

## CONTRIBUIÇÕES DO USO DOS SOFTWARES GEOGEBRA E VCN NO ENSINO E APRENDIZAGEM DAS RELAÇÕES DE GIRARD E DIVISÃO DE POLINÔMIOS

**RESUMO:** O presente artigo é resultado de uma experiência ocorrida numa instituição pública de educação básica realizada na 3ª série do Ensino Médio localizada na zona Centro-Oeste da cidade de Manaus durante a execução de três regências aplicadas por dois bolsistas do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) de matemática promovida pela Universidade do Estado do Amazonas (UEA). Para a coleta dos dados foram utilizados instrumentos como a pesquisa bibliográfica sobre as TDICs, em especial, o uso dos softwares Geogebra e VCN envolvendo equações polinomiais com raízes reais e raízes complexas, além de atividades em grupo e individuais para verificar o nível de contribuição da metodologia de ensino aplicada. Concluindo, analisamos que as TDICs são instrumentos úteis em sala de aula capazes de estimular nos alunos o ato de aprender os conceitos matemáticos a partir da ideia de que tecnologia digital é útil para a aprendizagem matemática.

**PALAVRAS-CHAVE:** TDICs; Geogebra; VCN; Polinômios.

### 1 INTRODUÇÃO

Grande parte dos alunos no ensino médio tem a crença de que os conteúdos de matemática em especial de polinômios e equações avançadas são assuntos puramente algébricos, sem entender o que cada expressão de fato representa, nesse sentido, a proposta didática visa estimular a utilização de tecnologias digitais para interpretar graficamente e manipular numericamente aquilo que a álgebra não é capaz de oferecer aos alunos, uma perspectiva mais nítida e significativa no que diz respeito à aplicação do tema.

Os temas tratados nas regências foram Relações de Girard e Divisão de polinômios pelo método de Briot Ruffine com ênfase no uso dos softwares Geogebra e VCN<sup>1</sup> com

---

<sup>1</sup> Visual Cálculo Numérico (VCN) é um software gratuito de matemática com interface de entrada numérica, desenvolvido por professores da Puc-Minas Gerais. O download do software pode ser obtido em <http://paginapessoal.utfpr.edu.br/tatianecazarin/calculo-numerico/software/VCN.exe/view>

o intuito de estimular em sala de aula uma das tendências na educação e que está em crescente uso na educação matemática que são o uso de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDICs).

Assim, o objetivo geral é analisar as contribuições dos softwares Geogebra e VCN para a aprendizagem dos conteúdos de Relações de Girard e Divisão de Polinômios pelo Método de Briot Ruffine por meio das TDICs na 3ª série do Ensino Médio, além de colaborar para o alcance das competências específicas e habilidades propostas pela BNCC para favorecer a interpretação e a compreensão da realidade pelos estudantes.

## 2 METODOLOGIA

A pesquisa foi de cunho qualitativo e descritivo realizada durante as regências no Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) com os alunos da 3ª série do Ensino Médio de uma escola pública estadual localizada na zona Centro-Oeste da cidade de Manaus durante o turno matutino. Os alunos possuíam uma faixa etária entre 16 a 18 anos, muitos estavam em fase de preparatório para prestar vestibular. As três regências foram realizadas por dois pibidianos, denominaremos de pibidiano A e pibidiano B, e foram aplicadas em duas turmas da 3ª série do Ensino Médio, denominada turma 01 e turma 02.

O pibidiano elaborou dois planos de aula, um para a 1ª regência e outro para a 2ª regência, respectivamente, aplicadas na turma 02 e turma 01. Dentre os conteúdos abordados estão conceitos como relação de Girard para equação do 2º grau e 3º grau, generalização para equação de grau  $n$ , fazendo uso dos softwares Geogebra e VCN, além de aplicar em ambas as turmas uma atividade em grupo utilizando questões de vestibular. Enquanto, o pibidiano B elaborou um plano de aula para abordar conceitos como introdução à divisão de polinômios e divisão de polinômios pelo método de Briot Ruffini, completando a 3ª regência aplicada apenas na turma 01. Todo o material elaborado pelos pibidianos foi apresentado e aprovado pelo professor da disciplina, que, por sua vez, observou em sala de aula as atividades desenvolvidas e a interação entre os alunos.

