

## POR UMA RESOLUÇÃO EXPLORATÓRIA DE PROBLEMAS

Saul Barbosa de Oliveira <sup>1</sup>

### RESUMO

Este artigo discute a articulação entre a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de matemática através da Resolução de Problemas e a Metodologia de Ensino-Aprendizagem de matemática via Exploração-Resolução-Proposição de Problemas, esta proposta pela Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Lourdes de la Rosa Onuchic e aquela proposta pelo Prof. Dr. Silvanio de Andrade. No decorrer do artigo, a partir de uma revisão bibliográfica, discutimos ambas as perspectivas de trabalhar com a Resolução de Problemas na sala de aula de matemática. Analisamos as aproximações entre as Metodologias apresentadas. Pode-se dizer que a exploração de problemas pode ser acrescida ao Roteiro proposto nos trabalhos da Prof.<sup>a</sup> Lourdes, onde o denominamos o novo roteiro de Onuchic-Andrade, possibilitando que aos docentes mais ferramentas para se ensinar conceitos trabalhados e possam ir além da resolução do problema proposto, alterando variáveis dos problemas, generalizando padrões, alterando o registro de representação semiótica, possibilitando uma construção o conceito matemático por parte dos alunos de uma maneira mais aprofundada e ainda, a depender do problema, tratar pontos referentes à realidade do aluno, a aspectos sociais, políticos e econômicos e outros que tangenciam a formação cidadã do discente.

**Palavras-chave:** Resolução Exploratória de Problemas, Resolução de Problemas, Exploração-Resolução-Proposição de Problemas, Educação Matemática.

### INTRODUÇÃO

O resolver problemas é inerente ao ser humano, presente no cotidiano de cada pessoa, independente do individuo residir em lugares mais remotos ou nas grandes metrópoles, os problemas estão presentes e o ser humano se debruça para resolvê-los. Uma parte considerável desses problemas envolve uma ciência que é denominada por muitos como a ciência dos padrões, a Matemática. A mesma está presente desde o simples mensurar a quantidade grão de milho que serão plantados em uma roça à dinâmica de controle de pragas e o compreender o cosmos lançando mão da Geometria Lorentziana.

Em relação ao ensino de matemática o resolver problemas vem se mostrando um meio fundamental para desenvolver os conceitos matemáticos em qualquer nível de ensino. Dentre diversas formas de ensinar através Resolução de Problemas destacamos duas metodologias de ensino-aprendizagem de matemática via Resolução de Problemas, a primeira se denomina Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas onde tem sua principal pesquisadora a Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Lourdes de la Rosa Onuchic, metodologia esta

---

<sup>1</sup> Mestrando do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba – PB, [saul.uepb@gmail.com](mailto:saul.uepb@gmail.com);

que pode ser aplicada em um roteiro que possui dez etapas onde mais a seguir serão detalhadas.

A segunda metodologia é denominada Ensino-Aprendizagem de Exploração-Resolução-Proposição de Problemas que tem como seu autor o Prof. Dr. Silvanio de Andrade, nesta metodologia onde se destaca a Exploração de Problemas – que também compreende a resolução e a proposição – traz uma proposta de ensino de matemática numa perspectiva sócio-político-cultural à luz de uma educação progressista, crítica e libertadora. Além de toda esta base teórica apresentada anteriormente, a Exploração de Problemas ainda traz mais contribuições ao ensino de matemática, pois através de questionamentos e reflexões através dos mesmos o professor pode levar os alunos a ir além da resolução do problema, no processo de encontrar a solução do problema desejado tanto o docente com o discente podem fazer reformulações do problema, proposições de novos problemas e generalizar conceitos matemáticos construídos.

Cada uma de ambas as metodologias tem suas peculiaridades, entretanto através de uma análise de publicações tais como Onuchic (1999), Allevato e Onuchic (2014) e Andrade (1998, 2017) foi percebido que existem pontos que convergem tais como o construir conceitos matemáticos a partir de um problema ou situação-problema e que algumas peculiaridades tais como o explorar problemas apresentado por Andrade (1998, 2017) e o roteiro apresentado por Allevato e Onuchic (2014) e podem convergir de uma maneira que potencialize o ensino de conceitos matemáticos independente do nível (básico ou avançado).

No próximo tópico serão delineadas e aprofundadas as perspectivas que cada autor traz sobre ensinar através da Resolução de Problemas, assim como as possíveis articulações entre as mesmas.

