesmo objetivo de aprendizagens matemáticas para o qual foi conceitualizada. Discute-se o conteúdo no âmbito da multiplicação de frações, com foco nos sentidos da operação: adição sucessiva de parcelas iguais, combinatória e configuração retangular. A relevância da proposta reside no fato de que este assunto é apontado nas pesquisas como problemático, tanto nos aspectos relativos ao ensino, quanto à aprendizagem, bem como, transversal a diferentes tópicos matemáticos e etapas educativas. Este movimento de propiciar uma discussão por meio de uma tarefa potente no ambiente da formação de professores viabiliza a construção de um contexto rico e que simula a prática da sala de aula.

Palavras-chave: Educação Matemática, Formação de professores, Conhecimento do conteúdo, Tarefa, Multiplicação de frações.

INTRODUÇÃO

Uma das especificidades da prática docente está na capacidade de os professores adquirirem um conhecimento profundo e abrangente dos conceitos matemáticos que ensinam (PONTE, 1995). Isso não se limita apenas a uma compreensão superficial dos tópicos, mas sim

[1] Doutoranda em Educação pela Universidade Estadual de Campinas - Unicamp, milenacristinisilva@gmail.com
[2] Professor Doutor Colaborador da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas- Unicamp, sloren@unicamp.br;
[3] Professora Doutora da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas - Unicamp, mutsumi@unicamp.br;

ISSN: 2358-8829

a uma compreensão sólida e fundamentada. Segundo Ball, Thames e Phelps (2008), ao ter um profundo domínio sobre os conteúdos, o professor é capaz de articular as ideias de maneira clara e acessível, oferecer explicações abrangentes e responder às perguntas dos alunos com segurança.

Nesse contexto, a psicologia cognitiva pode desempenhar um papel fundamental, pois como afirmado por Klausmeier e Goodwin (1977), ela investiga como o indivíduo interpreta e compreende a matemática, buscando entender os processos mentais subjacentes à aprendizagem. Dentro desse campo, a formação conceitual emerge como uma linha de pesquisa que estuda como os conceitos matemáticos são formados ao longo do tempo, desde as primeiras experiências com números e operações até conceitos mais avançados. Também explora as possíveis dificuldades e obstáculos que o indivíduo enfrenta nesse processo, buscando identificar estratégias para superá-los.

Especificamente, o conceito de fração é uma das ideias matemáticas mais complexas e importantes (BEHR *et al.*,1983), tanto no aspecto do ensino quanto da aprendizagem. A complexidade intrínseca do conceito da fração é apenas um dos obstáculos, sua transversalidade com outros tópicos matemáticos, as distintas interpretações das frações e as operações envolvidas também se mostram relevantes.

Alguns estudos (BALL, 1990; KLEIN; TIROSH, 1997) mostram que a falta de domínio desses conceitos pode levar muitos professores a se sentirem inseguros ao explicar os conceitos e operações das frações de maneira clara e abrangente, como também pode levar a uma aprendizagem fragmentada e descontextualizada, prejudicando a compreensão conceitual das frações.

Nessa perspectiva, uma abordagem eficaz para aprimorar o ensino das frações é incorporar tarefas potentes que visam explorar as frações sob diferentes perspectivas e a compreender como essas interpretações se interconectam. Neste artigo apresentaremos um exemplo de tarefa potente para a formação de professores como recurso pedagógico e discutiremos o conteúdo no âmbito da multiplicação de frações, com foco na interpretação dessa operação.

A escolha de apresentar e discutir o conteúdo das frações por meio de uma tarefa reside no fato de apoiar os professores na formação de conceitos das frações e, por outro lado, essa decisão se baseia na constatação de que as frações são frequentemente identificadas como um tópico problemático em pesquisas educacionais, tanto no que diz respeito ao ensino quanto à aprendizagem (MCMULLEN *et al.,* 2015; VAN HOOF *et al.,* 2018).

ISSN: 2358-8829

A FORMAÇÃO DO CONCEITO DE FRAÇÃO

De acordo com a teoria dos campos conceituais - TCC (VERGNAUD, 1996), a formação de conceitos é um processo fundamental no desenvolvimento cognitivo que define conceitos como representações internas na mente do indivíduo. Essas representações são compostas por "informações ordenadas sobre as propriedades de uma ou mais coisas - objetos, eventos ou processos - que torna qualquer coisa ou classe de coisas capaz de ser diferenciada ou relacionada com outras coisas ou classes de coisas" (KLAUSMEIER; GOODWIN, 1977, p.312).