Na 1ª regência, realizada na turma 02, foram abordados os conceitos da origem da relação de Girard, aplicação da relação para polinômios de 2º grau, apresentamos o exemplo  $x^2 - 4x + 3 = 0$ , mostramos que não é necessário resolvê-la, apenas

precisamos relacionar a soma e o produto das raízes, por fim, realizamos a representação gráfica no Geogebra, prosseguindo com exercícios, depois, concluímos a aula com a mesma didática para polinômios de 3º grau.

Na 2ª regência, realizada na turma 01, foram abordados vários exemplos da relação de Girard para polinômios de 3º grau, uma vez que os conceitos teóricos já haviam sido abordados, intensificamos o uso de softwares para fazer uma aula exclusivamente com o tema das TDICs, trazendo para a turma visualização de gráficos de funções com raízes reais e complexas, por meio do Geogebra e VCN e, logo em seguida, foi pedido para formarem grupos para discutirem e resolver as questões de vestibular.

Na 3ª Regência, realizada na turma 01 foram abordados os conceitos prévios de polinômios e seus elementos, lembrando o método de encontrar raízes em equações do 1º e do 2º grau. Foi enfatizado que para encontrar as raízes de um polinômio de grau igual ou maior que 3 é necessário realizar a divisão de polinômios, nessa regência foi utilizado o método de Briot Ruffini. Após toda a parte de exemplificação, é sugerido aos alunos realizar a uma atividade individual.

### 3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

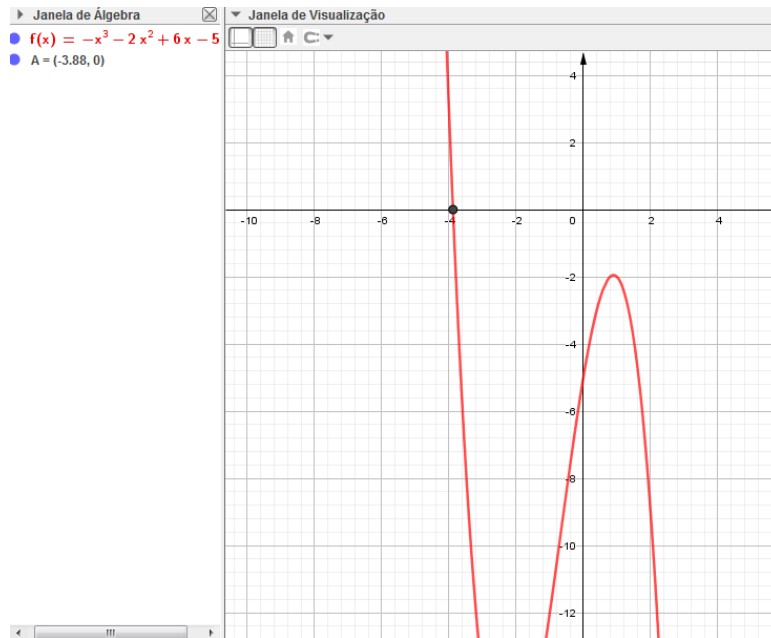
Durante a 1ª regência, as atividades foram planejadas considerando as diretrizes da BNCC, visando cultivar uma visão abrangente e conectada da matemática, realizamos atividades com a carga horária total de 1h ocorrida no dia 06 de novembro de 2023, com ênfase na sua aplicação prática por meio das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDICs). Conforme Cantini et al. (2006) apontam que:

O professor, como agente mediador no processo de formação de um cidadão apto para atuar nessa sociedade de constantes inovações, tem como desafios incorporar as ferramentas tecnológicas no processo de ensino e aprendizagem, buscando formação continuada, bem como mecanismos de troca e parcerias quanto à utilização destas. (Cantini et al., 2006, p. 876).

Frente ao desafio de integrar as tecnologias ao ensino de polinômios e relações de Girard, optou-se pelo uso do software Geogebra. O bolsista A introduziu o polinômio  $f(x) = -x^3 - 2x^2 + 6x - 5$  para que os alunos pudessem visualizar suas raízes. Nesse processo, os estudantes identificaram a presença de apenas uma raiz real. Foi então

explicado que as outras duas raízes eram complexas e que, para explorar esse aspecto, seria utilizado posteriormente o software VCN.

