VIII ENALIC EDIÇÃO DIGITAL
VIII ENCONTRO NACIONAL DAS LICENCIATURAS
VII SEMINÁRIO DO PIBID
II SEMINÁRIO DO RESIDÊNCIA PEDAGÓGICA
7 A 11 DE NOVEMBRO DE 2021
ISSN: 2526-3234

GEOGEBRA CLASSROOM NO ENSINO DA TRIGONOMETRIA: A LICENCIATURA EM AÇÃO

Débora Borba [1]
Daniella Assemany [2]

RESUMO

No âmbito da situação imposta pela pandemia da covid-19, as escolas e os professores precisaram se adaptar a um contexto online para o ensino. Num cenário em que o modelo habitualmente utilizado para o ensino no Brasil mostrava-se frágil e necessitado de outras maneiras de se fazer educação, surgiram diversas alternativas metodológicas e pedagógicas, sustentadas nos recursos tecnológicos desenvolvidos para o ensino da Matemática. A partir de atividades vinculadas ao GeoGebra Classroom, foi desenvolvido um estudo que envolvia alunos da Licenciatura Matemática, na condição de estagiários, em que eles dinamizaram tarefas exploratórias e investigativas com estudantes de um colégio público, que propiciaram, dentre outras coisas, a configuração de um cenário de investigação como meio de ensino e aprendizagem. O objetivo deste trabalho é apresentar a experiência dos estagiários ao elaborarem e aplicarem, em conjunto com a professora-orientadora, uma atividade investigativa sobre a Relação Fundamental da Trigonometria, na plataforma GeoGebra Classroom, com alunos da 1.ª série do Ensino Médio de um colégio federal da cidade do Rio de Janeiro. Para atingir esse objetivo, descrevemos a forma como se deu a elaboração e a aplicação da atividade, destacando a intervenção dos estagiários e as respostas dos alunos. Dos principais resultados, ressaltamos a possibilidade do acompanhamento dos estudantes na atividade de forma síncrona, propiciado pela plataforma utilizada, à guisa de um cenário de investigação que motivou o envolvimento dos alunos. A elaboração de uma atividade em colaboração e, ao mesmo tempo, colaborativa, gera benefícios para a (re)construção da identidade dos futuros professores.

Palavras-chave: *GeoGebra Classroom*; Educação Matemática; Trigonometria

INTRODUÇÃO

No âmbito da situação gerada pela grande propagação do Corona vírus SARS-COV-2, em que o contágio passou a tomar proporções globais a partir de março de 2020, o mundo vem lidando com as consequências de uma pandemia que ocasionou a tomada de diversas medidas sanitárias, dentre elas, a adoção do isolamento social como forma de conter a contaminação em massa. Por conta disso, as escolas do mundo inteiro fecharam as suas portas

[1] Graduanda de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ, deboraborba@matematica.ufrj.br;

[2] Doutora em Ensino das Ciências com ênfase em Educação Matemática pela Universidade do Porto, Portugal. Investigadora do CIDTFF – Centro de Investigação em Didática e Tecnologia na Formação de Formadores, pela Universidade de Aveiro. Professora Orientadora pela Universidade Federal do Rio de Janeiro, RJ, daniella.cap@ufrj.br.

ISSN: 2526-3234

e tiveram que se reinventar ao adotar um formato de ensino 'remoto' para manter a relação do educando com o saber e com a instituição de ensino.

Entendemos que ensinar requer a compreensão de que a mudança é possível. Somos seres inacabados, mas prontos a mergulhar profundamente em nossas inconclusões para que nos tornemos cada vez mais conscientes e vivamos as nossas experiências vitais (FREIRE, 2002). Num cenário em que o modelo tradicional e habitualmente utilizado para o ensino no Brasil mostrava-se frágil e necessitado de outras maneiras de se fazer educação, surgiram alternativas metodológicas e pedagógicas, sustentadas nos recursos tecnológicos desenvolvidos para o ensino da Matemática. No que tange a formação inicial do professor, destacamos a importância da (re)construção da identidade profissional docente, uma vez que ela vai-se modificando – ela molda-se, transforma-se – (SACHS, 2001), conforme as experiências e as especificidades, que também poderão ser alteradas ao longo da sua profissão. Consideramos a identidade diante de um cenário em que são alinhavadas as situações profissionais e de vida do (futuro) professor, de modo que conduzam e favoreçam o desenvolvimento da sua autonomia docente (LOPES; D'AMBROSIO, 2016).

No período da pandemia, as escolas e os professores precisaram se adaptar a um contexto exclusivamente *online* para o ensino, em que emergiram as *salas de aula virtuais* como ferramentas acessíveis e gratuitas como formas de manutenção do exercício da Educação. Estas salas se configuram em ambientes digitais, nos quais os alunos e os professores podem se comunicar por escrito ou por videochamadas, partilhar materiais e debater assuntos em fóruns temáticos, o que colabora para a construção do conhecimento do estudante.

