GÉRARD VERGNAUD: UMA REFLEXÃO SOBRE SUA TEORIA E AS IMPLICAÇÕES PARA A EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

Magnus Cesar Ody [1]
Luiz Eduardo Rossatto [2]

RESUMO

O artigo apresenta uma análise das contribuições de Gérard Vergnaud para a Formação de Professores. Está centrado em três aspectos: vida e obra, a Teoria dos Campos Conceituais e as contribuições para o ensino e a aprendizagem em Matemática. Possui abordagem qualitativa e análise narrativa. Consideramos a noção de relação como fundamental para a compreensão do campo conceitual em Matemática. A Teoria dos Campos Conceituais (TCC) apesar de ser um pouco difícil de compreender, mostra-se como um contributo importante para que o professor de matemática possa observar como as crianças estabelecem relações ao longo do tempo. Justifica, por exemplo, as dificuldades que muitos estudantes encontram na resolução de problemas, que apesar de estarem avaliando o conhecimento matemático, envolvem muitos conceitos e situações que, por vezes, passam desapercebidos pelos professores.

Palavras-chave: Educação Matemática, Teoria dos Campos Conceituais, Relações Binárias.

INTRODUÇÃO

Gente não nasce pronta e vai se gastando; gente nasce não-pronta, e vai se fazendo.
Cortela (2012, p. 13)

“Não existe nenhum domínio que impeça o exercício da inteligência matemática da criança” (VERGNAUD, 2014, p. 81)

Acreditamos ser coerente iniciar esta narrativa refletindo sobre as duas frases citadas anteriormente. A primeira traduz o sentimento daqueles que concebem um sentido mais amplo ao significado de *viver com intensidade*. Mário Sérgio Cortela em seu livro: *Não nascemos prontos*: *provocações filosóficas,* lançado em 2012 pela editora Vozes, descreve no primeiro capítulo que a satisfação, a conclusão, o encerramento podem ser sinônimos de calmaria, repetição, limitação, [...]. Se nascêssemos prontos a vida não teria graça, pois iríamos a cada dia, gastar horas e repetir continuamente aspectos da nossa realidade, reféns do que já saberíamos.

[1] Professor do Curso de Matemática das Faculdades Integradas de Taquara, nmagnusody@faccat.br;
[2] Graduando pelo Curso de Matemática das Faculdades Integradas de Taquara, luizrossatto@sou.faccat.br;

Graça tem em não estarmos prontos, o que alimenta a insatisfação, a não repetição e o sentimento de que temos sempre algo a fazer e agregar. Promover situações cotidianas onde possamos criar, inovar, refazer e modificar versões do que somos e fazemos constantemente.

A segunda frase aproxima-se das ideias propostas neste artigo, de modo a promover reflexões na ação educativa da matemática pelos professores, pois as crianças (e os adultos) exercitam diferentes modos de representar seus conhecimentos. Tem muitas coisas que são representadas e não necessariamente refletem a realidade percebida. O nosso desafio não é dominar a forma como é construído o conhecimento, mas compreendê-la, ampliá-la e adaptá-la constantemente por meio de transformações a ações da nossa própria realidade.

Assim como na descrição *[...] gente nasce não-pronta, e vai se fazendo* durante um bom tempo questionei-me sobre: *Que eu sei sobre teorias de aprendizagem? Que autores são relevantes?* A atenção provocada pelos estudos sobre como ocorre a aprendizagem pelas pessoas, fez perceber que vale muito conhecer e discutir sobre estas questões. Ler Wygotsky, Wallon, Piaget, Wertsch, Vergnaud, Ausubel, Paulo Freire e Howard Gardner é diferente de acrescentar o diálogo sobre cada um deles, provocar-se à luz de suas teorias. Especialmente pelo fato de ascender reflexões epistemológicas.

Propomos refletir sobre Gérard Vergnaud (1933 – 2021), psicólogo cognitivo francês que tem se preocupado em *como as crianças constroem os conhecimentos matemáticos*. Particularmente, nosso objetivo transita entre as suas contribuições para a Formação de Professores e para o ensino e a aprendizagem em Matemática.