Essa teoria oferece uma estrutura sólida para o estudo da formação de conceitos complexos, incluindo o conceito de frações. Isso se deve à sua capacidade de fornecer princípios[4] consistentes que servem de base para a compreensão do desenvolvimento e da aprendizagem desses conceitos. No entanto, é importante reconhecer que a formação de conceitos não ocorre de maneira uniforme, mas sim em níveis progressivamente mais avançados de compreensão e estruturação do conhecimento conceitual.

De acordo com Klausmeier e Goodwin (1977) esses níveis cognitivos podem ser distinguidos em quatro estágios: concreto, identidade, classificatório e formal. No estágio concreto, a compreensão dos conceitos é ancorada em experiências sensoriais diretas e contextos específicos, relacionando-se com objetos e situações palpáveis. Os indivíduos começam a perceber as características distintas de objetos específicos, contribuindo para a construção de imagens mentais representativas.

No estágio de identidade, os conceitos são entendidos por meio de atributos e características específicas que os diferenciam de outros conceitos. Isso permite a criação de imagens mentais detalhadas e únicas para cada conceito. Além disso, os indivíduos desenvolvem a habilidade de reconhecer padrões e semelhanças entre conceitos diferentes.

No estágio classificatório, os indivíduos são capazes de organizar conceitos em categorias e grupos, estabelecendo relações de semelhança e diferença entre eles. A capacidade de generalização e classificação se expande, permitindo aos indivíduos agrupar conceitos com base em características compartilhadas.

Por fim, no estágio formal, os conceitos são compreendidos de maneira mais abstrata e teórica, permitindo a aplicação do conhecimento em diferentes contextos e a compreensão de

---

[4] Os princípios se referem a relações estabelecidas entre conceitos que podem ser compreendidas e aplicadas em contextos mais amplos, não se limitando apenas à mente de um indivíduo, mas também se estendendo a diferentes contextos públicos e compartilhados.

ISSN: 2358-8829

relações complexas entre os conceitos. Os indivíduos identificam atributos-chave que definem uma classe de conceitos e são capazes de fornecer definições precisas com base em atributos definidores.

Nessa perspectiva, a formação do conceito de fração é um processo que percorre diferentes níveis cognitivos desempenhando um papel crucial na compreensão integral desse conhecimento conceitual. No nível cognitivo concreto, é essencial estabelecer uma forte ligação com o cotidiano do indivíduo. Por exemplo, o conceito de metade é formado no cotidiano ao se observar a divisão igualitária de objetos, brinquedos ou alimentos e, entender a ideia de que cada parte tem a mesma quantidade. Tipos de situações concretas como essas, permitem que o indivíduo relacione o objeto real com a representação simbólica da fração, construindo uma compreensão sólida no nível concreto (VERGNAUD, 1993).

No entanto, o desenvolvimento do conceito deve atingir um certo nível de generalização, permitindo que o indivíduo construa um conceito científico mais abstrato – níveis classificatório e formal – (KLAUSMEIER; GOODWIN, 1977). Isso significa que, além de trabalhar com situações concretas, é importante explorar diferentes interpretações das frações em que os alunos devem ser expostos não apenas a exemplos, mas também a não exemplos de frações, trabalhar com quantidades contínuas e discretas, explorar os diversos tipos de representações e entender as frações por uma perspectiva de medição (KIEREN, 1998).

Na Matemática, a notação: $\frac{p}{q}$ pode assumir diferentes significados, dependendo do contexto em que é usada. Pode representar uma fração, indicar uma divisão de p por q, denotar uma razão ou indicar um número racional. Além disso, na linguagem comum, a palavra "fração" costuma ser associada a um "pedaço" ou "parte" de algo, e o verbo "fracionar" refere-se a "dividir" ou "partir" algo em partes menores [5].