Especificamente na Educação Matemática, os professores foram conduzidos a pensar em formas/métodos alternativas/os de trabalho a partir do contexto *on-line* que se apresentava. Alunos e docentes encontravam-se em suas residências e tinham como recurso de comunicação o computador, o celular ou o tablet, além da necessidade de utilizar a internet como meio de comunicação. Todo esse contexto contribuiu para que os professores recorressem ao uso das tecnologias de informação e de comunicação (TIC), como o uso de *softwares*, de *applets*, de jogos e de plataformas digitais, na qualidade de ferramentas pedagógicas para o ensino da Matemática.

Segundo Borba (2013), o professor de Matemática que procura estratégias pedagógicas para ensinar por meio das TICs, precisa ter sensibilidade para encontrar os procedimentos adequados que permitirão explorar o potencial que os recursos oferecem. Somado a isso, junta-se a necessidade de adequação ao ensino remoto emergencial e o entendimento dos benefícios acerca do uso dos *softwares* no ensino da Matemática (FERNANDES, 2019; VENTURA;

ISSN: 2526-3234

GOMES, 2021). Estes motivos conduziram os professores de Matemática a elencar algumas plataformas de ensino, como o *GeoGebra Classroom* (LIMA; SIPLE, 2021).

Este estudo tem como objetivo descrever uma intervenção didática, realizada por um grupo de sete estudantes da Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), com alunos da 1.ª série do Ensino Médio de um colégio federal da cidade do Rio de Janeiro. Os estudantes da Licenciatura encontravam-se na condição de estagiários e sob a orientação da professora responsável pelos alunos do referido colégio. Para a intervenção didática, foi escolhido como ambiente virtual a plataforma *GeoGebra Classroom*, em que foi elaborada uma atividade exploratória (PONTE, 2005) sobre trigonometria, nomeadamente, acerca da relação fundamental da trigonometria, desenvolvida com os estudantes a partir do uso de *applets*.

REFERENCIAL TEÓRICO

A criação da plataforma *GeoGebra Classroom* aumentou ainda mais as possibilidades de uso dos *softwares* de geometria dinâmica para o ensino de Matemática, em especial do *software* GeoGebra™. Isso foi causado por diversos fatores, os quais destacamos: i) a versatilidade da plataforma, que agrega as funções do *software* GeoGebra™ a um formato de sala de aula, em que é possível utilizar atividades a partir da exploração de *applets*, responder questionários sobre a tarefa proposta e garantir acesso aos materiais didáticos – em forma de texto, vídeo ou imagem – disponibilizados publicamente no ambiente virtual; e ii) a possibilidade de gerar cenários para investigação, que estimulam o protagonismo e participação dos estudantes.

O GeoGebra™ é um *software* educativo e gratuito, que foi criado com objetivo de auxiliar o processo de ensino e aprendizagem de Matemática (NASCIMENTO, 2012). Ele é muito utilizado no ensino de assuntos como geometria, álgebra, cálculo e estatística (GRAVINA; CONTIERO, 2011; NASCIMENTO, 2012). Além disso, e de acordo com Borba (2011), *softwares* educacionais como o GeoGebra™ são capazes de realçar o componente visual que a Matemática possui, de forma que propicie o entendimento dos alunos.

Este *software* sustenta-se nos princípios da geometria dinâmica, definidos por Brandão e Isotani (2003) como sendo a geometria implementada no computador que possibilita a movimentação de objetos matemáticos, e mantém os vínculos estabelecidos no início da construção. Para os autores, a geometria dinâmica difere da geometria "estática", caracterizada pelo uso de recursos táteis, tais como a régua e o compasso. Assim, o GeoGebra™ permite que

ISSN: 2526-3234

o usuário tenha maior flexibilidade ao desenvolver *applets* e experimente diferentes possibilidades de construções.

Além de possibilitar que o professor desenvolva variados *applets* e atividades exploratórias ou investigativas (PONTE, 2005; SKOVSMOSE, 2000), o *software* GeoGebra™ permite o salvamento de atividades e o acesso aos materiais didáticos produzidos por profissionais de diversos países, viabilizando o seu uso da forma em que foi apresentado ou adaptando conforme os objetivos pedagógicos do professor (LIMA; SIPLE, 2021). Assim, além de ser usado como *software* educacional, o GeoGebra™ se configura como um grande repositório de atividades e materiais didáticos, prontos para serem utilizados.

No que tange ao método de ensino da trigonometria, o recurso ao *software* GeoGebra™ tem sido recorrente pelos professores de matemática. Pedroso (2012) e Pereira e Guerra (2016) indicam que, devido às questões intrínsecas do estudo da trigonometria, a geometria dinâmica presente *no software* atrai a atenção dos alunos, assim como auxilia no processo de construção do conhecimento pelo benefício obtido com o dinamismo (MEDEIROS et al., 2017).