Vergnaud é reconhecido pela Teoria dos Campos Conceituais (TCC) que em suma, trata do conteúdo do conhecimento e o seu progressivo domínio pelos sujeitos, especialmente as crianças. Propõe explicar a conceitualização humana, especialmente a sua aplicação no ensino e na aprendizagem de conceitos matemáticos fundamentais.

Gérard Vergnaud nasceu no dia 8 de fevereiro de 1933 na cidade de Doué-la-Fontaine, uma pequena cidade no noroeste da França. Foi investigador emérito do Centro Nacional de Pesquisa Científica (CNRS) em Paris, onde participou de inúmeras pesquisas voltadas à didática da Matemática. Exerceu orientação de investigação e docência na área de competências cognitivas no contexto escolar e no trabalho, no Laboratório Paragraphe da Universidade de Paris 8, com mais de 80 dissertações e teses orientadas que procuram aproximar aspectos da própria pesquisa científica à questões da sala de aula.

Formado em psicologia (Genebra), foi considerado um matemático, um filósofo e psicólogo cognitivista. Um dos precursores da didática da Matemática Francesa em que buscou refletir sobre as formas de ensinar e de aprender matemática, especialmente ao considerá-las no contexto do conhecimento em construção.

De acordo com Vergnaud (2011) a escola pode favorecer e não favorecer o ensino e a aprendizagem da Matemática pelo fato de apresentar alguns aspectos formais que de certo modo a maioria das crianças não gostam (porque não compreendem). Porém não se aprende matemática somente na vida cotidiana. É necessário uma organização do ensino, das situações e dos conceitos matemáticos que a longo prazo permitam com que as crianças aprendam (VERGNAUD, 2011).

Sua tese de doutoramento teve como título "A resposta *instrumental como solução de um problema", realizado* na Universidade de Paris Sorbonne, cuja orientação nada mais nada menos foi realizada por Jean Piaget. Entre 1987 e 1995 coordenou o grupo de investigação *em Didática e aquisição do conhecimento científico.* Dentre suas honrarias, recebeu prêmios pela: Universidade de Genebra, na Suíça (1995) e pela Universidad Nacional del Centro de la Província de Buenos Aires, Argentina (2011).

A década de 90 do século passado foi marcada pela sua teoria, A Teoria dos Campos Conceituais (TCC) e com a participação ativa nas discussões francesas em educação científica passou a ser considerado um dos pilares do movimento da didática da matemática (MORO, 2014). Um dos livros mais recentes intitulado *A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar foi* publicado pela Editora UFPR no ano de 2014. Trata-se de uma edição revisada cujo título original é *L'enfant, la mathématique et la réalité* referente à sua terceira edição. A tradução foi realizada por Maria Lucia Faria Moro, professora e colaboradora de pesquisas voltadas a processos cognitivos e aprendizagem em Matemática pela Universidade Federal do Paraná.

SUA ABORDAGEM: CARACTERÍSTICAS INICIAIS

Antes de adentrar no campo teórico é pertinente situar-se em dois aspectos no contexto da sua abordagem. O primeiro discute suas ideias sobre a Educação Matemática. Para Vergnaud (1990) uma das principais características da Educação Matemática é o fato de que o conhecimento matemático evolui indubitavelmente enquanto processo social, incluindo vínculos culturais dotados de sentidos e pressupostos epistemológicos e filosóficos. Entretanto, a sociedade e a instituição escola, não modificam a *natureza* do conhecimento matemático. O que ocorre é o fato da educação pela matemática considerar o conhecimento matemático associado a diferentes objetivos (pessoais) e esses, implícitos em diferentes realidades culturais e sociais.

Na escola, por exemplo, as representações matemáticas são diferentes para professores e alunos e também para os próprios professores, as visões, percepções, crenças e atitudes sobre a matemática e a sociedade são diferentes para cada um (FIORENTINI E LORENZATO, 2007). Antes citamos que para Vergnaud a escola pode ajudar ou não o ensino e a aprendizagem da Matemática, porque considera, em alguns momentos, demasiadamente o aspecto formal dos conteúdos, dissociando-o da realidade. Por outro lado, não se aprende matemática somente na vida cotidiana.