Os livros didáticos de Matemática costumam apresentar uma definição inicial, para uma fração $\frac{p}{q}$, destacando principalmente esse aspecto: a notação $\frac{p}{q}$ representa a fração ou parte correspondente a p partes de uma unidade ou um todo dividido em q partes iguais (DANTE, 2009). Embora essa definição seja correta, ela pode ser considerada complexa e problemática, principalmente para alunos que estão sendo introduzidos ao conceito, pois a sua compreensão não é tão simples como pode parecer para alguém que já domina o conceito.

[5] Informação adaptada do dicionário online de português

ISSN: 2358-8829

Conforme a definição de Kieren (1988), a fração é concebida como uma representação dos números racionais, no qual (a fração) é composta por diversos construtos e subconstrutos[6]. Portanto, não se pode encarar os números racionais como meramente uma extensão dos números naturais, pois nos números racionais, por exemplo, a adição e multiplicação são operações independentes (KIEREN, 1994). Ao contrário dos números naturais, nos quais a operação de multiplicação sempre resulta em um número maior, nos números racionais, essa relação nem sempre se verifica.

A formação do conceito de números racionais, na representação de fração, exige considerar cinco interpretações distintas: relação parte-todo, quociente, medida, razão e operador (KIEREN, 1988). Para aprofundar a compreensão sobre a construção desse conceito, Kieren (1988) propôs um modelo teórico que busca elucidar as possíveis conexões entre as ideias que compõem o conceito de números racionais. Esse modelo tem sua origem nas situações presentes no conhecimento intuitivo do sujeito e se estende até atingir o estágio da formalização.

Neste modelo teórico, identificam-se quatro níveis que delineiam a progressão na construção do conceito de números racionais (KIEREN, 1993): (i) o nível do conhecimento intuitivo; (ii) nível do conhecimento dos subconstructos; (iii) nível do conhecimento derivado dos subconstructos (quociente, operador, medida e razão); (iv) nível do conhecimento em direção a um pensamento formal.

À medida que a formação do conceito de fração é explorada, observa-se que esse processo envolve diferentes níveis de compreensão, que, por sua vez, podem ser associados aos níveis propostos por klausmeier e Goodwin (1977). Isto é, a ideia de fração deve ser vista primeiramente como conhecimento humano, antes de ser abordada como uma construção lógica formal (KIEREN, 1994).

O avanço por meio desses níveis de compreensão permite que o indivíduo supere obstáculos conceituais. Inicialmente, ele pode se limitar, por exemplo, a preferir a "metade maior da maçã" como uma forma de entender o conceito de "metade" com base em sua experiência pessoal. No entanto, como destacado por Nunes e Bryant (1997) à medida que progride nos estágios cognitivos e quanto mais o indivíduo interage com uma variedade de exemplos e situações-problema que o desafiam a aplicar esse conceito em contextos diferentes e diversificados, sua compreensão do conceito se aprofunda e se amplia.

[6] Entende-se constructos como sendo o conceito e os subconstrutos como os pequenos conceitos que juntos formam o conceito maior. Aqui utilizaremos a palavra “interpretação” para a utilização desses termos.

ISSN: 2358-8829

Assim como as frações, as operações aritméticas, abrigam múltiplas interpretações e complexidades que vão além do mero cálculo, como observado por Carvalho e Gonçalves (2003). No contexto específico da multiplicação envolvendo frações, a complexidade alcança um nível elevado no âmbito cognitivo, especialmente quando abordada sob a perspectiva da modelagem de situações. Essa complexidade de acordo com Tsankova e Pjanic (2009) reside na introdução de novos significados para os números e nas relações interdependentes que surgem entre eles, criando um campo conceitual extenso e intrincado.

Dentro da operação de multiplicação, três interpretações distintas são atribuídas. O primeiro enfoque é conhecido como "adição sucessiva de parcelas iguais". Segundo Carvalho e Gonçalves (2003), a multiplicação é encarada como um procedimento que envolve reunir elementos de diversos conjuntos, cada um com a mesma quantidade, até que todos os conjuntos estejam agrupados. Essa interpretação está intimamente relacionada com a concepção da multiplicação como um processo repetitivo, frequentemente aplicada no contexto do ensino dos números naturais.

Outra interpretação essencial da multiplicação envolve a "combinação de elementos de conjuntos distintos". Nesse contexto, de acordo com Carvalho e Gonçalves (2003) a multiplicação é compreendida como uma operação que realiza combinações entre elementos de conjuntos que são mutuamente exclusivos. Essa abordagem é particularmente relevante em situações de contagem e probabilidade, onde é possível calcular o número de combinações possíveis entre diferentes elementos.