## **METODOLOGIA**

Analisamos aqui duas metodologias de ensino-aprendizagem de matemática via Resolução de Problemas, a primeira se denomina Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas e segunda metodologia é denominada Ensino-Aprendizagem de Matemática via Exploração-Resolução-Proposição de Problemas através de trabalhos publicados tais como Andrade (1998, 2017) e Allevato e Onuchic (2014) e será proposto um novo roteiro adaptado Allevato e Onuchic (2014) acrescido de alguns aspectos da Exploração de Problemas dissertado por Andrade (1998, 2017).

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

No que tange atividade matemática, a resolução de problemas é considerada o seu âmago, pois é a sua força motriz para o tecer de novos conhecimentos (que serão aplicados nas mais diversas áreas do conhecimento). A caráter de exemplo, temos a conjectura (agora teorema, devidamente provado) denominada “O último teorema de Fermat” que versava: “Se  $n$  é um número inteiro maior que 2, então não existem números inteiros positivos  $x$ ,  $y$  e  $z$ , que satisfaçam a igualdade  $x^n + y^n = z^n$ ”. Proposto por Pierre de Fermat em 1637 e solucionado trezentos e cinquenta e sete anos depois por Andrew Wiles, as diversas tentativas nesse interesse contribuíram para o surgimento e aprofundamento de diversos campos da matemática dentre os quais a Geometria Algébrica, Álgebra Comutativa e a Teoria dos Números Algébricos.

Talvez outras listas sirvam para ilustrar a afirmação sobre a importância da resolução de problemas na matemática, tais como os 23 problemas de Hilbert e os Problemas do Millennium, sendo a última composta por sete problemas onde quem achar a solução de apenas um ganhará um prêmio de um milhão de dólares.

Mas o que realmente é um problema? As concepções de problemas não são uniformes - todavia, às vezes é convergente – variando do pressuposto teórico de cada indivíduo, ou grupo de indivíduos, que tem como intuito solucioná-lo. Partimos pelo pressuposto de que quando não se sabe os meios pelos quais resolver a questão ela de fato é um problema, entretanto quando já se sabe os métodos de como resolver, deixa de ser um problema e passa a ser um exercício. Outra definição plausível, um problema é de Lester (1980), onde o mesmo discorre que:

[..] uma situação em que um indivíduo ou um grupo é solicitado a desempenhar uma tarefa na qual não existe nenhum algoritmo disponível que determine completamente o método de resolução. A realização desta tarefa tem que ser desejada pelo indivíduo ou grupo. De outro modo a situação não pode ser considerada um problema. LESTER (1980 apud SILVA, 2013, p. 96)

Ainda sobre a concepção de problema no ensino da matemática, Serrazina (2017) disserta sobre as características de um bom problema a ser aplicado em sala de aula, tanto em Educação Básica quanto no Ensino Superior:

(i) ser desafiante e interessante a partir de uma perspectiva matemática; (ii) ser adequado, permitindo relacionar o conhecimento que os alunos já têm de modo que o novo conhecimento e as capacidades de cada aluno possam ser adaptadas e aplicadas para completar tarefas; (iii) ser problemático, a partir de algo que faz sentido e onde o caminho para a solução não está completamente visível.(SERRAZINA, 2017, p. 60).

Assim, podemos concluir a partir das citações anteriores que além de não possuir algum algoritmo disponível o indivíduo deve possuir interesse de resolver o problema, descobrir o método da resolução e determinar a solução do problema composto.

A partir de 1980 as pesquisas sobre a Resolução de Problemas como metodologia de ensino se desenvolveram de uma maneira considerável e Schoroeder e Lester (1989) discorrem que muito material foi produzido nessa época, para melhor de se compreender que focos e que objetivos foram direcionados as pesquisas sobre RP, os autores distinguiram entre três vertentes: ensinar sobre resolução de problemas, para resolução de problemas e via resolução de problemas.

