



ENSINO DE EXPONENCIAÇÃO COM O USO DA TORRE DE HANÓI

Mariana Figueira Secafim¹
Kátia Paula Fernandes Correia²
Kayo Icaro dos Santos da Silva³

INTRODUÇÃO

O presente texto refere-se à experiência realizada com 48 estudantes de duas turmas do 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública do estado de Mato Grosso, no qual foi utilizado o quebra-cabeça “Torre de Hanói” como mediador no processo de ensino-aprendizagem do conteúdo de função exponencial.

O trabalho objetivou contextualizar o conteúdo de potenciação com o propósito de relembrar conhecimentos prévios para o ensino de função exponencial. O interesse partiu da perspectiva de não bastar somente transmitir conhecimentos aos estudantes, e sim de ser necessário que os mesmos vejam a aplicação em situações para além da sala de aula, estimulando e desenvolvendo o conhecimento e a consciência do próprio processo de aprendizagem, possibilitando que estes resolvam problemas de função exponencial comum ou específico.

O jogo Torre de Hanói consiste em um quebra-cabeça contendo três hastes e alguns discos e possui algumas regras simples, como transferir apenas um disco por vez e nunca colocar um disco maior sobre um menor. É necessário que os estudantes pensem em uma estratégia de resolução, sendo que o objetivo é transferir todos os discos da primeira haste para a última, com a menor quantidade de movimentos possíveis. Na sequência os estudantes tentaram encontrar a relação algébrica que proporciona o menor número possível de movimentos em função do número de discos, que resulta em uma função exponencial.

Foi abordado a importância da tomada de consciência no processo de aprendizagem a partir de uma pesquisa-ação de cunho qualitativo, mediada pela abordagem interpretativa para produzir e analisar os dados apresentados. Os instrumentos adotados para o registro foi observação, registros de imagens e registros de situações relevantes em um diário de bordo. Os

¹ Mestre em Educação Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Mato Grosso - UFMT, marianasecafim@gmail.com;

² Mestre em Geografia pelo Programa de Pós-Graduação de Geografia da Universidade Federal Mato Grosso - UFMT, katiapaulacorreia@gmail.com;

³ Graduado pelo curso de Educação Física da Faculdade de Ciências Sociais Aplicadas do Vale do São Lourenço - EDUVALE, kayo.silva@edu.mt.gov.br;



resultados apresentados indicam que o uso de atividades lúdicas desperta o interesse pela matemática.

METODOLOGIA

A pesquisa possui abordagem qualitativa por caracterizar grande flexibilidade, permitindo amplo e detalhado conhecimento do objeto, baseando-se no aspecto interpretacionista (MOREIRA, 2022). A análise é descritiva, pois objetiva analisar, por meio da interpretação dos dados, se o jogo Torre de Hanói potencializa a aprendizagem dos estudantes no que se refere ao ensino de função exponencial.

O método utilizado na realização da pesquisa foi a pesquisa-ação, pois o pesquisador intervém no contexto da investigação, permitindo maior compreensão dos fenômenos. Thiollent (2011, p. 20) diz que a pesquisa-ação

é um tipo de pesquisa social com base empírica, concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e na qual os pesquisadores e os participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo.

Esse método, além de nos levar a compreender, objetiva intervir na situação com a finalidade de modificá-la, permitindo que alterássemos intencionalmente a situação da pesquisa, a fim de proporcionar um possível melhoramento no ensino-aprendizagem.

O contexto da pesquisa foi uma escola pertencente à rede pública da Secretaria de Educação do Estado de Mato Grosso – SEDUC/MT, localizada no interior do estado. Os participantes foram 48 estudantes do 1º ano do Ensino Médio. O conteúdo abordado foi função exponencial.

As etapas da pesquisa foram pautadas na revisão de potenciação, no conceito de função exponencial, e na sequência a aplicação do jogo Torre de Hanói como intervenção pedagógica sobre o conteúdo de exponenciação, e por fim, foi realizada a análise das contribuições do jogo na aprendizagem do conteúdo de função exponencial.

Os dados foram coletados durante as duas primeiras etapas da pesquisa, baseando-se em observação, registro de imagens e das situações relevantes em um diário de bordo. A análise contempla a terceira etapa da pesquisa, que aponta que o jogo pedagógico fortifica a aprendizagem.



REFERENCIAL TEÓRICO

O uso de jogos pedagógicos no ensino-aprendizagem de estudantes é extremamente valioso, pois mesmo que seja um momento de descontração, é necessário atentar-se a critérios e regras para que o objetivo seja cumprido, tornando assim os conceitos mais atraentes e interessantes.