O outro aspecto emerge das ideias de Vergnaud (1990) sobre a maneira como o conhecimento se estrutura. Ele define que o ser humano desenvolve habilidades ao longo da vida e constrói concepções acerca de um determinado conceito e esse, por sua vez, é construído por meio de problemas e situações com as quais temos familiaridade. Considera-se que essa construção envolve algumas variáveis tais como: tempo e experiências com um grande número de situações (dentro e fora da escola) que envolvem conhecimentos anteriores procurando adaptá-los a uma nova situação.

Para Vergnaud (1990) o conhecimento tem origem local e pode ser explícito ou implícito. Explícito quando o sujeito expressa de forma simbólica (com linguagens, esquemas ou sentenças) suas ideias e, implícito, quando usa na ação, escolhendo operações adequadas, sem expressar as razões dessa ação. Sobre essas ideias vou desenvolver um pouco mais quando apresentar a TCC.

De qualquer forma, as crianças levam tempo para dominar certos conhecimentos pelo fato de estarem continuamente em construção (cognitiva, social, temporal, conceitual e relacional). Nesse sentido, é relevante procurar compreender a complexidade envolvida na constituição de um simples conceito, o da adição por exemplo. A adição envolve diferentes conceitos, cada um apresenta diferentes sentidos, os sentidos são estabelecidos em diferentes situações e, cada situação, pode ser analisada com a ajuda de um único conceito. Esse processo, para Vergnaud (2014) ocorre durante toda a vida porque a noção de relação vai se modificando com o tempo.

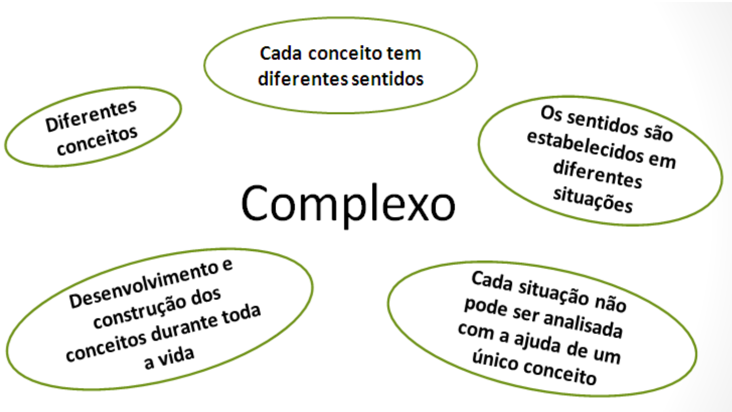
> A noção de relação é uma noção absolutamente geral. O conhecimento consiste, em grande parte, em estabelecer relações e organizá-las em sistemas. Há relações entre objetos no espaço, entre quantidades físicas, entre fenômenos biológicos, sociais, psicológicos (VERGNAUD, 2014, p. 23)

Existem as relações binárias, que ligam dois elementos entre si. Por exemplo: o *lápis* está sobre a *mesa*; *Pedro* está ao lado de *Janine*; *Sete* é maior que *três*; os *coelhos* são *mamíferos*, etc. As relações ternárias ligam três elementos entre si: *Pedro* está entre *André* e *Joana*; *sete* é *quatro* a mais que *três*; os *habitantes da França* que não são *franceses* são *estrangeiros residentes na França.* As relações quaternárias ligam quatro elementos entre si: *Londres* é para a *Inglaterra* o que *Paris* é para a *França*; *dezoito* sobre *quinze* é igual a *seis* sobre *cinco.*

Em todas as relações é pertinente compreender que os elementos podem ser de natureza distinta, e elas também podem estar representadas com outras linguagens e esquemas (sagitais, naturais, algébricos, etc).

Aos cinco anos as crianças aprendem alguns aspectos da adição como a reunião de duas partes em um todo (três figurinhas amarelas mais quatro figurinhas azuis, quantas figurinhas no total?). Cerca de dois anos mais tarde as crianças associam que a parte está contida no todo (quantas figurinhas amarelas há no monte se o total é sete e existem também quatro figurinhas azuis?).