Por fim, o terceiro sentido da multiplicação está ligado à "determinação da quantidade de unidades dentro de uma configuração retangular" (CARVALHO; GONÇALVES, 2003). Nessa concepção, a multiplicação é vista como uma operação que possibilita o cálculo da área de um retângulo, em que o número de unidades em cada lado do retângulo representa os fatores da multiplicação. Essa perspectiva é comumente explorada na geometria e desempenha um papel fundamental no desenvolvimento de conceitos relacionados à área e à propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.

As diversas interpretações das operações multiplicativas têm um impacto significativo na maneira como os indivíduos adquirem conhecimento sobre o sentido dessas operações. Isso ocorre porque é necessário compreender uma multiplicidade de interpretações, algumas das quais podem parecer pouco intuitivas. No entanto, muitas vezes, as crianças constroem modelos mentais para representar situações multiplicativas, associando a multiplicação à ideia de "adição sucessiva de parcelas iguais", como esclarecem Carvalho e Gonçalves, (2003). Embora essa seja uma visão comum das operações, ela tem limitações, pois as operações podem modelar

ISSN: 2358-8829

uma variedade de situações que não se encaixam necessariamente nessa interpretação. Por exemplo, situações que envolvem o contexto de área e a combinação entre elementos de conjuntos.

Na prática pedagógica, Verschaffel e De Corte, (1996) observaram que nem todas as situações são abordadas nas aulas da mesma forma ou com a mesma ênfase. Conforme os alunos avançam em seus procedimentos de cálculo e modos de pensamento, é benéfico introduzir representações em forma de disposições retangulares, uma vez que a disposição retangular é justificada por ser considerada uma das representações mais poderosas para apoiar o desenvolvimento do raciocínio multiplicativo (CARVALHO; GONÇALVES, 2003).

Além disso, a multiplicação de números inteiros pode levar os alunos a desenvolverem algumas ideias específicas sobre o que acontece durante a multiplicação, ideias que não se aplicam necessariamente quando lidamos com números racionais (CARVALHO; GONÇALVES, 2003). Por exemplo, alguns alunos podem acreditar que, ao multiplicar alguns números, o produto é sempre maior do que os fatores. Embora esses conceitos não estejam diretamente relacionados ao sentido da operação, podem influenciar a tomada de decisões dos alunos. Se um aluno acredita que o produto deve ser sempre maior do que os fatores, isso pode levá-lo a evitar realizar a multiplicação ou gerar dúvidas durante o processo.

DISCUSSÃO SOBRE A IMPLEMENTAÇÃO DA TAREFA

A tarefa que será discutida a seguir foi desenvolvida com o propósito de aprimorar a formação contínua dos professores, levando em consideração os seus conhecimentos matemáticos relacionados à formação de conceitos no ensino da multiplicação de frações.

Figura 1 – Tarefa para a formação de Conceitos

TAREFA: MULTIPLICANDO FRAÇÕES

Considere as seguintes operações:

a. $2 \times 3 =$

b. $2 \times \frac{1}{3} =$

c. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} =$

Responda:

1. Represente, se possível, três diferentes interpretações, relacionadas à multiplicação de frações para cada um dos três itens mencionados acima.