A primeira dessas vertentes, o “ensinar sobre a resolução de problemas”, é trabalhar com o método proposto por Pólya (1978), onde a resolução de problemas é tratada como uma “arte” da descoberta. O modelo de George Pólya rege um conjunto de quatro fases que compõe o processo de resolução de algum problema matemático: (1) Compreender o problema; (2) planejar uma estratégia de resolução do problema; (3) Executar a estratégia e (4) fazer a recapitulação do problema original. A segunda vertente, denominada “ensinar para resolução de problemas”, interpretava a resolução de problemas como uma capacidade do aluno, capacidade esta que deveria ser desenvolvida ao decorrer do processo educativo, onde o aluno desenvolveria essa faculdade de resolver problemas de ordem cotidiana ou não, mas que envolvessem aplicações dos conceitos matemáticos.

Por conseguinte temos o “ensinar via Resolução de Problemas”, a terceira vertente que versa sobre um ensino além do fato de expor exercícios que serão respondidos de forma mecânica e similar ao modo com o qual o docente expôs em aulas passadas. Esta metodologia se trata de fazer matemática através da resolução de problemas matemáticos, o problema não é mais consequência de definições após definições escritas no quadro anteriormente, o problema passa a ser o passo inicial no processo de ensino-aprendizagem de matemática.

Segue então as metodologias que serão o foco da discussão no trabalho aqui apresentado.

## Metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da Resolução de Problemas

De acordo com Freitas (2019), nas últimas décadas, o trabalhar através da Resolução de Problemas vem se tornando cada vez mais comum nas diversas regiões do Brasil e exterior, e um principais difundidores desse modo de ensinar matemática é o Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (liderado pela Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Lourdes de la Rosa Onuchic). A metodologia apresentada pelo grupo foi denominada de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Segundo Allevato e Onuchic (2014) o ensino a aprendizagem mesmo que não ocorram obrigatoriamente de maneira simultânea ou que um dependa do outro, é necessário que os mesmos ocorram de maneira integrada nas salas de aulas de matemática (independente do nível de ensino) e decorrente a essa ideia que as palavras ensino-aprendizagem.

Em decorrência de pesquisas no que tange a avaliação que percebiam a necessidade de que a mesma seja contínua e formativa, assim, ela começou a ser repensada de uma forma que auxilie o desenvolvimento do processo educativo e menos ao julgamento dos resultados obtidos com esse processo. Partindo por esses pressupostos Allevato e Onuchic (2014) dissertam que os seus trabalhos passaram a empregar a expressão ensino-aprendizagem-avaliação, essa tríade representa uma dinâmica que “integra a avaliação às atividade de sala de aula e que entendemos como uma metodologia, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas” (AVELLATO; ONUCHIC, 2014, p.43). Portanto, os três devem acontecer conjuntamente durante a construção do conhecimento do discente.

Com o intuito de colocar essa metodologia em prática Allevato e Onuchic (2014) indicam um roteiro de dez etapas, sendo elas:

- (1) proposição do problemas, (2) leitura individual, (3) leitura em conjunto, (4) resolução do problema, (5) observar e incentivar, (6) registro das resoluções na lousa, (7) plenária, (8) busca do consenso, (9) formalização do conteúdo, (10) proposição e resolução de novos problemas. (ALLEVATO, ONUCHIC, 2014, p.45)

De acordo com as autoras, o início do trabalho se dá quando o professor irá propor um problema (ou aceitar alguma proposição de um aluno) que através do mesmo irá ser construído um conceito matemática, a esse problema se dá o nome de problema gerador. Recebendo o problema, os alunos irão realizar uma leitura individual, realizando uma reflexão ao se colocar perante o mesmo e desenvolvendo sua própria compreensão. Posteriormente os

alunos reúnem-se em grupos e fazem uma nova leitura nessa etapa, compartilhando suas compreensões com os demais companheiros e recebendo a ajuda do professor no que tange a dúvidas em relação a notação, passagem da língua vernácula para a matemática ou a conceitos relacionados e técnicas operatórias.

Posteriormente inicia-se a resolução do problema gerador, os alunos dispõem de todo o conhecimento que os mesmos possuem até então, sejam linguagem materna, desenhos, gráficos, linguagem algébrica, tabelas, esquemas ou conceitos matemáticos anteriormente já construídos. Enquanto isso o professor observa o encaminhar da situação os incentivando a usar seus conhecimentos prévios e os motivando através de questionamentos que gerem reflexão. Quando cada grupo tiver suas respostas (estejam elas certas ou não) os mesmo são solicitados a escolher um representante que se dispusesse a ir a lousa escrevê-la. Com um esforço conjunto o professor guia a turma a encontrar a resposta correta, em meio a reflexões e questionamentos busca-se um consenso.