Imagem 1 - Conceitos e situações



Fonte: Vergnaud (2014)

Numa situação-problema qualquer, nunca um conceito aparece isolado. Vejamos outro exemplo:

Bernardo tinha quatro carrinhos de brinquedo e no seu aniversário sua avó lhe deu dois carrinhos. Quantos carrinhos Bernardo tem agora?

Apesar de ser um problema simples, muitos são os conceitos envolvidos. Citamos: adição; temporalidade (tinha – tem); contagem (depois do cinco vem o seis, depois o sete); representação (sistema decimal).

Vergnaud (2014) justifica a ideia de *relação* como sendo um dos eixos que perpassam toda a sua teoria juntamente com a noção geral de *invariante operatório.* Acredita que os problemas matemáticos podem ser facilitados com a compreensão e o uso do cálculo relacional.

Os invariantes operatórios transitam por toda a estrutura de um conceito, seja para a análise relacional ou para refletir a realidade.

> Pode-se dizer que a noção de invariante é o núcleo mais sólido que se pode encontrar na análise da noção de conceito. Epistemólogos cada vez mais numerosos o sublinham. Sem dúvida, é de Piaget o grande mérito de ter mostrado o papel da noção de invariante na gênese da inteligência do bebê, na criança. (VERGNAUD, 2014, p. 308)

O problema é que muitas vezes, somente as relações podem representar simples constatações da realidade, o que para as crianças pode não ser uma manifestação correta em função das suas possibilidades. O cálculo relacional reside no fato de constituir uma atividade intelectual e material em fazer construções, inferências, e deduções na relação entre dois objetos. Três exemplos apresentados por Vergnaud (2014) nos ajudam a compreender essa ideia

> - A desigualdade de dois lápis, cuja diferença de comprimento é pequena, pode não ser constatada pelas crianças menores, sobretudo quando estas não são capazes de assegurar-se de que a base dos dois objetos a comparar está no mesmo nível.
> - A relação "mamãe é a filha da vovó" não é algo diretamente constatável pela criança. Para fazê-la compreender essa relação é preciso recorrer a explicações verbais, físicas [...]
> - Se escondermos o brinquedo preferido de um bebê atrás de um pacote colocado em cima de uma mesa, a relação "brinquedo escondido pelo pacote" não é compreendida completamente pelo bebê antes da idade dos 18 meses em média (p. 33)

Sobre esse aspecto e sobre a ideia de relação pretendo discutir juntamente com a teoria dos campos conceituais.

TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

Vergnaud (1983, 1988) define a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) como sendo um conjunto de situações de domínio progressivo e complexo, exige uma variedade de conceitos, de procedimentos e de representações de naturezas distintas em estreita conexão.

Quando fizemos uma descrição sobre as características da sua abordagem, lembramos Vergnaud ao justificar que o ser humano desenvolve habilidades ao longo da vida e constrói concepções acerca de um determinado conceito. A sua teoria apoia-se na ideia de que os conceitos e situações de ensino e aprendizagem quando organizados permitem com que as crianças aprendam a longo prazo de forma coerente e por meio de relações.

A TCC é uma teoria do desenvolvimento a longo prazo de conhecimentos e competências matemáticas. Segundo Vergnaud (2011) os conhecimentos se manifestam em atividades situacionais, procura estabelecer uma ligação entre as situações que as crianças, por exemplo, podem ser confrontadas, a organização de atividades nessas situações (expressões) tendo como pano de fundo a linguagem.

De acordo com Vergnaud, o conhecimento está organizado em campos conceituais cujo domínio ocorre ao longo do tempo, por meio da experiência, maturidade e aprendizagem (1982, p. 40). Campo conceitual é um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, conteúdos, estruturas e operações de pensamento (Vergnaud, 1982, citado por MOREIRA, 2002, p. 8).