Fonte – Arquivo dos autores

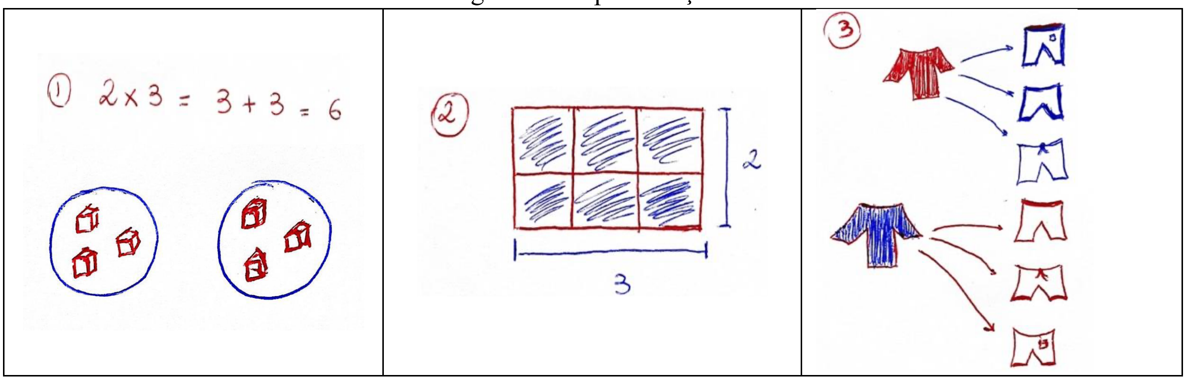
ISSN: 2358-8829

As operações nesta tarefa estão intrinsecamente ligadas aos conhecimentos matemáticos essenciais que os professores precisam revelar ao resolvê-las. Cada operação é propositalmente selecionada para abordar as diversas interpretações da multiplicação de frações. Delinearemos o objetivo específico da tarefa e analisaremos possíveis respostas, além de considerar potenciais equívocos que os professores possam apresentar, baseados na revisão da literatura.

A pergunta (1) que requer a representação do produto resultante da multiplicação de frações, tem como principal objetivo estimular o professor a construir uma imagem mental do processo de cálculo. Mais do que simplesmente obter o resultado final, a ênfase recai sobre o entendimento do processo cognitivo subjacente.

No item (i), que envolve a operação 2x3, podemos explorar a representação de três maneiras distintas. Isso implica considerar a adição sucessiva de parcelas iguais, a determinação da quantidade de unidades contidas em uma configuração retangular e a combinação de elementos de conjuntos diferentes. Vamos agora analisar as possíveis respostas para essa operação.

Figura 2 – Representação 2x3



Fonte – Arquivo dos autores

A representação em (1) corresponde à situação mais comum de multiplicação e é geralmente a primeira com a qual nos familiarizamos quando estamos aprendendo essa operação. Este sentido é frequentemente entendido como uma adição sucessiva de parcelas iguais. No exemplo (1), temos dois conjuntos de três elementos, ou seja, 3 + 3 = 2 x 3. A representação como três conjuntos de dois, como em 2 + 2 + 2 = 3 x 2, seria uma interpretação equivocada da operação, pois não expressa a mesma ideia que 2 x 3. Embora os resultados finais sejam iguais, nossa análise não se concentra no cálculo em si, mas na compreensão conceitual da operação e nas situações que ela modela.

Caraça (1989) nos auxilia a compreender a diferença na interpretação do contexto (2 x

ISSN: 2358-8829

3), em que os dois números envolvidos desempenham papéis distintos. O número 2 representa a quantidade de conjuntos e é denominado multiplicador, desempenhando uma função ativa. Já o número 3, que se repete, representa a quantidade de elementos em cada conjunto e é chamado de multiplicando, desempenhando uma função passiva na multiplicação. É importante compreender essa distinção na interpretação do processo multiplicativo.

A representação em (2) está relacionada à interpretação da determinação da quantidade de unidades contidas em uma configuração retangular. Nessa situação, podemos pensar em dispor duas linhas de três colunas ou três linhas de duas colunas. Nessas situações, não há distinção entre multiplicador e multiplicando, e, portanto, são consideradas psicologicamente comutativas. Isso significa que, nesse contexto, a ordem dos fatores não altera o produto, ao contrário do que ocorre na interpretação da adição sucessiva de parcelas iguais (CARVALHO; GONÇALVES, 2003). Essa forma de representação permite visualizar o raciocínio por trás da propriedade comutativa da multiplicação e das várias decomposições dos números que fundamentam a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.

A representação em (3) está relacionada à combinação de elementos de conjuntos diferentes. Nesta situação, estamos combinando elementos de dois conjuntos disjuntos[7]: o conjunto que contém as duas camisetas de cores diferentes e o conjunto que contém os três shorts, também de cores diferentes. Estamos agrupando esses elementos dois a dois, onde as parcelas correspondem à quantidade duas (camisetas) a serem combinadas com a quantidade de três (shorts), representada como 2x3. Essa interpretação encontra aplicação posterior nos anos finais da escolaridade, especificamente no tema de Análise Combinatória.