Com o surgimento do *GeoGebra Classroom* – a sala de aula virtual vinculada à base do GeoGebra™ –, tornou-se possível acompanhar o desenvolvimento dos alunos em tempo real. Para isso, os estudantes precisam de um código, gerado pela plataforma, para acessarem a atividade proposta. Assim, os professores conseguem visualizar literalmente o que os estudantes estão executando acerca da atividade, sem a necessidade do compartilhamento de tela através de videochamada (LIMA; SIPLE, 2021).

Sobre as tarefas exploratórias e investigativas

As atividades investigativas são descritas por Ponte (2005) como aquelas que exigem a elaboração de estratégias de resolução e de perguntas próprias a resolver. Além disso, o autor categoriza a investigação como uma tarefa aberta que possui um alto grau de dificuldade: "(…) [uma tarefa] que comporta um grau de indeterminação significativo no que é dado, no que é pedido, ou em ambas as coisas" (IBIDEM, p. 8). Nesse sentido, Ponte (2005) destaca a existência de dois tipos de tarefas, a exploratória e a investigativa, entre as quais a única diferença é o nível de dificuldade.

Nessa linha de pensamento, Skovsmose (2000), apresenta o conceito de 'cenários de investigação', como um ambiente (cenário) que convida o estudante a formular questões e procurar explicações. O autor ressalta que, a partir de um cenário de investigação, o aluno se torna responsável pelo seu próprio processo de aprendizagem, sendo um protagonista da sua

ISSN: 2526-3234

construção do conhecimento. Todavia, a atividade só se torna um 'cenário de investigação' se os alunos aceitarem o convite proposto pelo professor, ou seja, se os estudantes, de fato, investigarem.

De modo geral, tanto as atividades investigativas, quanto os cenários de investigação, propiciam ao estudante uma oportunidade de construção do conhecimento, pois quando os alunos elaboram diferentes tipos de abordagens com estratégias adequadas e momentos de exploração, reflexão e discussão, em paralelo, os professores criam oportunidades benéficas ao processo de aprendizagem dos alunos (PONTE, 2005). Além disso, Skovsmose (2000) aponta que, a partir da participação e do envolvimento dos estudantes no processo de exploração e de investigação, o cenário de investigação se transforma em um novo ambiente de aprendizagem.

No âmbito da utilização de tarefas exploratórias e investigativas com recurso à plataforma *GeoGebra Classroom*, os estudantes têm a oportunidade de visualizar os objetos matemáticos e construir o conhecimento a partir das interações facilitadas e possibilitadas pela metodologia fundamentada nas atividades exploratórias e investigativas. Isso significa que, por meio do dinamismo proporcionado pelo uso dos *applets* e pelas perguntas norteadoras da atividade, os alunos podem se tornar responsáveis pelo próprio aprendizado. Como afirmam Lopes, Oliveira e Amorim (2013):

> Uma das principais características de um software de Geometria Dinâmica é a possibilidade de movimentar os objetos na tela do computador sem alterar as suas características, com isso, tem-se a possibilidade de, numa atividade desenvolvida com os recursos de um software de Geometria Dinâmica, fazer investigações, descobertas, confirmar resultados e fazer simulações, permitindo, inclusive, levantar questões relacionadas com a sua aplicação prática. (LOPES, OLIVEIRA, AMORIM, 2013, p.7020)

O uso do *Geogebra Classroom* como recurso didático no ensino de Matemática é capaz de proporcionar que a sala de aula, presencial ou virtual, torne-se em uma experiência diferente da geometria 'estática', resultando no desenvolvimento acerca do próprio conhecimento por meio da visualização, da manipulação e da exploração das atividades propostas.

METODOLOGIA DE PESQUISA

Para descrever uma intervenção didática com alunos da 1.ª série do Ensino Médio de um colégio federal do Rio de Janeiro, feita por estudantes da Licenciatura em Matemática da UFRJ, realizamos uma pesquisa qualitativa de índole exploratória (AIRES, 2011).

ISSN: 2526-3234

Os participantes da pesquisa configuraram-se em sete estudantes da Licenciatura em Matemática da UFRJ, que acompanharam as aulas das três turmas da 1.ª série/E.M. no período de quatro meses, no regime de estágio supervisionado curricular obrigatório. Conforme a lei federal n.º 11.788/2008, o estágio supervisionado consiste em uma ação educativa, sendo "desenvolvido no ambiente de trabalho, que visa à preparação para o trabalho produtivo de educandos que estejam frequentando o ensino regular (…), objetivando o desenvolvimento do educando para a vida cidadã e para o trabalho" (BRASIL, 2008, art. 1.º).

