

## UMA FORMA, QUAL?

### UM NOVO JEITO DE SE PENSAR GEOMETRIA

Angela de Cesaro<sup>1</sup>  
Isadora Vanzella Picinini<sup>2</sup>  
Emerson Tortola<sup>3</sup>

#### RESUMO

Este trabalho relata uma experiência que consiste na elaboração e na aplicação de uma oficina envolvendo geometria, com objetivos direcionados a formas e propriedades. A oficina foi planejada para alunos do Ensino Fundamental de modo a privilegiar o desenvolvimento do pensamento geométrico. Fundamenta-se no modelo teórico sobre a aprendizagem em geometria dos Van Hiele, no qual as atividades são propostas de acordo com níveis, que visam organizar as experiências dos alunos com a geometria. Desse modo, inspirados no jogo “Eu sou?” três atividades foram organizadas visando proporcionar aos alunos experiências de visualização, reconhecimento de propriedades e estabelecimento de primeiras relações entre elas. A oficina foi desenvolvida em uma universidade tecnológica federal no Paraná e teve a participação de alunos do município e região.

**Palavras-chave:** Educação Matemática, Formas e Propriedades Geométricas, Jogo.

#### INTRODUÇÃO

O ensino de geometria é uma questão que merece atenção. Muitos professores não se sentem à vontade para ensiná-la e isso se dá em razão principalmente pela formação deficitária recebida. Esse não é um problema recente, e já foi apontado, por exemplo, por Lorenzato (1995), que junto à formação dos professores, chama atenção para a influência dos conteúdos e abordagens dos livros didáticos. O autor explica que o ensino de geometria já passou por várias fases que levaram ao que ele chama de omissão geométrica.

Marcado por modismos radicalizantes, o ensino de geometria já passou pelo formalismo impregnado de demonstrações apoiadas no raciocínio lógico-dedutivo; por um movimento de algebrização, influenciado pelo Movimento da Matemática Moderna; e por um empirismo inoperante (LORENZATO, 1995). Busca-se agora um ponto de equilíbrio, que combata a omissão geométrica ocasionada por um ciclo vicioso de que quem não estudou geometria não sabe como ensiná-la, com atenção ao desenvolvimento do pensamento geométrico.

<sup>1</sup> Graduanda do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, [angelacesaro@alunos.utfpr.edu.br](mailto:angelacesaro@alunos.utfpr.edu.br).

<sup>2</sup> Graduanda do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, [isadoravanzella@alunos.utfpr.edu.br](mailto:isadoravanzella@alunos.utfpr.edu.br).

<sup>3</sup> Professor orientador, Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Docente da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR, [emersontortola@utfpr.edu.br](mailto:emersontortola@utfpr.edu.br).

Van de Walle (2009) acredita que a compreensão em Geometria pode estar relacionada com experiências potencializadas, fornecidas constantemente, a longo prazo. Para isso, indica o modelo teórico dos Van Hiele, que em busca de combater dificuldades enfrentadas pelos estudantes em geometria, estruturaram a aprendizagem de geometria em cinco níveis voltados para diferentes compreensões de ideias espaciais, são eles: Visualização, Análise, Dedução Informal, Dedução e Rigor. Cada um dos níveis é responsável por descrever os processos de pensamento empregados em contextos geométricos.

Os níveis descrevem como pensamos e quais os tipos de ideias geométricas sobre as quais pensamos mais do que a quantidade de conhecimento ou de informação que temos a cada nível. Uma diferença significativa de um nível ao seguinte são os objetos de pensamento – sobre os quais somos capazes de pensar [operar] geometricamente (VAN DE WALLE, 2009, p. 440).

Algo a se destacar é que os níveis do modelo teórico dos Van Hiele são sequenciais, isso porque o produto referente às ideias produzidas em cada um dos níveis, torna-se objeto do pensamento no nível seguinte, à medida em que os indivíduos avançam em termos de aprendizagem. Embora o modelo não esteja relacionado à idade, indica-se que os estudantes finalizem os estudos da Educação Básica, pelo menos no terceiro nível. Servem, portanto, como um plano de trabalho que favorece o desenvolvimento do pensamento geométrico.

Pautados nesse modelo teórico, olhamos para o primeiro dos quatro objetivos apontados por Van de Walle (2009, p. 439) para a aprendizagem em geometria: “Formas e Propriedades, Transformação, Localização e Visualização”, que visam suprir as necessidades educacionais dos estudantes em geometria.