Encontrada a solução do problema o professor apresenta então um registro formal do conteúdo, com uma linguagem matemática, organizada e estruturada. Realizando uma reflexão acerca dos conceitos trabalhados e padronizando os mesmos de uma forma que por meio/atraves do que foi construído para achar a solução é construído o novo conceito matemático.

### **A metodologia de ensino-aprendizagem de matemática através da Exploração-Resolução-Proposição de Problemas**

Em sua pesquisa de mestrado Andrade (1998, p.27) ao discorrer sobre a Resolução de Problema na perspectiva da Exploração de problemas destaca que:

[...] há um prazer e uma alegria de ir cada vez mais longe, um ir cada vez mais profundo, um ir cada vez mais curioso, há um ir que chega e nunca chega, um ir que pode sempre ir, um ir que sempre se limita ao contexto do aluno, do professor, da Matemática, da escola [...] e por isso pode ir outra vez e mais outra vez [...].

Assim sendo, a Resolução de Problemas deve entendida nessa perspectiva – embasado em pesquisas na área das quais destacamos Andrade (1998, 2017) - deve ser vista como uma perspectiva metodológica de ensino-exploratório e investigativo, onde a mesma entrelaçando Resolução, Proposição e Exploração da ao aluno e ao docente a oportunidade de explorar, elaborar reformulações (é importante que não sejam poucas, para que ele possa aproveitar ao

máximo o que o problema proporciona) e investigar o problema inicial, desenvolvendo estratégias de resoluções com o intuito de encontrar a tão esperada solução.

Nessa perspectiva, Andrade (1998) destaca que fundamenta seus trabalhos na perspectiva da Educação Crítica de Paulo Freire e da teoria sociocultural/sóciohistórica de Vygotsky, onde os mesmo embora viverem em contextos totalmente distintos, todavia perceberam que nos estudos sobre ensino a palavra história merece um lugar de destaque. E também se fundamenta em uma perspectiva de educação crítica, onde o mesmo admite que a Matemática é um construto social, portanto falível, aquém de um conhecimento absoluto, Andrade (1998, 2017) adota a visão falibilista de Imre Lakatos. Vale ressaltar que Andrade (1998) não usa os teóricos (Paulo Freire, Vygotsky e Lakatos) como uma aplicação direta, entretanto foram usados pensamentos, estudos e reflexões para explicar a dinâmica de um processo de ação-reflexão, uma possível prática de Educação Crítica em Resolução de Problemas em uma junção de teoria e prática, isto é, práxis concreta da sala de aula.

Nessa perspectiva, onde envolve a Resolução, Exploração e a Proposição de Problemas é concebido por um movimento “[...]aberto, não fechado, embora não solto, [...] denominado de Problema-Trabalho-Reflexões e Sínteses-Resultado”(ANDRADE, 2017, p.365). De início, é dado ou proposto um problema que pode ser dado pelo docente ou pelo próprio discente, onde através desse problema os alunos irão desenvolver um trabalho para encontrar a solução, nesse ínterim professor e alunos iram dialogar sobre esse trabalho que se desenvolve num processo de reflexões e síntese.

Partindo desses pressupostos teóricos estabelecidos por Andrade (1998, 2017) os discentes, possivelmente, chegaram à solução do problema, mas não só a isso como também a novos conceitos, novos problemas gerando assim a realização de novos trabalhos, por conseguinte novas reflexões e sínteses. Por isso esse trabalho é tido como inacabado, pois vai além do problema e refere-se a partir do movimento P-T-RS (Problema – Trabalho – Reflexões e Sínteses) que mais tarde foi aderido pelo autor a palavra resultado, tornando a nomenclatura Problema-Trabalho-Reflexões e Síntese-Resultado, chamada, portanto e uma experiência de Resolução de Problemas.

Movimento este, citado anteriormente, que é baseado em um processo de Codificação e Descodificação, “[...] que são ferramentas essenciais no desenvolvimento do processo como um todo.”(ANDRADE, 2017, p.369). Codificar um problema é “[...] representá-lo em uma outra forma, outro código, outra linguagem, numa forma mais curta, mais simplificada e mais conveniente”(ANDRADE, 2017, p.369), onde essa ação se refere a todo trabalho de síntese em torno de um problema. E descodificação é procurar o significado do problema, decifrando

sua mensagem, fazendo uma análise crítica do mesmo, ou da sua resolução ou de cada trabalho que o envolva.