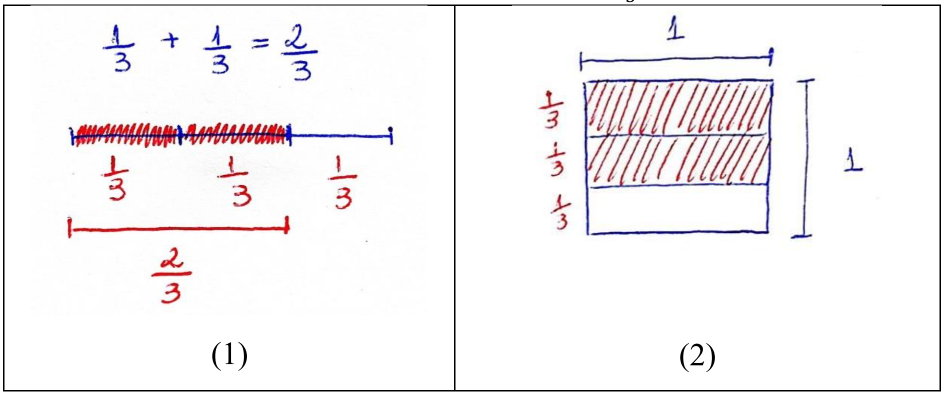
No item (ii), que está relacionado à operação $2\text{x}\,\frac{1}{3}$, estamos lidando com quantidades não naturais, especificamente a quantidade $\frac{1}{3}$, que está associada a uma quantidade contínua. Portanto, nesta operação, podemos explorar duas representações distintas: a adição sucessiva de parcelas iguais e a determinação da quantidade de unidades contidas em uma configuração retangular. No entanto, a interpretação que envolve a combinação de elementos de conjuntos diferentes não se aplica aqui, pois a combinação está relacionada a quantidades inteiras. Em outras palavras, a interpretação do produto como o número de combinações entre elementos de dois conjuntos geralmente não faz sentido no contexto das frações. Agora, vamos examinar as possíveis respostas para esta operação.

---

[7] Conjuntos disjuntos são aqueles que não possuem nenhum elemento em comum, ou seja, têm uma interseção vazia.

ISSN: 2358-8829

Figura 3 – Representação 2 x $\frac{1}{3}$



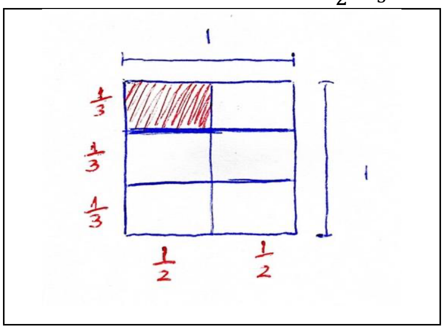
Fonte – Arquivo dos autores

A representação em (1) da operação 2 x $\frac{1}{3}$ está relacionada à adição sucessiva de parcelas iguais em uma quantidade contínua. É notável que a representação na reta numérica é uma excelente forma de demonstrar a mesma quantidade ($\frac{1}{3}$) sendo repetida duas vezes, que por sua vez, relaciona-se com o contexto de medida da fração. É fundamental destacar que essa operação é diferente de realizar $\frac{1}{3}$ x 2, visto que, nesse caso, a interpretação da adição de parcelas iguais não é aplicável.

Outra maneira de representar a operação 2 x $\frac{1}{3}$ é por meio do modelo retangular, onde o todo é dividido em três partes iguais, e, assim, cada uma dessas partes equivale a $\frac{1}{3}$. Nesse contexto, tomamos duas partes dessa quantidade. Nota-se que esta apresenta uma representação bidimensional entre comprimento e altura de medida inteira.

Finalmente, no item (iii), que se refere à operação $\frac{1}{2}$ x $\frac{1}{3}$, todos os fatores são quantidades fracionárias, o que torna inviável representar as interpretações de adição sucessiva de parcelas iguais e combinação de elementos de conjuntos diferentes. A única maneira de representar essa operação é pela determinação da quantidade de unidades contidas em uma configuração retangular. A seguir, examinaremos essa representação da operação com quantidades contínuas.