Nesse contexto, elaboramos uma oficina direcionada a alunos dos anos finais do Ensino Fundamental, contemplando atividades que visam proporcionar aos alunos experiências relativas ao objetivo “Formas e Propriedades”, propostas conforme o modelo teórico dos Van Hiele. Dessa forma, três atividades foram propostas em sequência, inspiradas no jogo “Eu sou?”, e abordavam respectivamente questões de visualização, reconhecimento de propriedades e estabelecimento de primeiras relações entre elas, assim como sugerem os dois primeiros níveis do modelo.

A oficina foi desenvolvida em uma universidade tecnológica federal no Paraná e teve a participação de alunos do município de Toledo e região. É essa a experiência que relatamos neste trabalho.



## O MODELO TEÓRICO DOS VAN HIELE PARA A OFICINA

Um dos objetivos para a aprendizagem em geometria está relacionado às “Formas e Propriedades”. Quando pensado de acordo com os níveis do modelo teórico dos Van Hiele, entende-se que esse objetivo se faz importante, pois os estudantes têm a oportunidade de descobrir semelhanças e diferenças entre formas, o que implica no fato de que as propriedades começam a ser descobertas e descritas; nomes começam a ser apresentados para classificações especiais e a percepção faz com os alunos observem que algumas propriedades são aplicadas a classes inteiras de formas.

Mas, para que isso tudo se torne possível,

as crianças precisam de experiências com uma rica variedade de formas bi e tridimensionais. Triângulos podem ser mais do que apenas equiláteros. As formas podem ter lados curvos, lados retos e combinações desses tipos. Ao longo do trabalho, os nomes das formas e de suas propriedades podem ser introduzidos casualmente (WAN DE WALLE, 2009, p. 445).

Para os alunos pensadores do nível de Visualização, por exemplo, primeiro nível do modelo, é importante que os alunos façam a identificação das formas, percebendo que há semelhanças e diferenças entre elas e diferentes maneiras para se agrupá-las.

Considerando essa perspectiva, Van de Walle (2009) explica que os estudantes deste primeiro nível podem considerar alguns aspectos que não são tidos como atributos geométricos. Sendo assim, os alunos devem ter liberdade para decidir como agrupar as figuras, e não o professor. Este, por sua vez, deve chamar atenção para as propriedades geométricas, discutindo-as com os alunos, dessa forma novas categorias baseadas em outros critérios de distinção vão surgir, possibilitando que os alunos reconheçam classes de formas.

Uma vez que o produto do pensamento do nível de visualização é a classificação ou os agrupamentos de formas semelhantes, esse vem a se tornar o objeto de conhecimento para o segundo nível: Análise. Familiarizados com as formas, os alunos do nível de Análise têm condições de perceber características das figuras e descrever algumas propriedades delas. Os alunos nesse nível são capazes de considerar todas as formas dentro de uma classe, bem mais do que analisar apenas uma forma única. Agora os alunos são capazes de pensar, por exemplo, sobre o que torna um retângulo um retângulo.

O próximo passo, que pode direcionar para o terceiro nível, dedução informal, é a elaboração de uma lista mínima e suficiente de definições, seguindo as propriedades



observadas, a partir da qual as primeiras deduções serão feitas, sem a exigência de um rigor da linguagem matemática. Além disso,

termos tais como paralelas, congruentes, bissetrizes, ponto médio, e assim por diante, podem ser apresentados e esclarecidos conforme você auxiliar os alunos a escrever suas descrições. Esse também é um bom momento para introduzir símbolos tais como  $\cong$  para “congruente” ou // para “paralelo” (VAN DE WALLE, 2009, p. 456).

No nível de dedução informal os alunos devem ser encorajados a acompanhar deduções simples, reconhecendo relações entre as propriedades de objetos geométricos. Atividades práticas exploratórias podem ajudar nesse aspecto.

O quarto e o quinto nível dizem respeito à inserção dos alunos em um contexto formal de dedução e em um contexto de rigor, respectivamente. Porém, são níveis indicados para alunos do Ensino Médio em diante e, portanto, não são contemplados na oficina. Dessa forma, a oficina foi elaborada visando contemplar os três primeiros níveis do modelo teórico dos Van Hiele, com o objetivo de discutir formas geométricas e suas propriedades com alunos do Ensino Fundamental.