Ainda sobre a codificação e a decodificação vale ressaltar que ambas ocorrem em vários momentos inclusive quase simultaneamente, quando um aluno busca compreender o problema e procura representá-lo em um código possível de operacionalização. E que estas ferramentas não podem ser ensinadas de maneira explícita em sala de aula. De acordo com Andrade (1998, p.26) “elas são adquiridas no trabalho da unidade Problema-Trabalho-Reflexões e Síntese-Resultado e quanto melhor for desenvolvida essa unidade, melhor será o seu trabalho de codificação e decodificação”.

Assim, nesse processo, a “atividade de exploração de problemas é considerada a ferramenta mais importante e mais ampla de todas, ela compreende tanto a resolução como a proposição” (ANDRADE, 2017, p.371). Portanto esta perspectiva de Andrade (1998, 2017) a Experiência de Resolução<sub>exploração</sub>, Exploração, Proposição<sub>exploração</sub> e Codificação – Decodificação de Problemas, que se trata de ferramentas essenciais de trabalho para o ensino-aprendizado de conceitos matemáticos.

### **Por uma Resolução Exploratória de Problemas**

É notório que cada metodologia tem suas peculiaridades, todavia existem conceitos que podem se convergir de uma maneira tal que possa tornar o roteiro apresentado por Allevato e Onuchic (2014) mais rico no que diz respeito ao ensino-aprendizado de matemática. A seguir será apresentado o roteiro com onze etapas – modificado de Allevato e Onuchic (2014) – o qual será denominado por Roteiro de Onuchic-Andrade, onde estão tanto conceitos apresentados por ambas as metodologias onde denominaremos a mesma de metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através de uma Resolução Exploratória de Problemas onde apresentaremos um roteiro – modificado de Allevato e Onuchic (2014) – o qual será denominado por Roteiro de Onuchic-Andrade. Segue o roteiro: (1) Proposição do problema, (2) leitura individual, (3) leitura em conjunto, (4) resolução do problema, (5) observar e incentivar, (6) registro das resoluções na lousa, (7) plenária, (8) busca do consenso, (9) exploração do problema, (10) formalização do conteúdo, (11) proposição e resolução de novos problemas.



## 1. Proposição do problema

Esse problema é denominado como problema gerador, pois ele visa a construção de “um novo conteúdo, conceito, princípio ou procedimento” (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p.45). Este problema pode ser apresentado pelo professor ou mesmo proposto pelo aluno, como disserta Cai et. al.(2015) a proposição de problemas é essencial para um bom desenvolvimento e aprofundamento matemática sendo de grande importância valorizar a proposição de problemas partida pelo discente no início da atividade matemática.

Quando o problema for proposto, é fundamental que o docente tenha consciência da delimitação do problema, e isso deve ser realizado de maneira cautelosa, pois os problemas geradores necessitam permitir que esse processo educativo se inicie a partir do problema e de reflexões ocasionadas pelo mesmo e conduzidas e estimuladas pelo docente ou pelos próprios discentes como Andrade (1998, 2017) discorre.

Nas últimas décadas, vem sendo acrescido o número de trabalhos que versam sobre o propor problemas no ensino de matemática, de acordo com Cai et al.(2015) já há esforços em algumas partes do mundo para vincular a Proposição de Problemas ao currículo de Matemática, devido ao seu alto potencial para auxiliar o processo de ensino-aprendizagem da matemática, pois a mesma é uma atividade intelectual que é fundamental para a atividade científica, mais fundamental a tal ponto que segundo Cai et al (2015) a atividade de propor problemas é mais importante até que resolver problemas, no que tange ao desenvolvimento cognitivo do aluno, propor problemas é uma ferramenta para fixar mais os conceitos, desenvolver a criatividade e também é uma característica fundamental para desenvolver matemática de alta qualidade, em exemplo temos os problemas de David Hilbert (1862 – 1943).

