SEQUÊNCIA DIDÁTICA: Uso de Situações Problemas para o ensino de Números Quadrados Perfeitos.

RIBEIRO, Milena Brito [1]
BRITO, Celso Eduardo [2]

RESUMO: A presente pesquisa discute a importância das teorias didáticas, especialmente a Teoria Antropológica do Didático (TAD), a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) e a Teoria das Situações Didáticas (TSD), para o processo de ensino e aprendizagem da matemática. A TAD aborda a relação entre os sujeitos e os objetos matemáticos, enquanto a TRRS explora a comunicação e transformação de representações matemáticas. Já a TSD foca na interação entre o indivíduo, o saber e o meio. A pesquisa foi desenvolvida para o Programa de Residência Pedagógica, e foi aplicada Sequência Didática (SD) com o objetivo de auxiliar na construção do saber matemático, especificamente sobre o objeto matemático números quadrados perfeitos. A metodologia utilizada envolveu pesquisa bibliográfica, estudos teóricos e aplicação de situações-problema em uma escola municipal do ensino fundamental. Os momentos de ação, formulação e validação foram observados, evidenciando a necessidade de apoio na interpretação dos enunciados por parte dos estudantes. Os resultados indicaram que os alunos enfrentaram dificuldades no tratamento da língua materna das situações apresentadas, mas conseguiram progredir com a troca de ideias entre si. Em suma, as teorias didáticas demonstraram contribuir para o desenvolvimento do ensino e aprendizagem da matemática, mas destacou-se a importância da mediação do professor e da compreensão dos enunciados para o sucesso das atividades.
PALAVRAS-CHAVE: Matemática; Sequência Didática, Ensino fundamental.

1 INTRODUÇÃO

No processo de ensino, é importante indivíduos faça parte do seu conhecimento. Vários estudos no campo da matemática se referem aos conceitos de Bachelld (1938) e Guy Brousseau (1976) para explicar o processo de aprendizado e as metodologias de ensino. É fundamental que o processo de aprendizado se renove constantemente, especialmente no ensino básico, que constitui o alicerce inicial da formação acadêmica dos estudantes, proporcionando uma variedade de perspectivas positivas.

Nesse contexto, o estudo da Teoria Antropológica do Didático (TAD), desenvolvida por Yves Chevallard em 1999, originária de estudos franceses e

[1] Graduando em Licenciatura em Matemática , Bolsista Residência Pedagógica, IFBA, Campus Eunápolis, milenabritoribeiro5@gmail.com
[2] Professor Doutor, Coordenador Residência Pedagógica, IFBA, Campus Eunápolis, celsoedu@ifba.edu.br

embasada em uma abordagem epistemológica. Essa teoria investiga de forma crítica os princípios, hipóteses gerais e conclusões das diversas ciências, visando apreciar o valor e o alcance objetivo desses conhecimentos para aprimorar a compreensão dos fenômenos associados aos processos de ensino e aprendizagem. Podendo ser descrita como:

> A teoria do conhecimento descrita até agora sobre os indivíduos transfere-se às instituições. Dado um objeto *o*, uma instituição *I*, e uma posição *p* em *I*, chamamos de *relação institucional* a *o* em posição *p*, e denotamos $R_I(p, o)$, a relação ao objeto *o*, que deveria ser, de maneira ideal, a dos sujeitos de *I* na posição *p* (CHEVALLARD, 1999, pg.2).

Este conhecimento visa aprofundar a compreensão do indivíduo em relação ao conhecimento matemático e às situações que envolvem a matemática, por meio da análise das estratégias empregadas no desenvolvimento de tarefas relacionadas a esse saber. Assim, o estudo da matemática requer uma abordagem baseada em um modelo que permita retratar tanto a própria tarefa matemática quanto o conhecimento que dela necessita.