Moreira (2002) destaca que a TCC possui base piagetiana, porém amplia e redireciona,

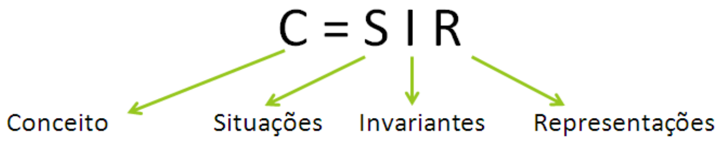
> ao tomar como referência o próprio conteúdo do conhecimento e a análise conceitual do progressivo domínio desse conhecimento, bem como ao ocupar-se do estudo do desenvolvimento cognitivo do sujeito-em-situação ao invés de operações lógicas gerais, de estruturas gerais do pensamento. (MOREIRA, 2002, p. 28)

Retomando, Vergnaud (1996) identifica sua teoria como psicológica cognitivista e supõe que o núcleo do desenvolvimento cognitivo é a conceitualização do real. O conhecimento está organizado em campos conceituais, cujo domínio, de parte do aprendiz, ocorre ao longo de um largo período de tempo, através da experiência, da maturidade e da aprendizagem. Um conjunto informal de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros. Preocupa-se com a aquisição do conhecimento pela criança de forma estruturada, valorizando os conhecimentos prévios (VYGOTSKY, 1991) e considerando adaptações constantes entre o ambiente e a escola.

No exemplo que citamos anteriormente (Bernardo tinha quatro carrinhos [...]) é possível compreender que uma situação não pode ser analisada com o auxílio de um único conceito, pelo oposto, requer campos conceituais, Vergnaud (1983).

Aspecto fundamental na sua teoria é justamente a compreensão da definição dada para conceito. Segundo Vergnaud (1983) compreender a conceitualização é peça chave da sua teoria ou ainda: “É a pedra angular da cognição” (1998, p. 173). Envolve uma terna de conjuntos relacionados denominados *situações, invariantes e representações.*

Imagem 2 – Terna de conjuntos



Fonte: Vergnaud (2014)

Moreira (2002) salienta ser necessário considerar a relação desses três conjuntos (S, I, R) simultaneamente o que não representa uma correspondência biunívoca entre eles. O desenvolvimento de um conceito e seu uso ao longo da aprendizagem considera a tríade (S, I, R) intrinsecamente relacionada com os campos conceituais.

Vergnaud (1998, p. 141, citado por MOREIRA, 2002) define a relação da seguinte forma:

> [...] poderia considerar um conceito como um conjunto de invariantes utilizáveis na ação, [...] um conjunto de situações que constituem o referente e um conjunto de esquemas postos em ação pelos sujeitos nessas situações. Daí, o tripleto (S, I, R) onde, em termos psicológicos, S é a realidade, e (I, R) a representação que pode ser considerada como dois aspectos interagentes do pensamento, o significado (I) e o significante R.

Uma situação envolve uma variedade de situações e conhecimentos que vivenciamos e procuramos dominar inclusive de nossa experiência tentando modificá-la. São adaptadas a fim de tornar um conceito significativo.

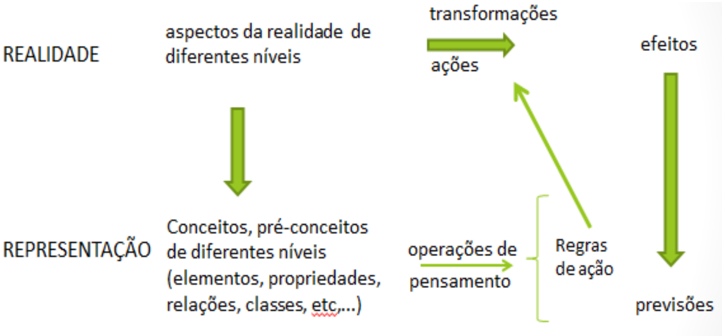
A ideia de *homomorfismo* ajuda a compreender a definição de invariante operatório. Segundo Vergnaud (2014) permite colocar com clareza o problema do ensino da matemática assim como, de todo conhecimento objetivo. Um homomorfismo [...] é uma aplicação de um conjunto em outro que respeita certas estruturas relacionais do conjunto de partida e do conjunto de chegada. [...] significa 'mesma forma' ou 'mesma estrutura'. (VERGNAUD, 2014, p. 299). Em outras palavras, tem a finalidade de passar da realidade à representação e, esta, "não pode ser operatória a não ser que reflita a realidade de forma pertinente e homomorfa" (p. 299).