## ASPECTOS METODOLÓGICOS E CONTEXTO DA OFICINA

A fim de viabilizar a aprendizagem em geometria, a respeito de algumas formas e suas propriedades, as atividades da oficina *Uma forma, Qual?* foram organizadas de acordo com o modelo teórico dos Van Hiele, particularmente para atender os três primeiros níveis, conforme orientações de Van de Walle (2009), tendo em vista a sua aplicação a alunos dos anos finais do Ensino Fundamental. Essa organização possibilitou, independentemente da idade ou série em que os alunos inscritos para a oficina estivessem, que eles fossem capazes de participar de forma ativa das atividades propostas.

A oficina ocorreu em um sábado de maio de 2023, em um evento promovido pelo Curso de Licenciatura em Matemática nas dependências da universidade, realizado em parceria pelos docentes das disciplinas de Estágio Supervisionado na Educação Básica e docentes orientadores do Programa de Residência Pedagógica. A oficina ocorreu no período matutino e contou com duas aplicações, com duração de 1h30min cada. Para a primeira aplicação estiveram presentes 10 alunos, enquanto na segunda estiveram presentes 6 alunos. Para participação, os alunos do

município e da região se inscreveram previamente via formulário divulgado nas escolas e em meios oficiais de comunicação. As atividades<sup>4</sup> da oficina são descritas na sequência.

## AS ATIVIDADES DA OFICINA

A primeira atividade *Observando Semelhanças e Diferenças*, consistiu em distribuir para os alunos, organizados em grupos, figuras que continham as seguintes formas: quadriláteros, como retângulo, quadrado, losango, trapézio, paralelogramo e quadriláteros que não pertencem a esses grupos; triângulos, equilátero, isósceles, escaleno, agudo, retângulo e obtusângulo; polígonos regulares de 5, 6, 7 e 8 lados; e círculos.

Os alunos tiveram, então, que estabelecer critérios de agrupamento para essas formas e, para isso, tiveram que discutir suas semelhanças e diferenças. Em seguida, os alunos tiveram que apresentar quais foram os critérios escolhidos pelo grupo para os demais alunos, justificando a escolha e porque determinada forma pertencia a uma classe estabelecida por eles. A atividade ensejou uma discussão sobre as possibilidades de uma forma atender a outros critérios, além dos indicados pelos alunos.

Trata-se de uma atividade direcionada ao primeiro nível do modelo teórico dos Van Hiele, uma vez que propõe o agrupamento das formas a partir de suas características globais e visuais. Nossa expectativa era que os alunos realizassem com facilidade essa atividade, sendo capazes de nominar a maioria das formas abordadas.

Para a segunda atividade *Explorando Propriedades*, cada um dos alunos recebeu uma folha com indicações para que a atividade pudesse ser realizada. Previamente, algumas figuras foram marcadas no verso de modo que elas pertencessem a uma classe de formas – cada grupo possuía uma classe de formas diferente dos demais. Com base nessas formas, cada grupo de alunos teve que observar as seguintes características nas formas indicadas: lados, ângulos e diagonais. Ao término da atividade, cada grupo teve que compartilhar com os demais colegas quais eram as formas que estavam marcadas e quais foram as conclusões deles, tomadas a partir dos direcionamentos em relação aos aspectos indicados.

Trata-se de uma atividade direcionada ao segundo nível do modelo teórico dos Van Hiele, visando explorar as propriedades das formas, por isso nossa expectativa era que os alunos conseguissem identificar uma forma como representante de um determinado grupo e, com auxílio, apontassem as propriedades de cada grupo de formas.

---

<sup>4</sup> Disponíveis em: [https://drive.google.com/drive/folders/1jv86XDDRznhF7QyZ-VwLOg1UKkZZvHKg?usp=drive\\_link](https://drive.google.com/drive/folders/1jv86XDDRznhF7QyZ-VwLOg1UKkZZvHKg?usp=drive_link). Acesso em: 17 ago. 2023.

Para a terceira e última atividade, com os alunos organizados em grupo, foi proposto um jogo, o qual foi inspirado no jogo *Eu Sou?* e na atividade apresentada pela Figura 1, indicada por Van de Walle (2009).

Figura 1: Atividade proposta

*Atividade 21.4*

**Qual a minha forma?**

A partir da Ficha de Trabalho, faça um conjunto de formas bidimensionais em papel. Corte cerca de um terço das formas e cole-as, cada uma, dentro de uma folha de cartolina dobrada ao meio para fazer os fôlderes "Forma Secreta".