A concepção de objeto assume um papel central nesse contexto, destacando-se em relação a outros elementos, por ser a manifestação que sustenta o desenvolvimento teórico. Segundo Chevallard (1999), tudo na matemática se resume a objetos, visto que, na contemporaneidade, tudo na matemática é considerado um conjunto. Esses objetos podem ser tanto materiais quanto imateriais, abrangendo todas as atividades humanas, os próprios indivíduos e as intuições constituídas.

A presença de um determinado objeto será válida quando o mesmo for aceito por um determinado indivíduo X ou instituição I, por meio de uma relação entre estes e o objeto “O” cujo Chevallard, (apud, SANTOS e MENEZES, 2015) denotou por R (O, X) e R (O, I).

Ainda de acordo com a teoria de Chevallard toda ação humana pode ser descrita como uma tarefa. Ao seguir uma receita de um bolo, é empregado técnicas diferentes do que seguir uma receita de lasanha. Sendo que para cada uma dessas técnicas existem as leis físicas que justificam o processo de preparo. Na TAD essa justificativa da técnica é chamada de tecnologia.

Os exemplos anteriores demostram na prática como funciona o processo da organização praxeológica. Que é formada por tarefa (T) que pode ser uma atividade matemática ou não; técnica (τ) que será o modo de resolver uma tarefa T dada; tecnologia (θ) que como foi explicado é a justificativa que torna a técnica um caminho fidedigno; e teoria (Θ) que é um conjunto de regras sistemáticas que tem como objetivo explicar a tecnologia θ.

Quanto a *praxeologia* de atividades matemáticas dois conceitos essenciais no estudo da TAD é preciso ser compreendido, que são: objetos ostensivos e objetos não ostensivos. Os ostensivos são de acordo a teoria em didática:

> Todo objeto que, tendo uma natureza sensível e certa materialidade, tem, para o sujeito, uma realidade perceptível. Pode-se dizer, dessa forma, que os ostensivos são os objetos manipuláveis na realização da atividade matemática. Dessa forma, os objetos não ostensivos são [...] todos os “objetos” que, como as ideias, as instituições ou os conceitos, existem institucionalmente sem que, no entanto, eles sejam vistos, ditos, escutados, percebidos ou mostrados por conta própria. Assim, esses objetos só podem ser evocados [...] pela manipulação adequada de certos objetos ostensivos. (CHEVALLARD, p. 119, 1999)

Tais momentos são entendidos como de estudo, ou didáticos e imprescindivelmente devem acontecer a partir de objetivos claros. Desta maneira, podem ser estabelecidos planejamentos de "n" viés, mas todos o intuito de alcançar o objetivo de tornar a prática docente mais didática (SANTOS e MENEZES, 2015). Assim, a Teoria Antropológica do Didático pode contribuir com o fazer docente de muitas maneiras.

Por outro lado, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) tem como objetivo principal abordar a relação entre a argumentação e sua aplicação na prática docente. Para compreender essa teoria em profundidade, é relevante considerar as pesquisas conduzidas por Durval (1999), que oferecem um embasamento significativo no contexto da TRRS..

A aplicabilidade dessas ilustrações semióticas são a comunicação, transformação e objetividade. A comunicação será a intercalação entre o calculador e a representação mental. Desde o instante que começa a se aplicar os conceitos que estão sendo oferecido, tem-se a objetividade. Tendo os tipos diferentes de transformações de representação Duval (2003) aborda dois tipos: os Tratamentos, mudança de representações com mesmo registro, e Conversões, que são as transfazer as mudanças de mesmo registro do determinado objeto.

Tendo em base Teoria de Registro de Representação Semiótica de Raymond Duval onde os avanços em pesquisas matemáticas, vem sendo mais significativas, com o viés de compreender tanto os aspectos cognitivos discentes quando se trata do saber matemático, tendo em si o ensino da matemática e suas particularidades, bem com como as complexidades dessa ciência exata.