Figura 02. Polinômio de grau 3 com uma raiz real e duas complexas no Geogebra.

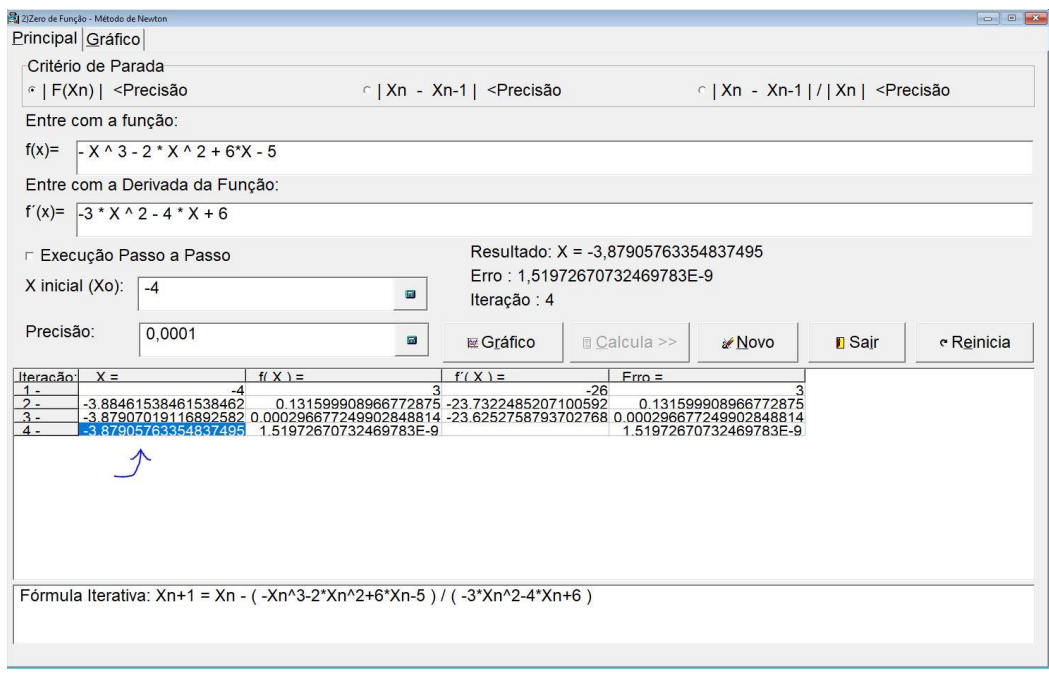


Fonte: do autor, 2023.

O pibidiano prosseguiu com a aula planejada, utilizando softwares e exemplos, também propôs para a turma a resolução de exercícios de vestibular, mais especificamente o SIS-UEA.

Para esse caso, mostramos que existem funções polinomiais cujas raízes não são valores racionais, o software Geogebra fornece o gráfico e uma aproximação numérica não muito precisa para a raiz. Por exemplo, a função polinomial do 3º grau na linguagem computacional  $f(x) = -x^3 - 2x^2 + 6x - 5$  (ver anexo, figura 02) possui uma aproximação para a sua raiz de  $r = -3,88$ ,  $a = -1$ ,  $b = -2$ ,  $c = 6$ ,  $d = -5$  e a relação de Girard diz que  $r_1 + r_2 + r_3 = -b/a$  e  $r_1.r_2 + r_2.r_3 + r_1.r_3 = c/a$ , e  $r_1.r_2.r_3 = -d/a$ , sendo assim, usamos o software comentado no início da aula para encontrar uma melhor precisão para a raiz, a partir daí que surge o VCN em sala de aula como observado na figura 03.

Figura 03. Polinômio de 3ª grau com uma raiz real e duas complexas no VCN.



Fonte: do autor, 2023.

O software VCN possibilita encontrar as raízes reais e complexas de um polinômio, seja ele de qualquer grau, também permite fazer interpolação e representar erros e operadores numéricos.

A partir do software VCN encontramos as aproximações para todas as raízes de um polinômio que não obtivemos no Geogebra assim foi possível usá-las na Relação de Girard. Por exemplo, a função polinomial do 3º grau na linguagem computacional  $f(x) = -x^3 - 2x^2 + 6x - 5$  aplicada no VCN fornece um valor aproximado de  $r = -3,87905763354837495$ . Foi feita uma discussão com a classe, pois as outras duas raízes são complexas (não “tocam” o eixo das abcissas).