Propor problemas de alta qualidade dentro do mundo dos matemáticos é considerado “[...] uma das formas mais altas de conhecimento matemático e um caminho seguro para ganhar status no mundo da matemática” (CRESPO, 2015, p. 494) mesmo que essa prática venha ser conhecida muitas vezes como um ato criativo ou uma espécie de arte ela é de suma importância para o desenvolvimento da matemática como um campo e do matemático ao se aprofundar em seus estudos. Essas duas ações (propor e resolver) estão intimamente ligadas no mundo da matemática, podemos notar que na história da matemática ao tentar resolver conjecturas foram propostas novas que geraram novos conhecimentos. No entanto no campo da sala de aula o propor problemas e o resolver problemas não estão tão ligados quanto na matemática acadêmica.

Tendo em vista a importância da Proposição de Problemas para a sala de aula de matemática para a construção e fortalecimento de conceitos matemáticos não se pode ignorar sua importância até mesmo para a formação inicial dos professores de matemática, pois os mesmos para Cai et al. (2015) os futuros professores de matemática podem ser treinados para propor problemas, ainda que esteja em processo de descoberta as melhores estratégias para ensinar a propor bons problemas sabemos que uma das formas é praticando.

## 2. Leitura Individual

Serão entregues cópias dos problemas a cada participante, assim cada sujeito deverá representar da forma mais conveniente possível. Recebendo o problema impresso, cada aluno faz a leitura individual do problema, nesse momento o discente “tem possibilidade de refletir, de colocar-se em contato com a linguagem matemática e desenvolver sua própria compreensão do problema proposto” (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p.45).

Vale ressaltar que nesse momento de leitura individual o discente inicia o processo de codificação do problema, como foi redigido anteriormente, está codificação consiste na elaboração, por parte do aluno, de uma representação mais conveniente a ele próprio, de tal forma que o mesmo consiga compreender o problema proposto com mais facilidade. Ou seja, é uma tentativa de reescrever o problema, representá-lo, em outra forma, outro código, outra linguagem que seja mais resumida. “Vale ressaltar que o próprio problema dado já se constitui num código.” (ANDRADE, 2017, p.367).

Um problema que é codificado com sucesso proporciona que o aluno consiga prosseguir no processo de resolução, elaborando insights durante o processo de decodificação do problema. Esse processo permite que o pesquisador valorize a criatividade do discente e demonstra a interpretação que o aluno possui em relação ao problema gerador.

## 3. Leitura em conjunto

Nesse momento é realizada uma nova leitura do problema por pequenos grupos de alunos, e que posteriormente discutiram o problema entre si compartilhando pontos de vistas, ou até suas codificações do problema que já foram antes por eles escritas, na etapa anterior. Caso haja uma dúvida da parte dos alunos a respeito de problemas referentes à notação matemática, à passagem da linguagem vernácula para linguagem matemática e conceitos relacionados, técnicas operatórias ou outro problema do gênero o professor pode sanar essa

dúvida, entretanto a atividade é realizada, em essência, pelos discentes. De acordo com Allevalo e Onuchic (2014, p. 45) “Nesta fase, exercitam a expressão de ideias para o que necessitarão utilizar e aprimorar a linguagem, a fim de expressar-se com clareza e coerência e fazer-se entender”.

#### 4. Resolução do problema

Nesta etapa, dá-se início a resolução do problema propriamente dita. Os discentes tentam resolver o problema gerador em seus respectivos grupos (ou de maneira individual, dependendo da decisão docente, é importante ressaltar que nem sempre é garantido que os alunos consigam resolver o problema, mesmo que o docente não o julgue complexo, todavia é importante ressaltar que o importante é que a tarefa “[...] possa desencadear um trabalho efetivo.” (ANDRADE, 2017 p. 365) e que através desse trabalho processo de reflexão e síntese (que será realizado nas próximas etapas), possa então se chegar à resolução do problema.

Mesmo aparecendo em outras etapas, nesta mais que em outras observamos o processo de Descodificação, onde os discentes uma vez tendo Codificado o problema os mesmos são estimulados a buscarem uma maneira de descodificar o problema com o intuito de alcançarem a solução do mesmo. No que tange a Descodificação de problemas Andrade (2017) disserta que

Descodificar um problema é procurar o seu significado, é procurar entendê-lo, é decifrar a mensagem que ele expressa e, sobretudo, é também fazer uma análise crítica dessa mensagem.[...] A descodificação refere-se, principalmente, a toda análise crítica que se faz sobre um problema, sua resolução ou sobre cada trabalho feito.(ANDRADE, 201, p. 369).

É de fundamental importância que os discentes realizem um trabalho reflexivo sobre o problema fazendo isto, os mesmos analisaram de maneira crítica os invariantes das situações impostas.

