



XXII ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICA E PRÁTICAS DE ENSINO

A RELAÇÃO ENTRE A MATEMÁTICA E A MÚSICA: UM ESTUDO REALIZADO NO CONTEXTO DO ENSINO TÉCNICO INTEGRADO AO ENSINO MÉDIO

Pedro Branquinho Cunha – Instituto Federal de Goiás
Priscila Branquinho Xavier – Instituto Federal de Goiás

RESUMO

O presente estudo busca compreender a relação e desenvolvimento histórico entre a música e a matemática, bem como sua evolução em instrumentos de cordas, a partir da análise de frequências sonoras e séries harmônicas, descobertas por matemáticos como Pitágoras e Fourier. Desenvolvida no contexto do curso Técnico em Música Integrado ao Ensino Médio, a partir de um projeto iniciação científica, a pesquisa, tem como objetivo a compreensão de forma mais fácil a relação entre conceitos básicos da matemática e a harmonia musical a partir do estudo das séries matemáticas. Entre os resultados esperados, estão: a ampliação do conhecimento acerca das relações entre os conceitos matemáticos, trabalhados no Ensino Médio, e a música; compreensão das relações harmônicas materializadas em instrumentos de cordas, em especial no violino.

Palavras-chave: Matemática, Música, Ensino Médio.

INTRODUÇÃO

A música é uma das formas mais interessantes de nós, seres humanos, nos expressarmos. Mas para chegarmos nessa relação conhecida., tivemos que passar por muitos processos e experiências, a começar pela relação entre ela e a matemática. Ambas possuem uma longa e profunda relação que vem desde Pitágoras (570 a.C.- 496 a.C.), que ficou conhecido como “Pai da Matemática e da Música” justamente por descobrir a relação entre elas. Pitágoras, em seus estudos, percebeu padrões de razões entre números inteiros e suas respectivas relações com sons específicos e as sensações decorrentes das experimentações destes sons, abrindo caminhos para o conhecimento das relações entre matemática e a música (ABDOUNUR, 2006). Assim, tendo como base fundamentos científicos que orientam as relações entre conceitos matemáticos, trabalhados no ensino técnico em Música, e seus desdobramentos no campo da consonância musical, formulou-se e a seguintes questões: “como se materializam as relações matemáticas e harmônicas musicais em instrumentos de cordas, em especial no violino? E ainda, “por que duas notas ou mais, tocadas juntas, produzem efeito nos sentimentos?” Assim,



a partir das descobertas de Fourier e outros pensadores, buscou-se identificar e analisar, a partir do estudo no instrumento violino, decodificar tais padrões.

A presente pesquisa, que possui financiamento do CNPq, tem como objetivo compreender a teoria sobre Harmonia Musical e suas relações com os conceitos matemáticos associados a eles como média harmônica e séries harmônicas, em especial as Séries de Fourier. Vale ressaltar que os estudos de Séries de Fourier são realizados no Ensino Superior, na maioria dos casos, mas por se tratar de uma motivação vinculada à estudo anterior, os conceitos foram elaborados tendo como base o nível de compreensão de estudantes de Ensino Médio, primando pela simplicidade e clareza dos conceitos envolvidos, não desprezando o rigor e a beleza matemática.

METODOLOGIA

Trata-se de uma pesquisa de cunho bibliográfico, tendo como fontes artigos científicos, dissertações e teses disponíveis no Banco de Dissertações e Teses da CAPES, livros e capítulos de livros, materiais disponíveis nos laboratórios do Instituto Federal Goiano campus Goiânia, sejam eles materiais relacionados à Música ou à Matemática, além da utilização de softwares livres destinados ao estudo de harmonia musical.

REFERENCIAL TEÓRICO

De origem grega, as palavras música (*musiké*) e matemática (*mathematike*), significam, respectivamente, "a arte das musas" e "conhecimento". As duas ciências encontram-se intimamente relacionadas. Falar em Matemática e em Música, é falar de um mesmo filósofo conhecido como pai de ambas: Pitágoras. Fundador da escola pitagórica no século VI a.C., segundo ABDOUNUR (2006), através das experiências com sons do monocórdio, Pitágoras dá início ao que seria chamado de quarto ramo da matemática: música, como conhecemos hoje. Na referida escola ele propôs o estudo da aritmética e da música, bem como suas relações com a astronomia. De acordo com Bascoy (2021), os pitagóricos pensavam que a movimentação dos planetas produzia vibrações harmônicas, esta ficou conhecida como a teoria da harmonia das esferas.