Os jogos como recurso pedagógico auxiliam na atenção e percepção dos estudantes, estimulando a relevância no conceito abordado, entusiasmando os estudantes a refletir sobre suas práticas e suas atitudes.

Carneiro (2015) afirma que os jogos são instrumentos pedagógicos que servem de ferramenta para aprendizagem e não apenas entretenimento. Desenvolve o indivíduo moralmente, além de levar a compreensão de regras. Bruhns (1996) destaca:

no jogo, há um espaço para a liberdade, e a criatividade encontra-se presente. São permitidas às pessoas a discussão e modificação de regras, sem a presença de uma “autoridade” para decidir por elas e da qual dependeriam para a aplicação de regulamentos, aos quais teriam que obedecer sem contestação, sob a ameaça de expulsão. (BRUHNS, 1996, p.35)

Já os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1998, p.46), apontam que os jogos são:

Uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações; possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas. (BRASIL, 1998, p. 46)

Nesse sentido, o jogo contribui com o desenvolvimento pedagógico como vemos na afirmação de Kishimoto (1998):

O uso de brinquedo/jogo educativo com fins pedagógicos remete-nos para a relevância desse instrumento para situações de ensino-aprendizagem e de desenvolvimento infantil. [...] Ao permitir a ação intencional (afetividade), a construção de representações (cognição), a manipulação de ações sensório-motoras (físico) e as trocas de interações (social), o jogo contempla várias formas de representação da criança ou suas múltiplas inteligências, contribuindo para a aprendizagem e o desenvolvimento infantil. Quando as situações lúdicas são intencionalmente criadas pelo adulto com vistas a estimular certos tipos de aprendizagem, surge a dimensão educativa. (KISHIMOTO, 1998, p. 59)



O uso de jogos de estratégias pode contribuir para o ensino-aprendizagem de matemática, contribuindo para que essa aprendizagem seja prazerosa, colaborando para o desenvolvimento de resolução de problemas.

O jogo Torre de Hanói é um jogo de estratégia que consiste em um quebra-cabeça contendo três hastes e alguns discos (foram usados de 3 a 7 discos), e possui algumas regras simples, como transferir apenas um disco por vez e nunca colocar um disco maior sobre um menor. É necessário que os estudantes pensem em uma estratégia de resolução, sendo que o objetivo é transferir todos os discos da primeira haste para a última, com a menor quantidade de movimentos possíveis. Na sequência os estudantes buscam encontrar a relação algébrica que proporciona o menor número possível de movimentos em função do número de discos, que resulta em uma função exponencial.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A primeira etapa da pesquisa consistiu na revisão dos conceitos de potenciação e na explicação de função exponencial e teve duração de 6 aulas.

O conceito de potenciação diz respeito a forma de representar uma multiplicação em que todos os fatores são iguais. Oliveira e Gadotti (2015) definem potência de um expoente natural como: “Sejam a um número real e n um número natural. Definimos a potência a^n como produto de n fatores iguais a a , onde convencionamos que a é a base e n é o expoente dessa respectiva potência. Para $n = 1$, colocamos $a^1 = a$, pois há um só fator”.

Na sequência vimos o conceito de função exponencial. Inúmeras são as formas de se definir uma função, mas a essência é a regra que indica como associar cada elemento de um conjunto, conhecido como domínio a um único elemento de outro conjunto, denominado contradomínio.

O conceito de função exponencial está totalmente ligado ao conceito de potenciação, já que para existir uma função exponencial é necessário que exista uma potência. Sendo assim, a definição de função exponencial de acordo com Silva e La Torre (2015): “Dado um número real a (com $a > 0$ e $a \neq 1$), denomina-se função exponencial de base a , uma função f de \mathbb{R} em \mathbb{R}_+ definida por $f(x) = a^x$ ou $y = a^x$ ”.

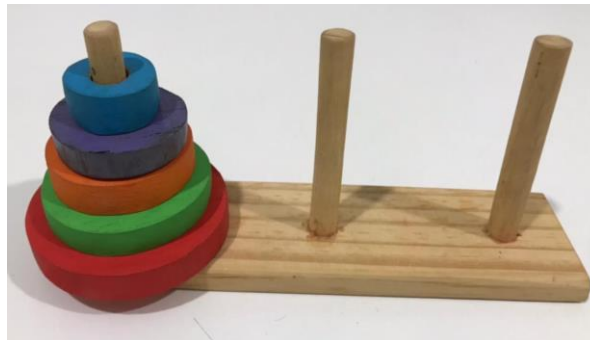
Nessa primeira etapa foi realizado exemplos no quadro e solicitado que os estudantes resolvessem listas de exercícios pré-estabelecido. A apostila dos estudantes consiste numa abordagem de exercícios de fixação e repetição. No processo de ensino-aprendizagem de matemática a repetição é necessária em alguns momentos, mas não pode ser a única



metodologia utilizada. Deve existir a contextualização com situações cotidianas dos estudantes sempre que possível.