Aluno 01: “O que significa esse monte de números nesse software?”

Pibidiano A: Esses números referem-se ao valor corresponde a cada uma das raízes do polinômio apresentado.

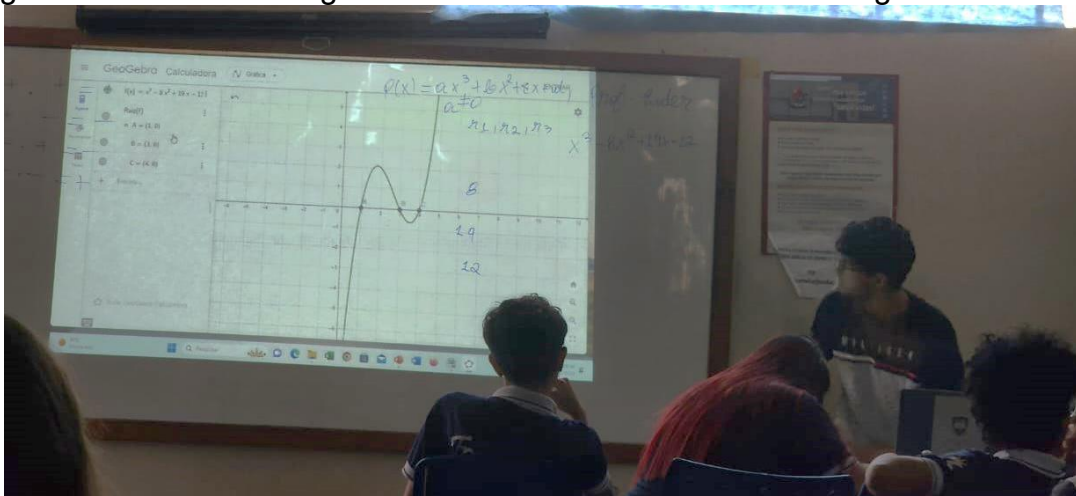
Aluno 02: “O pessoal que trabalha nessa área utiliza esse software VCN?”

Pibidiano A: Sim. Explicou-se que esse software é muito utilizado na universidade, principalmente nos cursos de exatas e que a nossa primeira experiência com o software foi na disciplina de Cálculo Numérico.

Após o uso das TDICs por meio dos softwares apresentados o pibidiano prosseguiu a aula sobre relações de Girard dando ênfase para polinômios de 3ª grau.

Ao prosseguir a aula sobre relações de Girard e polinômios de 3ª grau, o pibidiano A precisou comunicar de forma clara e eficiente os conceitos estudados, tanto para explicar o uso das TDICs quanto para apresentar o conteúdo matemático aos alunos. Essa habilidade está relacionada à competência da BNCC que envolve a capacidade de se expressar oralmente e por escrito de maneira adequada e respeitosa, Brasil, (2018).

Figura 04. Polinômio de grau 3 com as três raízes reais no Geogebra.



Fonte: do autor, 2023.

A 2ª regência teve carga horária de 1h e aconteceu no dia 14 de novembro de 2023. E foi realizada na turma 01 da 3ª série. Essa aula foi voltada a prática de exercícios de vestibulares, uma vez que a data estava próxima da aplicação do SIS – UEA 2023 e PSC – UFAM 2023 e alguns alunos iriam realizar a prova, optou-se, antes, por realizar um resumo e uma revisão sobre relações de Girard e como esse assunto aparece nos vestibulares.

Figura 05. Polinômio de grau 3 com as três raízes reais no Geogebra.



Fonte: do autor, 2023.

A próxima regência baseou-se nos princípios da aprendizagem significativa que segundo Pelizzari apud Ausubel (1982) deve conter duas condições. Primeiro a disposição do aluno em aprender, a partir da prática do conteúdo abordado se tornará mecânica a resolução do conceito explorado. Segundo o conteúdo precisa ter potencial significativo, ou seja, possuir uma lógica e psicologicamente significativo. O significado lógico é a natureza do conteúdo abordado e o psicológico é a experiência do aluno.

Dentro desse conceito as habilidades abordadas na regência foram identificar e determinar o grau de um polinômio e calcular o valor numérico de um polinômio, Brasil (2018).