Em cada grupo, um aluno deve ser escolhido como líder e receber um fôlder "Forma Secreta". Os outros devem encontrar a forma que se casa com a forma no fôlder, para isso, eles devem fazer perguntas às quais o líder pode responder apenas com "sim" ou "não". O grupo pode agrupar as formas enquanto fazem as questões para ajudar a eliminar e reduzir as possibilidades. Eles não podem apontar uma peça e perguntar, "A figura é esta?". Em vez disso, devem continuar a fazer questões que reduzam as escolhas à apenas uma forma. A peça final é confrontada com a peça no fôlder do líder.

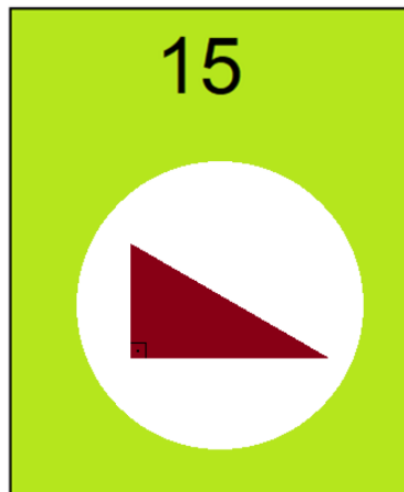
**Fonte:** Van de Walle (2009, p. 446).

As regras do jogo incluem a organização dos alunos e os procedimentos de como jogar. Os alunos foram organizados em grupos, compostos por 3 ou mais alunos, sendo um deles o juiz. Para iniciar o jogo, os jogadores tiveram que embaralhar as cartas e voltar as suas faces para baixo. Em seguida, cada jogador (exceto o juiz) colocou uma das tiaras<sup>5</sup>, as quais têm a função de expor as cartas, na cabeça. Os jogadores tiveram que pegar uma carta do baralho para colocar em exposição na tiara, de modo que a carta seja vista apenas pelos demais jogadores, ou seja, exceto por ele. O objetivo do jogo é descobrir qual forma geométrica está na carta exposta na tiara em sua cabeça, utilizando apenas perguntas que requerem respostas "sim" ou "não".

Um exemplo é a carta de número 15, ilustrada pela figura 2. O aluno por meio de perguntas como: *Eu sou uma figura com mais de cinco lados? Eu sou uma figura com ângulos internos congruentes? Eu sou uma figura que possui centro e raio? Eu sou uma figura com pelo menos um ângulo interno reto?* deve chegar à resposta correta, nesse caso Triângulo Retângulo.

<sup>5</sup> As tiaras as quais nos referimos acompanham o jogo original *Eu sou?* disponível na universidade.

Figura 2: Carta do jogo



Fonte: dos autores (2023).

O gabarito presente no jogo mostra as possíveis respostas para cada carta e as suas respectivas pontuações. O jogador que chegar à resposta correta primeiro ganha um bônus de 5 pontos, o segundo ganha um bônus de 3 pontos e o terceiro ganha um bônus de 1 ponto. Cada jogador pode palpar apenas uma vez na sua jogada. É responsabilidade do juiz conferir as respostas dos jogadores e anotar as pontuações obtidas.

Essa atividade foi pensada de modo a auxiliar na passagem do segundo para o terceiro nível, de modo que os alunos começassem a observar propriedades necessárias e suficientes, começando a estruturar, como sugere Van de Walle (2009), listas mínimas de definição, cujas propriedades indicadas são necessárias e suficientes. O desenvolvimento da oficina é descrito na sequência.

## RELATO DA OFICINA

Com os participantes organizados em grupos, iniciamos as aplicações da oficina. Para a primeira atividade, observamos um engajamento maior entre o primeiro grupo de estudantes. A faixa etária variou pouco, entre 11 e 15 anos, e os alunos mantiveram o respeito mútuo entre si e pelas ideias que se divergiam.

Chegado o momento de compartilhar com os demais alunos o que cada grupo havia pensado, percebemos que os critérios de agrupamento se distinguiam. Ficou claro que, de acordo com o que explica Van de Walle (2009), os alunos estabeleceram critérios que não eram considerados atributos geométricos em alguns casos. De modo geral, eles levaram em consideração o número de lados de cada uma das figuras; outros agruparam em regulares e não regulares e outros agruparam de acordo com definições de ângulos.