Aperfeiçoada ao longo de mais de dois mil anos, as duas áreas do conhecimento humano, apresentaram significativos avanços, a partir do surgimento de grandes músicos e matemáticos. Entre eles, destacam-se René Descartes (1596-1650), Pierre de Fermat (1607-1665), Leonard Euler (1707-1783), John Napier (1550-1617), Marin Mersenne (1588-1648), entre outros, que contribuíram consideravelmente para a compreensão da percepção musical.

Por exemplo, segundo Maritz (2015), foi Marin Mersenne quem sugeriu a criação da escala temperada. Ainda segundo o autor, nessa época, "as relações entre altura e frequência eram estabelecidas em cordas, tubos e sinos, com uma cuidadosa documentação de outros fatores envolvidos, como o material, a espessura e a tensão, no caso das cordas. Foram estudados ainda os fenômenos do batimento e a série harmônica, bem como afinação e temperamento, consonância e dissonância"(MARITZ, 2015, p. 26).

Na busca da melhor compreensão da influência da matemática na música, bem como na aplicação das sequências harmônicas por alguns dos músicos famosos como Johann Sebastian Bach, Wolfgang Amadeus Mozart, Johann B. Strauss, Ludwig V. Beethoven, propõe-se, ainda, apresentar de forma sucinta, como essas relações se manifestam em alguma das obras. Por exemplo, os compositores Mozart e Bach, utilizaram a estrutura matemática, em particular a numerologia, em suas composições. Bach, assim como Pitágoras, percebeu que a separação de algumas notas musicais de determinadas formas, promoviam sons mais ou menos agradáveis (MIRITZ, 2015).

Compreender a música como uma sucessão de sons e silêncios organizados em um determinado tempo nos leva a uma visão simples, porém importante para a compreensão de características do som. Krause (2013), em sua obra, *A grande orquestra da natureza*, nos lembra que o som se transmite sob a forma de ondas de pressão que percorrem o ar, os sólidos e os líquidos, ressaltando ainda, que muitos sons têm atributos como frequência (também chamada de altura, termo que tende a ser mais relativo), amplitude, timbre e envelope acústico, elementos estes, fundamentais para a compreensão entre as relações matemáticas e a música.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

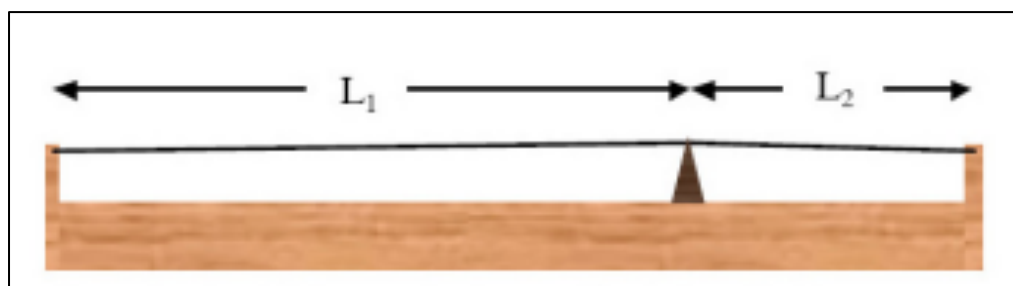
A Matemática e a Música possuem uma longa caminhada juntas, desde Pitágoras (570 a.C. - 496 a.C.). Teóricos como Vincenzo Galilei (1564-1642) e Ludovico Fogliani (1470-1539), entre outros, vem discutindo sobre as razões da música sobre um ponto de vista puramente matemático porém ao exigirmos dos fenômenos naturais interpretações que serão regidas por fórmulas e teorias, estaríamos fazendo surgir uma nova ciência quantitativa, que realça a exatidão e sofre um processo de matematização. Pitágoras é considerado também como pai da Música, pelo fato de que, utilizando um monocórdio ele percebeu que os sons produzidos com a relação de comprimento igual a $2/1$; $3/2$; $4/3$ eram agradáveis aos nossos ouvidos. Há

também intervalos que são agradáveis aos ouvidos humanos, como por exemplos os intervalos de quartas, quintas e oitavas.