A 3ª regência teve carga horária de 1h e aconteceu no dia 22 de novembro de 2023, os instrumentos utilizados foram data show, power point, quadro branco, pincel e apagador. A aula iniciou com o questionamento feito pelo pibidiano B, perguntou-se aos alunos se eles já conheciam o conceito de polinômio e algumas características tais como identificar o grau de um polinômio, identificação de coeficientes e o termo independente, logo após, o bolsista questionou se alguém lembrava o processo de encontrar as raízes de um polinômio de 2º grau.

Aluno 01: “Dá pra encontrar as raízes usando a fórmula de Bhaskara”.

Pibidiano B: “Exatamente e também por soma e produto.”

Pibidiano B: “E vocês conhecem alguma fórmula pra encontrar, por exemplo, as raízes de um polinômio de grau 3?”

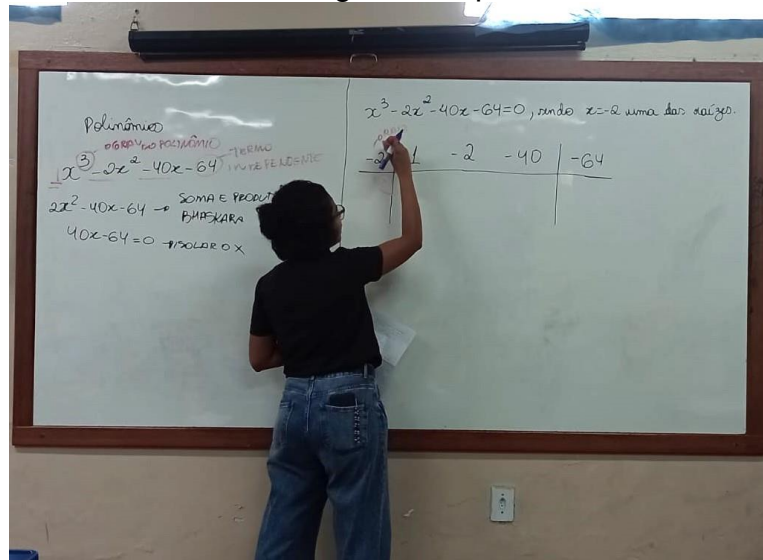
Aluno 02: “É só isolar o x.”

Pibidiano B: “Não. Não conseguimos fazer isso com esse polinômio.”

Inicialmente o pibidiano B fez uma revisão de como encontrar as raízes de um polinômio de grau um (monômio), através da equação  $40x - 64 = 0$  e um polinômio de grau 2, através da equação  $2x^2 - 40x - 64 = 0$ , a partir desses conhecimentos prévios foi apresentado a equação do 3º grau  $3x^3 - 2x^2 - 40x - 64 = 0$  expondo como pode ser encontrado as raízes desse polinômio através do método de Briot Ruffini.

A aula teve como assunto principal encontrar as raízes de polinômios a partir do 3º grau, pois esse conhecimento é necessário aos alunos em fase preparatória para o vestibular. Ao relacionar os conceitos pré-vestibulares em sala de aula o professor torna a aprendizagem mais significativa e relevante para os alunos.

Figura 06. Polinômio de 3º grau e dispositivo de Briot Ruffini.



Fonte: do autor, 2023.

Como o objetivo geral da aula foi mostrar aos alunos uma introdução ao método de Briot Ruffini, o qual foi utilizado o quadro branco de forma expositiva, que consiste em divisão de polinômios para encontrar as raízes de um polinômio de 3º grau em diante o momento tornou-se puramente algébrico ainda sem a utilização de TDICs.



Figura 07. Resolução de Exercícios.