Contextualização da pesquisa

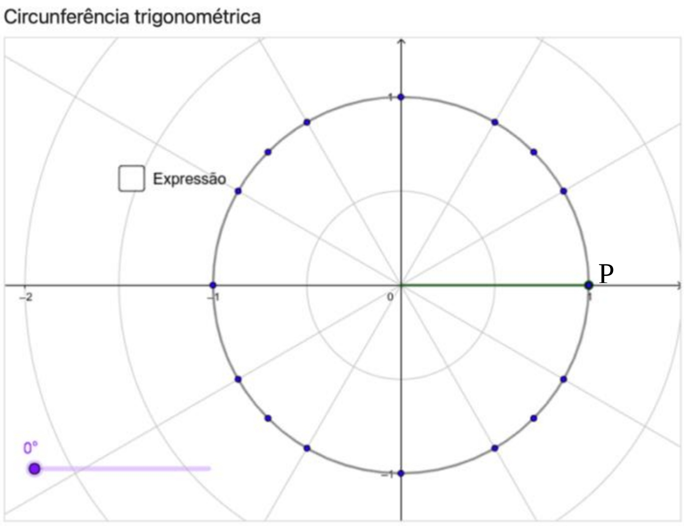
No período de estágio supervisionado, pressupõe-se que os estagiários sejam convocados a refletir sobre as aulas que assistem, debatam acerca dos pontos levantados em grupo, sugiram propostas e intervenções didáticas, além de apropriarem-se de um determinado conteúdo para planificar uma aula, com posterior lecionação sob a supervisão do professor responsável.

Após quatro meses de estágio supervisionado, um grupo de sete estudantes da Licenciatura em Matemática reuniu-se e elaborou uma atividade exploratória (PONTE, 2005) com o recurso do *software* GeoGebra™ e da plataforma *GeoGebra Classroom*. O intuito da atividade era introduzir a noção da relação fundamental da trigonometria por meio dos procedimentos exploratórios que o *applet* propiciava, para ser aplicada com os alunos das três turmas da 1.ª série do Ensino Médio.

A atividade elaborada e aplicada pelos estagiários continha duas partes: i) o *applet* para exploração dos alunos, de modo a propiciar reflexões e descobertas; ii) um conjunto de sete perguntas norteadoras para serem respondidas após exploração, investigação e análise. A Figura 1 mostra uma representação do *applet* usado na atividade, em que ressaltamos o "controle deslizante", que é um recurso a ser explorado pelos estudantes com o objetivo de que eles modifiquem a medida do ângulo de 0º a 360º. Também observamos no *applet* o círculo trigonométrico, um botão escrito "Expressão" e o segmento OP. O ponto P foi construído como sendo a extremidade de um segmento que produziu uma rotação em torno de O, sob um ângulo 0º. Conforme o ângulo (definido pelo controle deslizante) vai se modificando – de maneira manual pelo estudante –, o ponto P sofre uma consequente rotação segundo este ângulo, com centro em O, e isso faz com que o ponto P percorra toda a circunferência trigonométrica.

ISSN: 2526-3234

Figura 1 - *Applet* desenvolvido pelos estagiários para a atividade exploratória



Fonte: Acervo pessoal

Além do *applet* (Figura 1), a atividade continha sete perguntas norteadoras para a exploração e análise dos estudantes, apresentadas no Quadro 1.

Quadro 1: Perguntas da atividade exploratória

a) Qual é o valor do seno de $\frac{\pi}{3}$?
b) Qual é o valor do cosseno de $\frac{\pi}{3}$?
c) Qual é o valor da soma dos quadrados dos resultados encontrados em a) e b)?
d) Repita o mesmo processo das três primeiras perguntas para o ângulo $\frac{3\pi}{4}$. Quais resultados você encontrou?
e) Repita todo o processo com o ângulo $\frac{3\pi}{2}$. Quais resultados encontrou?
f) Analisando os resultados encontrados para a soma dos quadrados dos valores do seno e do cosseno dos ângulos dados, podemos afirmar que todos eles ficaram próximos de qual número inteiro?
g) Clique no botão "Expressão", reflita sobre a questão anterior e responda: por que os três valores ficaram próximos deste número?

Fonte: Autoras (Adaptado da Atividade Relação Fundamental elaborada pelo grupo de estagiários)

No horário destinado às aulas, em modo de ‘reunião’ na plataforma de videoconferência *Google Meet*, os estagiários disponibilizaram o código da sala virtual do *GeoGebra Classroom*, que continha a atividade elaborada para os alunos da 1.ª série explorarem. Importa dizer que, tão logo os estudantes inseriam o código na plataforma, um link com os seus nomes e a

ISSN: 2526-3234

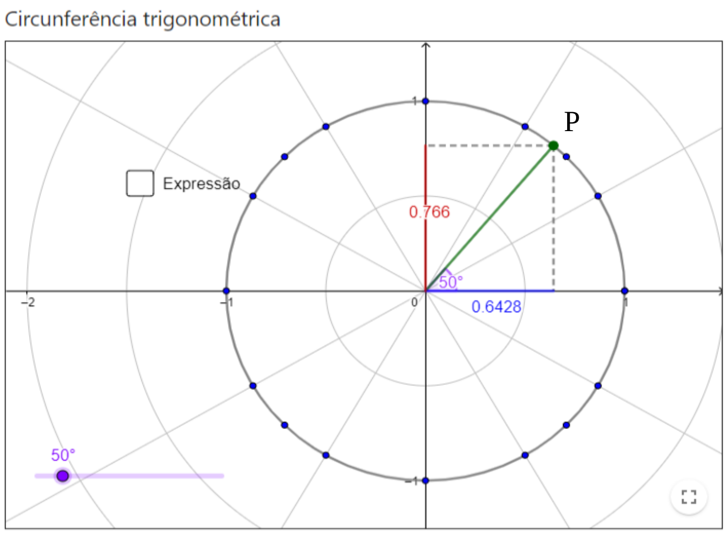
resolução da atividade de cada um ficava aparente para os estagiários e para a professora, que estavam na posição de "professores" no âmbito da atividade desenvolvida. Isso permitia a observação do desenvolvimento de cada aluno com apenas um clique sobre o nome, e a intervenção oportuna e específica.