Figura 3 – Representação $\frac{1}{2}$ x $\frac{1}{3}$



Fonte – Arquivo dos autores

ISSN: 2358-8829

Nesta representação, podemos observar um quadrado com lados medindo uma unidade inteira. Horizontalmente, o inteiro é dividido em duas partes, e verticalmente em três partes. É interessante notar que, nesse contexto, não faz sentido distinguir entre multiplicador e multiplicando, tornando essa abordagem comutativa. Portanto, ao realizar a operação $\frac{1}{2}$ x $\frac{1}{3}$, estamos efetivamente tomando metade de um terço, o que equivale a $\frac{1}{6}$ dessa fração em relação ao todo.

A configuração retangular é um exemplo em que a multiplicação assume um significado altamente intuitivo. Em algumas situações, esse método é referido como o "modelo de área" segundo Greer (1992) ou "disposição retangular" de acordo com Carvalho e Gonçalves (2003). Uma aplicação fundamental dessa abordagem é no cálculo da área do retângulo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir do exemplo da tarefa previamente apresentada, buscamos criar um exemplo de questão que fosse capaz de fomentar o desenvolvimento do conhecimento conceitual referente as diferentes interpretações da operação de multiplicação de frações. Nosso objetivo primordial foi promover a compreensão do fenômeno da multiplicação, atribuindo significado às diferentes abordagens, como a adição sucessiva de parcelas iguais, a configuração retangular e a combinatória.

A inclusão desse tipo de tarefa no processo de formação de conceitos requer uma análise aprofundada de suas potencialidades e limitações. Portanto, como educadores, é fundamental estabelecer objetivos bem definidos, examinar as possíveis respostas que podem surgir e identificar equívocos potenciais. Esse trabalho de criação e análise de tarefas está intrinsecamente ligado à nossa prática profissional como professores e visa otimizar a utilização da tarefa, minimizando suas limitações.

Assim, à medida que a tarefa é desenvolvida, é crucial que ela seja adaptada à faixa etária dos alunos, sem perder de vista seu objetivo central. Ao ensinar o conceito de multiplicação de frações, as várias representações da operação conferem significado e demonstram a versatilidade desse conceito. Portanto, somente após explorar essas diversas situações, incluindo a resolução de problemas e o uso de representações de situações concretas, é apropriado introduzir o algoritmo no processo de ensino. Isso possibilita uma compreensão mais sólida e contextualizada da operação.

ISSN: 2358-8829

REFERÊNCIAS

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content Knowledge for Teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, v. 59, n. 5, p. 389–407, 2008.

BEHR, M. J. *et al.* Rational number, ratio, and proportion. In: Grouws, D.A. (Ed.) **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**. New York: Macmillan, 1992. P.296-333.

CARVALHO, A.; GONÇALVES, H. Multiplicação e Divisão: conceitos em construção. **Educação e Matemática**, Lisboa, n. 75, p. 23, 2003.

DANTE, L. R. **Tudo é Matemática**. São Paulo: Ática, 2009.

KIEREN, T. E. The rational number construct: Its elements and mechanisms. In T. E. Kieran (Ed.). **Recent Research on Number learning.** Columbus, Ohio: ERIC-SMEAC, 1980. p. 32-55.

KLAUSMEIER, H. J.; GOODWIN, W. **Manual de Psicologia Educacional:** aprendizagem e capacidades humanas. Tradução de Abreu, M. C. T. A. São Paulo: Harper & Row, 1977. p. 310-344.

KLEIN, R.; TIROSH, D. **Teachers' pedagogical content knowledge of multiplication and division of rational numbers**. In H. Pekhonen (Ed.), Proceedings of the 21st PME International Conference. Lathi: Finland, 1997. p. 144-152.

PONTE, J. P. **Perspectivas de desenvolvimento profissional de professores de matemática**. In: João Pedro Ponte et al (Org). Desenvolvimento Profissional de Professores de Matemática: Que formação?. Lisboa: SPCE, 1995. p. 269-292.

VERGNAUD, G. **Multiplicative structures.** In Hiebert, H. and Behr, M. (Eds.). Research Agenda in Mathematics Education. Number Concepts and Operations in the Middle Grades. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum, 1988. p. 141-161.

VERSCHAFFEL, L. e De CORTE, E. **Number and Arithmetic**. In A. J. Bishop *et al* (Eds.), International Handbook of Mathematics Education. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996. p. 99-137.