Em complemento, a Teoria das Situações Didáticas (TSD) surge com o propósito de explorar a interação entre a argumentação e sua aplicação na realização de nossa pesquisa. Para entender melhor essa teoria, é necessário examinar as pesquisas realizadas por Guy Brousseau (1986), que oferecem uma base sólida para compreender os aspectos fundamentais da TSD.

Nesse contexto, a TSD visa criar um modelo da interação entre o indivíduo, o conhecimento e o meio, onde o objeto central de estudo não é o sujeito cognitivo, mas sim as situações didáticas criadas entre professor, aluno e conhecimento, conhecido como Triângulo Didático.

A exemplificação desses conceitos ocorre por meio de situações-problemas, que têm o objetivo de guiar o aluno a aplicar seus conhecimentos prévios para desenvolver a técnica adequada diante do desafio proposto, fundamentando-se nos objetos matemáticos previamente abordados.

Sendo assim durante o processo, o professor adia a transposição do conhecimento ou possíveis correções até que o aluno alcance a técnica necessária, permitindo que ele aja, reflita, se expresse e evolua com maior autonomia, construindo assim um papel ativo em seu processo de aprendizagem. Brousseau denomina essa etapa de situação adidática, onde o aluno ainda não teve o contato direto com o objeto matemático, sendo divido esse processo em quatro situações.

A situação adidática de ação é a fase inicial em que os alunos buscam encontrar respostas para a situação proposta de forma mais empírica, sem a necessidade de explicitar argumentos teóricos robustos. Conforme avançam, entram na fase de formulação, iniciando a elaboração de suas, seguida pela fase de validação, onde buscam provar seus métodos e justificar seus pensamentos, com foco na comunicação dos saberes sem intervenção do docente.

Por fim, a etapa de institucionalização é o processo em que o docente retoma o controle para orientar a síntese do conhecimento, demonstrando sua intenção com a proposta dada e organizando o objeto matemático dentro do contexto didático.

2 METODOLOGIA

Projeto desenvolvido para o Programa de Residência Pedagógica, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia - IFBA – Campus Eunápolis. Para a efetivação das investigações acerca da aplicabilidade de sequência adidatica para auxílio na construção do saber matemático.

A pesquisa é embasada em diversas etapas, incluindo pesquisa bibliográfica e estudos de materiais relacionados aos principais conceitos das teorias didáticas TAD, TRRS e TSD. Em seguida, foi realizada a aplicação da SD com base na aplicação de situações-problema envolvendo o estudo dos Números Quadrados Perfeitos. Essa etapa foi dividida em duas partes, totalizando 200 minutos (equivalente a 4 aulas), realizadas na escola municipal com os alunos do 9º ano do ensino fundamental.

Os discentes foram divididos na primeira fase em duplas, para manipulação do objeto ostensivo concreto. Já na segunda fase, as resoluções ocorreram de forma individual.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para o andamento da pesquisa, o primeiro momento foi exposto aos estudantes o material para representar as bolinhas, no nosso caso mini círculos de mdf, e a primeira situação problema com o seguinte enunciado:

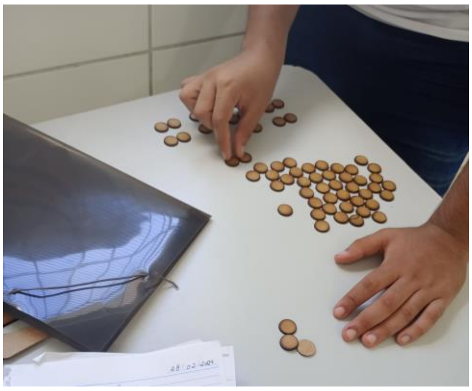
> **T_1:** Com 16 bolinhas, separar elas em grupos de uma forma que a quantidade de grupos seja igual a quantidade de bolinhas em cada grupo. Faça o mesmo com 36 bolinhas e depois 64. Quais são suas observações, poderíamos representear numericamente estes números diferentes?