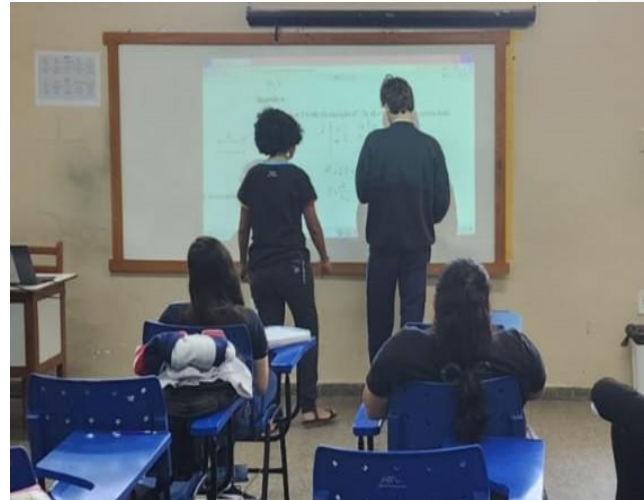
- Vestibular geral 2018

**QUESTÃO 58**

Sabe-se que  $a$ ,  $b$  e  $c$  representam as raízes da equação  $x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0$ . Sendo  $a = 3$ , o valor da operação

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \text{ é igual a}$$

- (A) 6
- (B)  $-\frac{1}{5}$
- (C)  $-\frac{1}{6}$
- (D)  $\frac{1}{5}$
- (E) 5



Fonte: do autor, 2023.

Após a apresentação da parte teórica, o pibidiano B optou em utilizar data show para ser feita a aplicação e utilização da ferramenta digital, no caso, o Power point, o qual foi utilizado para apresentar cinco questões presentes em vestibulares anteriores afim de serem realizadas pelos alunos em sala de aula, alguns alunos foram convidados a participar e interagir utilizando o quadro branco e resolvendo exercícios relacionados ao assunto.

Durante o processo de resolução de exercícios, através do power point, os alunos tiveram mais dificuldade na parte do cálculo básico de multiplicação e soma de números inteiros negativos. Na parte de extrair as raízes da equação do 2 grau por soma e produto tiveram dificuldade em distinguir as raízes dos coeficientes utilizados para encontrar as raízes. Todas as dúvidas foram esclarecidas, e reforçados os conceitos que já deviam estar fixados para a absorção desse conceito.

É importante lembrar que se deve estar preparado para alguma situação que não favoreça o uso das TDICS, neste caso foi utilizado primeiramente o conceito em aula expositiva e depois a utilização da ferramenta digital.

#### 4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Dessa forma, percebemos que o uso das TDICs durante as regências em sala de aula foi capaz de estimular nos alunos o ato de estudar matemática com a ideia de que tecnologia digital é útil para a compreensão da matemática, pois utilizando softwares

podemos aprofundar nosso conhecimento sobre a matemática. De fato, empregando o uso de slides, Geogebra e VCN e, praticando exercícios em grupos e individuais sobre o conteúdo ensinado pelos pibidianos A e B, os alunos desenvolveram capacidades como: interpretação gráfica de polinômios e cálculo numérico para encontrar raízes reais e não reais.

## 5 AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES), da Universidade do Estado do Amazonas (UEA) e da Secretaria Estadual de Educação (SEDUC).

## REFERÊNCIAS

- CANTINI, M. C. et al. **O desafio do professor frente às novas tecnologias**. In: CONGRESSO DE EDUCAÇÃO DA PUCPR, 6., 2006, Curitiba. Anais [...]. Curitiba: Champagnat, 2006. p.875-883. Disponível em:  
<http://www.pucpr.br/eventos/educere/educere2006/anaisEvento/docs/CI-081-TC.pdf>  
Acesso em: 18 fev. 2024.
- GEWEHR, D. **Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDICs) na Escola e em Ambientes não Escolares**. UNIVATES, 2016, 136p. Disponível em:  
<https://www.univates.br/bdu/handle/10737/1576>. Acesso em 18 fev 2024.
- IEZZI, G., DOLCE, O., DEGENSZAIN, D., PÉRIGO, R., ALMEIDA, N. **Matemática ciência e aplicações**. São Paulo: Saraiva, 2013.
- PELIZZARI, A; KRIEGEL, M.L; BARON, M.P; FINCK, N.T.L; DOROCINSKI, S.I. Teoria da Aprendizagem Significativa segundo Ausubel. **Rev.Pec**, Curitiba, 2002. Disponível em: <https://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/materiais/0000012381.pdf>. Acesso em 14 fev 2024.
- SANTOS, R. S., ALMEIDA, K. E. Atividades para o ensino básico envolvendo Relações de Girard. **Ciência e Natura**, 2015.13p. Disponível em: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=467547643037>. Acesso em 18 fev 2024.