Cabe ressaltar que para Vergnaud, a representação dada pelo sujeito não necessariamente represente toda a realidade e toda representação seja necessariamente homomorfa à realidade. Entretanto,

> "[...] não se compreenderia o papel da representação exceto se não fosse ela vista como um reflexo da realidade, um instrumento de simulação desta, e, em consequência, um meio de prever os efeitos reais e de 'calcular' as ações a serem executadas, para provocá-las ou evitá-las". (VERGNAUD, 2014, p. 299)

Observemos o esquema abaixo:

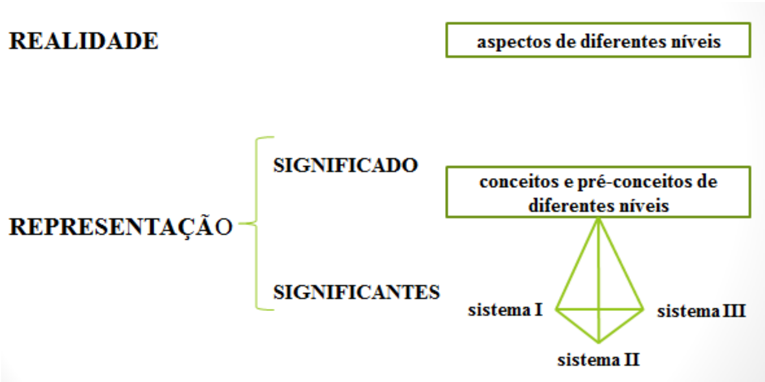
Imagem 3 – Realidade e Representação



Fonte: Vergnaud (2014)

Vergnaud (2014) expõe de maneira mais simples as relações entre realidade e representação definindo *pensamento* que consiste em operações conceituais e pré-conceituais de diferentes níveis sobre os significados e operações simbólicas sobre os significantes, formados por vários sistemas simbólicos distintos, tendo elos entre si e com o significado.

Imagem 3 – Significados e Significantes



Fonte: Vergnaud (2014)

Contudo, o pensamento trabalha em diferentes níveis ao mesmo tempo (elementos, relações, classes, ...) e com o auxílio de diferentes sistemas simbólicos (linguagem natural, representações em imagens, esquemas, álgebra, espaço, etc). Cito um exemplo apresentado por Vergnaud (2014):

Suponhamos que uma criança procure saber quanto de dinheiro ela deve pedir à sua mãe para ir à casa de sua avó, sabendo que lhe são necessários R$6,00 para o trem e R$ 2,50 para o ônibus, que sua avó lhe prometeu R$ 5,00 e que lhe sobram R$ 1,40 em seu moedeiro.

Dentre inúmeras representações, a criança pode estabelecer: uma representação verbal, enunciando de forma implícita ou explícita (*preciso mais [...] pois tenho [...] então [...] eu somo [...] eu tiro [...])*; uma representação algébrica
(6 + 2,50 = 8,50 e 5+1,40 = 6,40, logo 8,50 > 6,40).

Em suma, são as diferentes representações que ajudam a criança na resolução de um problema estabelecendo relações, o que de certa forma significa representar uma situação real, mas também migrar de uma representação à outra por meio do homomorfismo. É ele que "permite compreender as equivalências entre procedimentos operatórios [...] das relações entre realidade e representação [...] entre diferentes planos da representação". (VERGNAUD, 2014, p. 303).

Agora que temos uma ideia do significado de *homomorfismo*, podemos compreender o que representa a noção de invariante operatório. A sua noção permite compreender a passagem da realidade à representação.