Para tal, os estudantes deveriam realizar o tratamento da língua materna, assim entendendo que com as bolinhas, deveriam ser separadas de tal forma, que a quantidade de grupo, seriam igual a quantidade de bolinhas que tinham em cada grupo**.** Ao realizar corretamente o tratamento do registro da língua materna, o discente ficaria designando a encontrar um plano em como conseguiria dividir tais elementos em seus grupos.

Inicialmente, esperava-se que os alunos tentassem abordar o problema manualmente, usando o apoio do objeto ostensivo concreto, realizando várias tentativas até alcançarem sucesso com 16 bolinhas. Nesse ponto, era esperado que compreendessem a aplicação da técnica de multiplicação do número de grupos pela quantidade de elementos para chegar ao resultado desejado. Posteriormente, aplicariam a técnica corretamente, relacionando-a com a quantidade, e então converteriam o resultado de volta para a língua materna no enunciado do problema, verificando se este solicitava a quantidade de elementos e grupos para conjuntos de 16, 36 e 64 bolinhas, encerrando assim o problema.

Durante a fase de ação deste primeiro momento, os alunos encontraram dificuldades ao lidar com o tratamento na língua materna e decidir como lidar com o objeto ostensivo concreto, conforme mostrado na **Figura 1**. No entanto, após a validação com os colegas, eles conseguiram compreender o enunciado do problema. Até esse ponto, o ambiente era desafiador, pois os alunos tinham total liberdade em suas manipulações.

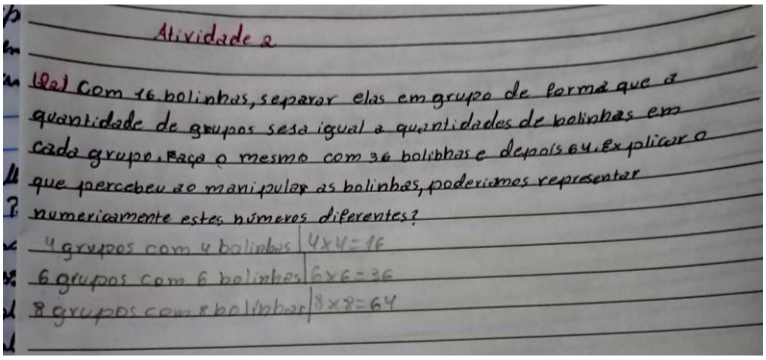
Figura 01.Manipulação do Objeto Ostensivo T1:



Fonte: Autoral, 2024.

Porém na fase de validação, a qual deveria ter sido feito juntamente com seus colegas, os discentes tiveram maior dificuldade em compartilhar suas resoluções, pois, sentiam-se mais confortável tirar suas dúvidas com o docente, mas após conversas, eles conseguiram trocar ideias entre si, já que o docente não faz intervenções neste processo.

Figura 02. Resolução discente M:



Fonte: Autoral, 2024.

As resoluções tiveram em sua maioria respostas no registro numérico, mostrando que eles conseguiram realizar as conversões necessárias como mostra, a Figura 2.

A segunda situação problema apresentado aos discentes tinha o seguinte enunciado:

> **T**$_2$**:** Um rei desafiou os estudiosos do seu reino, e daria um prêmio para quem realizasse corretamente o problema. Sendo um tabuleiro de xadrez, na primeira casa você possui um grão de feijão, e a cada casa que avançar, você dobra a quantidade de feijão. Na última casa do tabuleiro de xadrez, quantos grãos de feijão possuirá? Mas, e se for um tabuleiro 5x5, e ao invés de dobrar, você triplica a quantidade de feijão, quantos grãos de feijão possuirá na última casa desse tabuleiro?