RESULTADOS

Após os alunos da 1.ª série iniciarem a atividade na plataforma *GeoGebra Classroom*, a professora responsável solicitou que eles explorassem o *applet* apresentado, movendo o controle deslizante para a direita e para a esquerda, analisando as alterações provocadas pela mudança de localização do ponto P.

A Figura 2 mostra uma representação do *applet*, em que o controle deslizante se encontra sobre o ângulo de 50º, constituindo um triângulo retângulo com a hipotenusa OP medindo 1 (raio do círculo trigonométrico), em que os valores do seno e do cosseno de 50º aparecem em destaque pelos valores 0,766 e 0,6428, respectivamente.

Figura 2 – Utilização do *applet* da atividade exploratória (controle deslizante)



Fonte: Acervo pessoal

Inicialmente, os estagiários ressaltaram aos estudantes que a projeção ortogonal do ponto P sobre os eixos horizontal (eixo x) e vertical (eixo y) representava, respectivamente, o cosseno e o seno do ângulo formado. Os estudantes efetuaram os cálculos relativos às razões do seno e do cosseno e perceberam que a projeção ortogonal de P sobre o eixo x, no caso da

ISSN: 2526-3234

Figura 2, se refere ao cosseno de 50º, ou seja, 0,6428. Da mesma forma, a projeção ortogonal de P sobre o eixo y, conforme a Figura 2, é 0,766 e se refere ao seno de 50º.

Em seguida, como a primeira pergunta se mencionava o seno de um ângulo escrito em radiano, os estagiários relembraram aos estudantes que a conversão de radianos para graus passava pela substituição de π radianos por 180º, uma vez que em momentos anteriores essa equivalência já havia sido estudada. Dessa forma, os alunos notaram que o seno de $\frac{\pi}{3}$ equivalia ao seno de 60º. Para responder à primeira pergunta, os alunos utilizaram o *applet*, escolhendo o ângulo de 60º no controle deslizante. Uma estagiária partilhou a tela para que todos os estudantes pudessem acompanhar a explicação e mostrou, seguindo a imagem determinada pela escolha do ângulo de 60º, o segmento que representava o valor do seno de 60º. Simultaneamente, alguns alunos demonstraram perceber que o valor apresentado como resposta (0,866) representava a medida da projeção do ponto P sobre o eixo vertical (OY).

De igual modo, no item b, os alunos perceberam com facilidade a localização no gráfico e a medida do segmento que representava o cosseno de 60º. Em seguida, no item c, percebemos que alguns estudantes hesitaram em responder o valor da soma dos quadrados dos resultados encontrados nos tópicos anteriores. Determinadas falas da ordem "(…) não entendi o que tem que fazer." e "É para somar e depois elevar ao quadrado?" foram recorrentes e serviram como empecilho para o desenvolvimento deste tópico.

Nesse sentido, um dos estagiários fez uma intervenção, em que explicou, de maneira a buscar a rememoração dos alunos, a mudança de representação de uma situação exposta em linguagem materna para uma representação por meio de expressões numéricas para a mesma situação. Ou seja, ao ser solicitado o "valor da soma dos quadrados dos resultados anteriormente", primeiramente, os estudantes deveriam transformar esta linguagem na expressão numérica $(0{,}866)^2 + (0{,}5)^2$, e, posteriormente, fazer o cálculo. Em seguida, uma estagiária partilhou novamente a tela, digitando a expressão $(0{,}866)^2 + (0{,}5)^2$ na caixa de resposta do tópico c do *GeoGebra Classroom* e a resolveu com a colaboração dos estudantes, que foram incentivados a utilizar a calculadora: $(0{,}866)^2 + (0{,}5)^2 = 0{,}749956 + 0{,}25 = 0{,}999956$.