De acordo com Vergnaud (2014)

> Não basta saber que os objetos, as classes de objetos, as relações, etc., se projetam, sob certas formas, nos diversos planos da representação; igualmente, é preciso interrogar-se sobre a forma pela qual essa projeção ocorre e sobre as condições que a permitem. (p. 304)

Citamos que a noção de invariante operatório é um dos eixos que perpassa a TCC. Assim, cabe refletir sobre alguns pontos fundamentais.

O primeiro deles é que a representação funcional reflete certos aspectos da realidade e que ela permite ao pensamento operar sobre os significados e os significantes. Ela deve considerar os critérios semânticos (refletir sobre aspectos da realidade) e critérios sintáticos (prestar-se a operações/cálculo relacional), o que denomina-se *representação calculável* (VERGNAUD, 2014). Para o autor, os dois aspectos citados são indissociáveis, pois de nada adianta dotar-se de cálculos relacionais complexos sem a preocupação com a qualidade de refletir sobre a realidade.

> [...] o critério simbólico implica certas invariâncias no funcionamento do pensamento, a saber, conceitos, imagens, signos; e, de modo geral, todas as formas simbólicas remetem aos mesmos objetos. Isto se aplica aos objetos de todos os níveis lógicos (elementos, relações, classes, características, transformações, funções, processos,

etc.). Por exemplo, o símbolo verbal “pai” não remete a um objeto apenas s se pode distinguir dele alguns sentidos diferentes, os quais evidentemente não são adquiridos ao mesmo tempo pela criança: 1. “Pai” no sentido de “o meu próprio pai, objeto único”; 2. “Pai” no sentido de relação “é o pai de”; 3. “Pai” no sentido religioso do termo” [...]” (VERGNAUD, 2014, p. 304)

O segundo trata de compreender a diferença entre invariantes relacionais e classificatórios. Invariantes relacionais estabelecem uma relação entre dois objetos como as relações de pai citadas anteriormente. Porém, somente a noção relacional de “paternidade” não ajuda a criança na compreensão de quais relações estão em jogo. É preciso desenvolver ao longo da vida a *noção* de pai, denominada de invariante classificatório.

Para Vergnaud (2014) os objetos têm propriedade qualitativa ou quantitativa que mantém relações com outros objetos. Esses podem sofrer transformações naturais ou pelas operações do sujeito. A análise relacional consiste em definir as diferentes classes de transformações e os invariantes qualitativos, quantitativos e relacionais associados.

Por sua vez, são os invariantes que possuem o papel decisivo na construção da representação, sua eficácia na reflexão da realidade e no cálculo relacional. São eles que dão à representação seu caráter operatório, pois a verificação do conhecimento está na ação para transformar o mundo externo (VERGNAUD, 2014, p. 309).

CONSIDERAÇÕES

Ao propor como objetivo analisar as contribuições de Vergnaud para a Formação de Professores e para o ensino e a aprendizagem em Matemática, estamos conscientes da amplitude que sua abordagem teórica permite analisar. Sobre isso, nos permitimos pontuar algumas colocações.

A primeira delas é que aprender matemática pressupõe observar a manifestação de diferentes linguagens. As representações matemáticas são diferentes para professores e alunos e são influenciadas pelas visões, percepções, crenças e atitudes sobre a matemática.

Aprender leva tempo e está sempre em construção (e desconstrução) e mobiliza continuadamente as habilidades cognitiva, social, temporal, conceitual e relacional. Exemplo disso são as relações binárias, ternárias e quaternárias.

A ideia de relação é um dos eixos que perpassam toda a teoria de Vergnaud, juntamente com a noção geral de invariante operatório.

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC) apesar de ser um pouco difícil de compreender, mostra-se como um contributo importante para que o professor de matemática possa compreender como as crianças estabelecem relações ao longo do tempo. Justifica, por exemplo, as dificuldades que muitos estudantes encontram na resolução de problemas, que apesar de estarem avaliando o conhecimento matemático, envolvem muitos conceitos e situações que, por vezes, passam desapercebidos pelos professores.

REFERÊNCIAS

CORTELA, M. S. **Não nascemos prontos:** provocações filosóficas. Petrópolis, RJ: Vozes, 2012.