Os estudantes deveria realizar o tratamento da língua materna, assim compreendendo o que está pedindo a situação problema, estudando também o formato do tabuleiro, seu formato, além do indicado 5x5 do problema, mas do xadrez, de que ele possui 8x8. Após realizasse corretamente o tratamento da língua materna, e anotaria ou grifaria as informações mais importantes, esperava-se que o estudante observesse que a técnica do dobro, ou triplo, está em pegar o valor no registro numérico, e aplicar a técnica, ou somando ele duas vezes (dobro) ou três vezes (triplo), ou simplesmente multiplicando por dois ou três, respectivamente. E por fim, entender que terá que fazer isso 64 vezes, já que o tabuleiro é 8x8, já no caso do tripo, 25 vezes.

Com o plano já determinado, esperava-se que o discente peguasse a primeira quantidade de feijão, e aplique tal técnica citada acima, e repita isso, no primeiro caso, por 64 vezes, começando com um grão de feijão e chegando em 18.446.744.073.709.551.615. Exemplo {1, 2, 4, 8, 16, ...}, já no caso triplicado, {1, 3, 9, 27, ...}, porém por 25 vezes, começando do 1 e chegando em 847.288.609.443. Que são números quadrados perfeitos.

Durante a fase de ação do segundo momento, os alunos encontraram dificuldades adicionais ao realizar o tratamento na língua materna, especialmente no contexto do tabuleiro 5x5. No entanto, após a validação com os colegas, eles conseguiram compreender o enunciado do problema. Neste ponto, o ambiente continuava desafiador, pois os alunos tinham total liberdade em suas manipulações.

Na fase de validação, os alunos se sentiram mais à vontade para buscar ajuda dos colegas em vez do professor. No entanto, eles não conseguiram concluir a tarefa dentro do prazo estabelecido, principalmente devido às dificuldades encontradas no tratamento da língua materna.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A conclusão desta pesquisa destaca a importância de integrar os indivíduos ao processo de ensino, ressaltando a relevância de abordagens teóricas como a Teoria Antropológica do Didático (TAD), a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) e a Teoria das Situações Didáticas (TSD) para enriquecer a prática pedagógica.

No contexto da pesquisa realizada, aplicou-se uma sequência didática com base nas teorias estudadas, utilizando situações-problema relacionadas aos Números Quadrados Perfeitos. Os resultados obtidos indicaram que os alunos enfrentaram desafios ao lidar com o tratamento na língua materna, especialmente na fase de ação. No entanto, a validação com os colegas proporcionou uma maior compreensão do enunciado do problema.

Apesar das dificuldades encontradas, a aplicação SD contribuiu para uma maior autonomia dos alunos em seu processo de aprendizagem, destacando a importância de estratégias pedagógicas que estimulem a participação ativa dos estudantes e promovam uma compreensão mais profunda dos conteúdos matemáticos.

5 AGRADECIMENTOS

Ao coordenadores do projeto Residência Pedagógica no IFBA- Eunápolis, assim como ao professor regente da turma, por ceder seu espaço para este projeto. A CAPES pelo financiamento da bolsa, e sou grata a turma do 9º que me recepcionou maravilhosamente durante este percurso.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. Fundamentos da didática da Matemática. Curitiba: Ed. UFPR, 2007.

BACHELARD, G. A formação do espírito científico: contribuição para uma psicanálise do conhecimento. 3ª. ed. São Paulo: Contraponto, 2008.

CHEVALLARD, Y. A teoria antropológica do didático face ao professor de matemática. Livro: A teoria antropológica do didático: princípios e fundamentos. Org. Almouloud, S. A; Farias, L. M. S; Henriques, A. Ed. CRV, Curitiba, Brasil, 2018;

CHEVALLARD, Yves. Concepts fondamentaux de La didactique: perspectives apportees par une approche anthropologique. Recherches em Didactique des Mathématiques, v. 12, n. 1, pp. 73-112, 1992;

CHEVALLARD, Yves. (1999): L’analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. Recherches en Didactique des Mathématiques, vol. 19, n. 2, p. 111-128. Tradução em espanhol de Ricardo Barroso Campos.