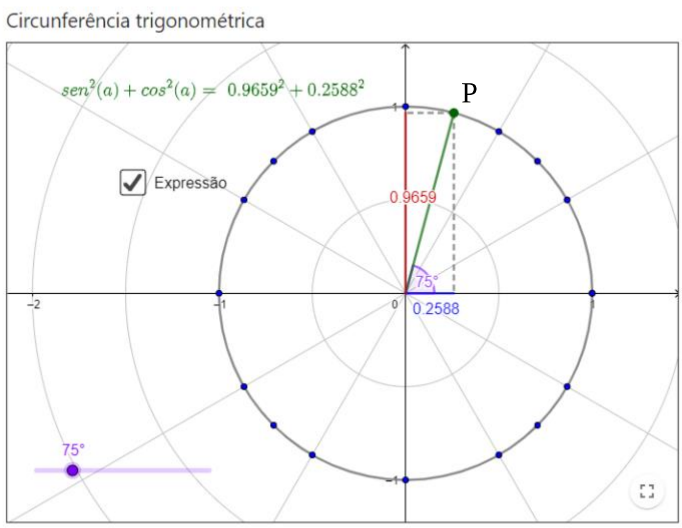
Nos dois próximos itens, os alunos mostravam-se mais à vontade para explorar o *applet* e resolver de maneira autônoma, uma vez que lhes era pedido os valores do seno e do cosseno de $\frac{3\pi}{4}$ e de $\frac{3\pi}{2}$. Contudo, no que tange a encontrar o valor da soma dos quadrados do seno e do cosseno de cada ângulo, em que era necessário que os estudantes mudassem de representação e depois calculassem o resultado da expressão numérica, eles mostraram-se inseguros,

ISSN: 2526-3234

afirmando que o resultado era "muito grande e feio", e por isso, dava-lhes a impressão de não ter sido desenvolvido de maneira correta.

No tópico f, os alunos deveriam utilizar os resultados anteriores para fazer reflexões, buscando uma análise que apresentasse possibilidades para o número inteiro mais próximo do valor encontrado para os quadrados das somas dos três ângulos trabalhados. Um dos estagiários se encarregou de fazer uma intervenção, destacando os valores encontrados anteriormente: 0,999956 (para o ângulo de 60º); 0,99998082 (para o ângulo de 135º) e 1 (para o ângulo de 270º). A resposta da maioria dos estudantes conduzia para o número inteiro 1, apresentadas com as seguintes justificativas: "(…) arredondei os números com vírgula pra cima e ficou igual a 1.", "(…) como um deles deu 1 e os outros estão muito próximos a ele, acho que é 1." e "Só pode ser 1 porque não tem nenhum outro número inteiro perto desses valores.". Após as reflexões e análises feitas pelos alunos, a professora solicitou que eles selecionassem o botão "Expressão", que mostra a relação fundamental da trigonometria. A Figura 3 mostra um exemplo que embasou as discussões sobre esta relação.

Figura 3 - Utilização do *applet* da atividade exploratória (Relação fundamental da trigonometria)



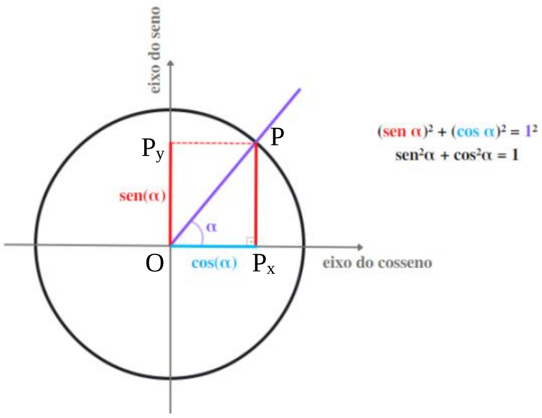
Fonte: Acervo pessoal

Mediante o uso das expressões algébrica e numérica que se mostraram pelo botão "Expressão", os alunos foram convocados pela professora a refletirem sobre os motivos de todos os resultados anteriores ficarem próximos do número 1 (tópico g). Nesse momento, os estudantes foram motivados a movimentar o controle deslizante e observar o triângulo retângulo que se formava, levando em consideração a expressão que se apresentava. Nesse processo, um

ISSN: 2526-3234

aluno afirmou: "A expressão tem os mesmos números que os lados do triângulo". Esta fala propiciou que a professora conduzisse os alunos para a reflexão acerca das medidas dos três lados do triângulo, uma vez que a expressão contém o seno e o cosseno do ângulo, sem denotar explicitamente que a hipotenusa do triângulo é 1. Nesse momento, apareceram dois tipos de resposta: "(…) é por causa do Teorema de Pitágoras" e "Dá igual a 1 porque o raio da circunferência é 1.", entretanto, quando perguntamos mais profundamente o porquê destas respostas, eles se calaram. Depois de alguns minutos que os estudantes buscavam respostas sobre a questão posta, um estagiário utilizou uma mesa digitalizadora para mostrar, por meio do Teorema de Pitágoras, que a soma dos quadrados do seno e do cosseno de qualquer ângulo na circunferência é sempre igual a 1. O Quadro 2 mostra o desenvolvimento apresentado aos alunos, pelo estagiário, para a formalização da relação fundamental da trigonometria.