A harmonia musical herda também de Pitágoras a qualidade da propriedade numérica sendo 6, 8, 9, 12 números harmônicos que serão mais tarde justificativas do nome de média harmônica. Ainda, os intervalos de oitavas são de grande importância. Ela foi percebida por meio das diferenças entre as vozes femininas e as vozes masculinas, sentidas por meio de uma oitava, sendo estas equivalentes, porém, em oitavas diferentes, mas podemos verificar que um número inteiro de qualquer intervalo nunca se equipara a um número inteiro de oitavas e esse desajuste impossibilita a construção de uma escala em que todos os intervalos subjazem a razões de números naturais, demonstrando que é impossível construir uma escala simétrica apenas com intervalos naturais.

O momento que mais se teve ênfase nos registros do casamento entre a Música e a Matemática ocorreu durante o século VI a.C., quando Pitágoras através de um monocórdio (Figura 1) faz uma de suas mais formosas descobertas, o quarto ramo da Matemática: A Música. Os pitagóricos foram os únicos até Aristóteles que realmente fundamentaram cientificamente a música, começando então a dar forma (como a conhecemos no ocidente) e, desse jeito, os pitagóricos se tornaram os mais preocupados por este assunto.

Figura 1: O monocórdio (ou monocorda) de Pitágoras



Fonte: GOTO (2009, p. 2)

Possivelmente inventado pelo próprio Pitágoras, o monocórdio é um instrumento que possui apenas uma única corda que é estendida entre dois cavaletes fixos sobre uma prancha ou uma mesa, possuindo também um cavalete móvel que colocado sobre a corda e é utilizado para dividi-la em duas parcelas. A princípio o experimento foi realizado para evidenciar as relações entre o comprimento de uma corda estendida e a altura do som emitido quando tocado. Seguindo de acordo com os princípios de sua própria escola, Pitágoras procurava relações de comprimento com números inteiros, cada razão produziria um determinado intervalo sonoro em relação à corda como um todo. Pitágoras percebeu em seu experimento que ao pressionar



um ponto que seria o equivalente a reduzir ela a $\frac{3}{4}$ do seu tamanho original, ela produziria uma quarta acima do tom original (a corda inteira). Analogamente, ao exercer uma pressão a $\frac{2}{3}$ do tamanho da corda, teremos um som que irá soar como uma quinta acima do tom original, enquanto ao pressionarmos $\frac{1}{2}$ da corda, iremos ter um som original, porém uma oitava acima.

Na relação entre as séries harmônicas e a harmonia musical, ressalta-se que cada nota que provém de um objeto vai sofrer uma influência da frequência fundamental que resultará em outras harmonias, que também resultará em muitas outras frequências. As séries harmônicas são infinitas e compostas por ondas sinusoidais com todas as frequências múltiplas da original (a frequência fundamental), porém, não existe apenas uma série harmônica, mas sim uma série diferente para cada frequência fundamental, como por exemplo a série harmônica do Lá1 ou $A_2 = 110$ Hz.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A música nem sempre padrões bem definidos como conhecemos hoje, que possui uma teoria mais sólida com base em cálculos e teoremas. Durante o percurso da sua construção ela passou por períodos de mudança e de avanços, até atingir as propriedades, padrões e características conhecidas atualmente. No geral, como observado na presente pesquisa, é impossível dizermos que a música não tem uma relação direta com a matemática, até porque um dos grandes responsáveis pela estruturação de ambas foi Pitágoras.

REFERÊNCIAS

ABDOUNUR, O. J. **Matemática e música: pensamento analógico na construção de significados**. São Paulo: Escrituras Editora, 2006.

GOTO, M. **Física e música em consonância (Physics and music in consonance)**. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 31, n. 2, 2307, 2009.

BASCOY, Millán Lado. **Ármonicos e series de Fourier**. Trabalho de Conclusão de Curso. Faculdade de Matemáticas. Universidade de Santiago de Compostela, Espanha, 2021.

KRAUSE, Bernie. **A grande orquestra da natureza: descobrindo as origens da música no mundo selvagem**. Tradução Ivan Wesz Kuck. 1ºedi. Rio de Janeiro: Zahar, 2013.

MIRITZ, José Carlos Dittgen. **Matemática e música**. Dissertação (mestrado). Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, RS, 2015.