JENSKE, G. A Teoria de Gérard Vergnaud como aporte para a superação da defasagem de aprendizagem de conteúdos básicos da matemática: um estudo de caso. **Dissertação de Mestrado.** PUCRS: Porto Alegre, 2011.

MOREIRA, M. A. **A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, o Ensino de Ciências e a pesquisa nesta área.** Investigações em Ensino de Ciências – v.7, n. 1, p. 7-29, 2002.

MAGINA, S. M. **A Teoria dos Campos Conceituais:** contribuições da Psicologia para a prática docente. Disponível em: <*www.ime.unicamp.br/erpm2005/anais/conf/conf_01.pdf*>. Acesso em: 5 set. 2015.

NUNES, T. et. al. **Educação Matemática:** Números e operações numéricas. São Paulo: Cortez, 2009.

VERGNAUD, G. A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In Carpenter, T., Moser, J. & Romberg, T. Addition and subtraction. **A cognitive perspective.** Hillsdale, N.J: Lawrence Erlbaum. p. 39-9, 1982.

VERGNAUD, G. Quelques problèmes theóriques de la didactique a propos d'un example: les estructures additives. Atelier International d'Eté**: Récherche en Didactique de la Physique.** La Londe les Maures, França, 1983.

VERGNAUD, G. Multiplicative structures. In: Lesh, R. and Landau, M. (Eds.) Acquisition of Mathematics Concepts and Processes. New York: **Academic Press Inc.** p. 127-74, 1983.

VERGNAUD, Gerard (trad. MORO, Maria Lucia Faria). **A criança, a matemática e a realidade.** Curitiba: Editora UFPR, 2014.

VERGNAUD, G. Multiplicative structures. In: Hiebert, H. and Behr, M. (Eds.). **Research Agenda in Mathematics Education.** Number Concepts and Operations in the Middle Grades. Hillsdale, N.J: Lawrence Erlbaum. pp. 141-161, 1988.

VERGNAUD. G. La théorie des champs conceptuels. **Recherches en Didactique des Mathématiques,** 10 (23): 133-170, 1990.

VERGNAUD, G. et al. Epistemology and psychology of mathematics education. In: Nesher, P. & Kilpatrick, J. (Eds.) **Mathematics and cognition: A research synthesis by International Group for the Psychology of Mathematics Education.** Cambridge: Cambridge University Press, 1990.

VERGNAUD, G. Teoria dos campos conceituais. In: Nasser, L. (Ed.). **Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro.** p. 1-26, 1993.

VERGNAUD, G. Multiplicative conceptual field: what and why? In: Guershon, H. and Confrey, J. (Eds.) **The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics.** Albany, N.Y.: State University of New York Press. p. 41-9, 1994.

VERGNAUD, G. A comprehensive theory of representation for mathematics education. **Journal of Mathematical Behavior,** v. 17, n. 2. p. 167-81, 1998.

VYGOTSKY, L, S. **A Formação Social da Mente.** São Paulo, SP: Martins Fontes, 1991.

NOTAS

1. “[...] os meios utilizados pela criança, os caminhos que ela toma para resolver um problema ou atingir um dado objetivo numa determinada tarefa escolar, são profundamente enraizados na representação que ela faz da situação [...]” (2014, p. 18)
2. “[...] a noção de representação não se reduz à noção de símbolo ou de signo, uma vez que ela cobre também a noção de conceito [...]” (2014, p. 19)

3. “[...] trata-se de uma ideia universal, da qual os educadores devem absolutamente tomar consciência; quer dizer, a ideia de que a representação não se reduz a um sistema simbólico que remete diretamente ao mundo material, os significantes representando então diretamente os objetos materiais. Na verdade, os significantes (símbolos, signos) representam os significados que são eles próprios de ordem cognitiva e psicológica ``. (2014, p. 19)
4. “O conhecimento consiste ao mesmo tempo de significados e significantes: ele não é formado somente de símbolos, mas também de conceitos e de noções que refletem ao mesmo tempo o mundo material e a atividade do sujeito nesse mundo material” (p. 19)