Quadro 2: Perguntas da atividade exploratória



Conforme a figura acima, a projeção do segmento OP no eixo horizontal é representada pelo segmento OP_x e sua medida é igual ao cosseno do ângulo α. Além disso, a projeção do segmento OP no eixo vertical é representada pelo segmento OP_y e sua medida é igual ao seno do ângulo α. Além disso, o segmento OP é raio da circunferência trigonométrica, logo tem medida igual a 1.

O ângulo entre os segmentos OP_x e OP_y tem medida de 90º e, ao transladarmos o segmento OP_y de forma que coincida com o segmento P_xP, obtemos o triângulo retângulo OP_xP.

Nesse triângulo retângulo, os segmentos OP_x e P_xP são os catetos, e o segmento OP é a hipotenusa. Aplicando o teorema de pitágoras, temos:

$$(OP_x)^2 + (P_xP)^2 = (OP)^2 \qquad \text{(i)}$$

Sobre as informações das medidas desses segmentos, sabemos que:

$$|P_xP| = |OP_y| = \text{sen } \alpha$$
$$|OP_x| = \cos \alpha$$
$$|OP| = 1$$

Substituindo essas informações na equação (i), temos:

$$(\text{sen } \alpha)^2 + (\cos \alpha)^2 = 1^2$$
$$\text{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

Fonte: Autoras (Adaptado da sistematização do conteúdo, realizada por um estagiário.)

ISSN: 2526-3234

DISCUSSÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Os estagiários planejaram uma tarefa de índole exploratória e que permitia que os alunos fizessem inferências e realizassem conjecturas acerca do conteúdo a ser ensinado. Para isso, foi necessário que eles refletissem sobre as suas experiências quanto à forma de abordar a relação fundamental da trigonometria, (re)construindo a sua identidade docente (SACHS, 2001) e tornando-se coautores de um planejamento didático-metodológico que incrementa e potencializa os modos de ensinar Matemática (FREIRE, 2002).

O futuro professor de Matemática, ao experienciar (LARROSA, 2002) a docência por meio da prática profissional reflexiva, seja no campo do estágio supervisionado ou em outros ambientes, desempenha o exercício da sua autonomia, gerando benefícios para a sua formação inicial (LOPES; D'AMBROSIO, 2016). Desse modo, consideramos que os estagiários – alunos da Licenciatura Matemática –, foram envolvidos num processo de auto(trans)formação docente (ASSEMANY, 2020), sobre o qual foram desenvolvidas reflexões sobre a prática pedagógica.

No desenvolvimento da atividade, observamos algumas situações em que os estudantes da 1.ª série do Ensino Médio se mostraram envolvidos e curiosos, interagindo e questionando as observações que eram feitas (PONTE, 2005). Como exemplos, destacamos o momento em que, após a explicação dada por um estagiário, um dos alunos questionou o motivo do resultado da soma dos quadrados do seno e do cosseno de alguns ângulos não resultar exatamente em 1, mas ser igual a um número muito próximo. Nesse instante, outros estudantes responderam, afirmando que isso ocorreu devido à aproximação dos valores do seno e do cosseno desses ângulos, o que denota a participação ativa dos alunos desde o início da atividade exploratória e corrobora o protagonismo do educando no seu processo de construção de conhecimento, ressaltado por Skovsmose (2000).

A motivação com a tarefa e o engajamento dos estudantes do Ensino Médio foi um ponto importante a ressaltar. Eles foram instigados a anotar os valores do seno e do cosseno de ângulos diferentes, com o intuito de que eles percebessem a relação fundamental da trigonometria. De fato, ao verificarmos as respostas dos alunos, notamos que eles rapidamente observaram que as somas eram muito próximas a 1, quando não eram exatamente iguais a 1. Um fator que colaborou com essas narrativas se relaciona aos aspectos dinâmicos (*applet*, controle deslizante etc.) inseridos na atividade exploratória, conforme apontam Lopes, Oliveira e Amorim (2013).

No âmbito de relacionar o número 1 (encontrado na letra f) com a relação fundamental da trigonometria (pergunta da letra g), as respostas provenientes da reflexão dos estudantes, que

ISSN: 2526-3234

se deram pelas justificativas do número 1 ser o raio da circunferência e da utilização do teorema de pitágoras, nos deram indícios de que eles não perceberam a relação do cálculo do quadrado da hipotenusa (que mede 1) com o resultado 1 a que haviam chegado. Esse é um exemplo que denota a ausência de conexões matemáticas (ASSEMANY, 2020) que conduziriam à percepção da relação fundamental da trigonometria (GARCÍA-GARCÍA; DOLORES-FLORES, 2017).

A fim de aproveitar a participação dos alunos, foi perguntado a eles, no momento da discussão, o motivo da relação fundamental da trigonometria também funcionar com ângulos cujo seno e/ou cosseno tem valor negativo. Após alguns momentos de reflexão, os alunos notaram que, por esses valores serem elevados à segunda potência, o resultado ficaria positivo, fazendo com que o sinal negativo não influenciasse. Nessa situação, apontamos a aceitação e o aproveitamento dos alunos ao cenário investigativo proposto pelos estagiários (SKOVSMOSE, 2000), tendo em vista que eles participaram ativamente no processo de exploração da tarefa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir da necessidade de se adaptar a um ensino remoto emergencial, o uso do *GeoGebra Classroom* na aula não presencial de Matemática, de um colégio público federal, permitiu uma maior conexão entre a professora e os estagiários, entre a professora e os alunos, e entre os estagiários e os alunos. Foi possível acompanhar as dificuldades apresentadas pelos alunos, bem como os percursos apresentados no decorrer da atividade, pela possibilidade de acompanhar o desenvolvimento dos estudantes via plataforma.