A segunda etapa tratou-se do jogo em si. No primeiro momento os alunos tiveram contato com a Torre de Hanói sem nenhuma explicação prévia sobre a conexão com a função exponencial. Eles manusearam o jogo e começaram a entender as regras. Posteriormente foi explicado o objetivo do jogo e eles começaram a contar os movimentos conforme moviam os discos de uma haste para a outra.

Figura 1 – Torre de Hanói



Fonte: Acervo da pesquisa

Os alunos iniciaram a resolução com apenas 3 discos e resolveram com uma certa facilidade, conseguindo contar os movimentos realizados. Após algumas tentativas acertaram que era necessários 7 movimentos para mover os três discos para a última haste. O número de discos foi aumentado para 4, e as dificuldades começaram a aparecer. Alguns realizaram com 20 movimentos ou mais, até que foram conseguindo com uma quantidade menor do que 20 e perceberam que era possível diminuir ainda mais, até conseguirem realizar com apenas 15 movimentos, que é a quantidade mínima de movimentos para quatro discos.

À medida que a quantidade de discos era aumentada o desafio era maior e os estudantes ficavam mais entusiasmados para resolver o problema. Foi solicitado que os estudantes fizessem uma tabela com a quantidade de discos e a quantidade mínima de movimentos em cada caso, de 3 até 7 discos. Os estudantes chegaram a conclusão que 3 discos possui no mínimo 7 movimentos, 4 discos possui 15 movimentos, 5 discos são 31 movimentos, 6 discos são 63 movimentos e 7 discos possui 127 movimentos mínimos.

Após a montagem da tabela eles analisaram se havia algum padrão nos números, e os mesmo perceberam que era sempre um número múltiplo de 2 subtraindo 1. Todos os estudantes juntamente com a professora concluíram que a expressão que indica a quantidade mínima de movimentos é: $m = 2^n - 1$, onde m é a quantidade de movimentos e n o número de discos.



A última etapa da pesquisa se baseou na análise e tabulação dos dados coletados, concluindo que o jogo como ferramenta pedagógica potencializa do ensino-aprendizagem de função exponencial.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Verificamos que os jogos com objetivos pedagógicos são uma excelente ferramenta para auxiliar no processo de ensino-aprendizagem, já que além de estimular o raciocínio dos estudantes a estarem atentos as regras é uma atividade prazerosa, que fomenta as estratégias e o pensamento crítico dos estudantes, tornando-os sujeitos ativos no seu próprio processo de aprendizagem.

Podemos afirmar que conseguimos atingir os objetivos traçados inicialmente, pois com as observações identificamos que os estudantes conseguiram compreender o foco do jogo Torre de Hanói e manusearam corretamente o mesmo, assimilando as regras básicas do jogo e os conceitos de função exponencial advindos dele, muitas vezes afirmando compreender melhor o conteúdo com a aplicação do jogo.

Palavras-chave: Função exponencial, Potenciação, Torre de Hanói, Tomada de consciência, Matemática.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Matemática. Ensino fundamental. Terceiro e quarto ciclos. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRUHNS, H. T. **O jogo nas diferentes perspectivas teóricas**. Florianópolis: Revista Motrivivência, ano VIII – n. 09, 1996.

CARNEIRO, K. T. **Por uma memória do jogo: a presença do jogo na infância de actogenários e nanogenários**. 273 f. Tese (doutorado em Educação Escolar). Unesp, 2015.

KISHIMOTO, T. M. **O Jogo e a educação infantil**. São Paulo: Pioneira, 1998.

MOREIRA, D. A. **O método fenomenológico na pesquisa**. São Paulo: Pioneira Thomson, 2002.

OLIVEIRA, R. H. de. Um Estudo sobre a Função Exponencial. 73 f. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Orientadora: Marta Cilene Gadotti. 2015.

SILVA, R. J. A. **Contexto e aplicações das funções exponenciais no ensino médio: uma abordagem interdisciplinar**. 86 f. Dissertação (mestrado em Matemática) – UENF, 2015.

THIOLLENT, M. **Metodologia da pesquisa-ação**. São Paulo: Cortez, 18ª ed. 2011.