Um fator que pode ter contribuído para que os alunos adotassem as observações feitas como critério é que os alunos apresentaram muita dificuldade em reconhecer e nomear as figuras. Desse modo, as discussões se estenderam para além de verificar se uma figura atendia a mais de um critério. Ao término da atividade, discutimos sobre os nomes de cada uma das figuras apresentadas aos alunos.

Tendo eles compreendido essa parte inicial, solicitamos que observassem o verso de cada uma das figuras, mantendo somente as indicadas no verso sobre a mesa, e que foram comuns aos grupos nas duas aplicações: um dos grupos recebeu os quadriláteros e o outro polígonos regulares. Além disso, os alunos receberam uma folha com as observações que eles deveriam fazer.

Eles observaram que os quadriláteros sempre possuem quatro lados e que eles não precisam necessariamente ser paralelos, que um quadrilátero possui duas diagonais que se interceptam em algum ponto, que alguns quadriláteros possuem ângulos retos, que todos podem ser decompostos em triângulos por meio da diagonal, entre outras observações.

Já os grupos que receberam polígonos regulares observaram que os ângulos internos, assim como os lados, são congruentes, ou seja, possuem a mesma medida, que as formas possuem duas ou mais diagonais, exceto o triângulo equilátero, que não possui nenhuma diagonal, assim como nenhum outro triângulo, entre outras observações.

Novamente, solicitamos que os alunos compartilhassem com os demais colegas o que cada um dos grupos havia pensado e observado.

Por fim, os alunos foram convidados a participar do jogo. Inicialmente, em ambas as aplicações, os alunos se sentiram desafiados a tentar descobrir qual forma eles haviam sorteado. À medida em que novas rodadas foram feitas, os alunos foram restringindo suas perguntas, uma vez que eles foram percebendo e criando uma lista mínima de propriedades, que os ajudou a descobrir as respostas com pontuações maiores para as cartas sorteadas. Eles perceberam, por exemplo, que todo quadrado pode ser considerado um retângulo, mas que nem todo retângulo pode ser considerado um quadrado.



Ao término do jogo, os alunos que obtiveram maior pontuação foram premiados com uma singela lembrança. Os demais jogadores também receberam uma gratificação pela participação. Em seguida, e de forma breve, realizamos um encerramento com os alunos, agradecendo pela presença de cada um, discutindo a importância e a relevância do jogo para a aprendizagem de formas planas e suas propriedades.

Os alunos ressaltaram ao final de cada uma das aplicações a importância da oficina para eles, pois puderam aprender novas nomenclaturas, pensar sobre características e agrupamentos ainda não pensados por eles e, ainda, interagir com alunos de outras séries pensando sobre as mesmas atividades.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Consideramos que a organização das atividades conforme os níveis do modelo teórico dos Van Hiele foi, de fato, útil para a aprendizagem das formas propostas e de suas propriedades. Os alunos conseguiram, a partir das atividades da oficina, perceber características que, segundo eles, antes passavam despercebidas e que, depois da oficina, se tornaram fontes de argumento para fazer considerações a respeito das formas.

Conforme as dificuldades apresentadas pelos alunos, notamos que a maioria se encontra entre o segundo e o terceiro nível do modelo teórico dos Van Hiele, embora algumas formas abordadas tenham se mostrado novidade para eles. Isso está em acordo com as orientações de Van de Walle (2009). Ao final da oficina eles se mostraram capazes de identificar as formas como pertencentes a determinadas classes, identificar suas propriedades e começaram a estruturar listas mínimas de definições.

Dessa forma, consideramos que as atividades propostas nas oficinas se mostraram eficazes na abordagem de conceitos associados a figuras planas. Particularmente no que se refere ao jogo, notamos que os alunos, a partir das perguntas de “sim” e “não”, formuladas inicialmente com nosso auxílio, foram capazes de identificar semelhanças e diferenças nas formas, que foram determinantes para que eles pudessem assimilar as características delas, percebendo que algumas propriedades são necessárias e suficientes.

As aplicações da oficina contribuíram, inclusive, no encorajamento para pensarmos em atividades que auxiliassem especificamente no desenvolvimento de provas e demonstrações, ainda que informais no contexto das discussões tecidas, para que possamos contribuir com a passagem dos alunos para o terceiro nível, já os preparando e direcionando para o quarto nível.

## AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

## REFERÊNCIAS

LORENZATO, Sérgio. Por que não ensinar geometria? **Educação Matemática em Revista**, SBEM, 1995.

VAN DE WALLE, John A. **Matemática no Ensino Fundamental**: Formação de Professores e Aplicação em Sala de Aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.