Tendo em vista a participação dos alunos na aula e as suas respostas durante a atividade, percebemos a capacidade da atividade em auxiliar os estudantes na construção do seu próprio conhecimento. Entendemos que isso foi devido à possibilidade de manipulação do *applet* e à visualização da representação geométrica para um conceito algébrico.

Para os estagiários, a experiência com o desenvolvimento e a aplicação da tarefa foi engrandecedora para a construção das suas identidades docentes, contribuindo com alicerces sólidos para a sua formação profissional.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AIRES, L. **Paradigma qualitativo e práticas de investigação educacional. Lisboa**: Universidade Aberta. 2011.

ISSN: 2526-3234

ASSEMANY, D. **Insubordinação criativa, auto(trans)formação docente e conexões matemáticas: engendrando saberes na autoformação de professores portugueses**. Tese de Doutorado. Porto, Portugal: Faculdade de Ciências da Universidade do Porto. 2020.

BRANDÃO, L. O.; ISOTANI, S. Uma ferramenta para ensino de Geometria Dinâmica na Internet: iGeom. **IX Workshop de Informática na Escola** - WIE. 2003.

BRASIL. Lei n. 11.788, de 25 de setembro de 2008. Dispõe sobre o estágio de estudantes e dá outras providências. Disponível em <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2008/lei/l11788.htm>. Acesso em 16 de nov. de 2021.

BORBA, M. C. Educação Matemática a Distância Online: Balanço e Perspectivas. **XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática**. 2011.

______________. Educação Matemática a Distância Online: balanço e perspectivas. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática,** p. 349-358, 2013.

FERNANDES, N. R. **O uso dos softwares educacionais por professores de matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, Diamantina, 2019.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. (25.a ed). São Paulo: Paz e Terra. 2002.

GARCÍA-GARCÍA, J.; DOLORES-FLORES, C. Intra-mathematical connections made by high school students in performing Calculus tasks. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, v. 49, n.º 2, p. 227-252. 2017.

GRAVINA, M. A.; CONTIERO, L. O. Modelagem com o GeoGebra: uma possibilidade para a educação interdisciplinar? **Novas Tecnologias na Educação**, v. 9, nº 1. 2011.

LARROSA, J. Notas sobre a experiência e o saber da experiência. **Revista Brasileira de Educação**, vol. 19. São Paulo: ANPED, p. 20-28. 2002.

LIMA, J. M.; SIPLE, I. Z. GeoGebra Classroom: uma plataforma virtual com ferramentas matemáticas interativas. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 10, p. 493-515. 2021.

LOPES, M. M.; OLIVEIRA, D. P. A.; AMORIM, F. V. O uso do software GeoGebra como recurso didático na sala de aula de Matemática. **VII Congresso Ibero-americano de Educação Matemática**, p. 7017-7024. 2013.

LOPES, C.; D'AMBROSIO, B. Professional development shaping teacher agency and creative insubordination. **Ciência & Educação**, vol. 22, n.º 4, p. 1085-1095. 2016.

MEDEIROS, M. F.; VALLETTA, D.; RIBEIRO, E. M. P.; DABOIT, K. L. S.; MAGAGNIN, E. B. A Atenção Voluntária na Construção de Conceitos Trigonométricos em Ambientes de Geometria Dinâmica. **Revista Brasileira de Informática na Educação** - RBIE. 2017.

NASCIMENTO, E. G. A. Avaliação do uso do software GeoGebra no ensino de geometria: reflexão da prática na escola. **Conferencia Latinoamericana de GeoGebra**, p. 110-117. 2012.

PEDROSO, L. W. **Uma proposta de ensino da trigonometria com uso do software GeoGebra**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2021.

PEREIRA, E; GUERRA, E. A. A utilização de applets no geogebra para a aprendizagem da trigonometria no Ensino Médio. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, vol. 7, n.º 3, p. 53-72. 2016.

ISSN: 2526-3234

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. In: **GTI** (Ed.), O professor e o desenvolvimento curricular, p. 11-34. 2005.

SACHS, J. Teacher professional identity: competing discourses, competing outcomes. **Journal of Education Policy**, vol. 16, n.º 2, p. 149-161. 2001.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Boletim de Educação Matemática**, nº 14, p. 66-91. 2000.

VENTURA, J. P. C.; GOMES, C. R. Softwares no ensino de matemática: um olhar sobre a BNCC. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, v. 8, n.º 23, p. 846–860. 2021.