#### 5. Observar e incentivar

Nessa etapa, o docente não tem mais o papel de transmissor do conhecimento, mas mediador do mesmo. Todavia os alunos, em grupos, buscam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. Ainda, o professor, como mediador, leva os alunos a refletir, dando-lhes tempo e incentivando a troca

de ideias entre eles. O professor incentiva os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias, já conhecidas, necessárias à resolução do problema proposto e valorizando seus insights.

No que tange ao mediador, é viável que o mesmo atenda os alunos em suas dificuldades, colocando-se como interventor e questionador. Acompanha suas explorações e os ajuda, quando necessário, a resolver problemas secundários que podem surgir no decurso da resolução: notação; passagem da linguagem vernácula para a linguagem matemática; conceitos relacionados e técnicas operatórias; a fim de possibilitar a continuação do trabalho (FERREIRA, 2017, p.80).

## 6. Registro das resoluções na lousa

Representantes dos grupos são eleitos e convidados a registrar, na lousa, suas resoluções. Não importa se as mesmas estão corretas, ou se são constituídas por diferentes processos. As resoluções devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam junto com o professor.

## 7. Plenária

Nesta etapa é convidado todo o corpo discente a discutir as diferentes resoluções registradas na lousa, onde os mesmos defenderão seus pontos de vista e esclarecerão suas dúvidas. Diante desse painel de soluções, o professor não é passivo, todavia se coloca como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos, ele “estimula os alunos a compartilhar e justificar suas ideias, defender pontos de vista, comparar e discutir as diferentes soluções”(ALLEVATO, ONUCHIC, 2014, p.46).

## 8. Busca do consenso

Depois de sanadas as dúvidas e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, “[...] o professor tenta chegar a um consenso sobre o resultado correto”(ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 46). Na etapa anterior é notada a presença da síntese de ideias, todavia é aqui que ela aparece de maneira mais clara, pois nesta etapa, juntamente com os discentes, o docente a partir do trabalho reflexivo discute “[...] o trabalho

feito num processo de Reflexões e Sínteses, chegando, assim, a um determinado resultado ou conclusão”(ANDRADE, 2017, p.375). Conclusão está que será a resolução do problema.

## 9. Exploração do problema

Neste momento o professor vai além da exploração do problema propriamente dita, ele traz mais problematizações baseando-se em perguntas geradoras, feitas pelos alunos ou por ele próprio, nesse processo de explorar que leva o aluno se envolver com novos problemas e, portanto, à realização de novos trabalhos, nesse processo de explorar

[...] há um prazer e uma alegria de ir cada vez mais longe, um ir cada vez mais profundo, um ir cada vez mais curioso há um ir que chega e nunca chega, um ir que pode sempre ir, um ir que sempre se limita ao contexto do aluno, do professor, da Matemática, da escola [...]e por isso pode ir outra vez e mais outra vez[...] (ANDRADE, 1998, p. 59).

É nesta fase, onde o professor ou os próprios alunos podem questionar a alteração de variáveis dos problemas, mudança de dados, generalizarem padrões obtidos através do problema proposto, fazer conversões de registros de representação semiótica, interagir com os alunos com o intuito de conseguir construir o conceito matemático e aprofundá-lo.

Diferente da Resolução de Problemas como vem sendo apresentada em alguns trabalhos depois dos discentes, por intermédio do professor, encontram o problemas logo é dado a formalização do conceito matemática fazendo algumas pontes entre o problemas e o conceito matemática e a partir daí já se coloca matemática perante os discentes propriedades, demonstrações exemplos. Não que aqui digamos que esse procedimento esteja equivocado, todavia por meio da exploração o mesmo pode ser ampliado. É aqui na exploração que há reformulações do problema para uma melhor compreensão.

De acordo com Andrade (1998, 2017), no processo da exploração de problemas se pode concluir que o problema se finda com a sua solução. Pode-se pensar além da questão, surgir novos problemas, em um movimento que se encerra quando se termina a exploração, ou seja, quando o discentes não tiverem mais questionamento sobre o problema, e não descartando o fato de que em outra ocasião, novos olhares poderão surgir na apresentação do mesmo problema.

Ao se tratar da interdisciplinaridade e transdisciplinaridade (conceitos tão presentes nos documentos oficiais) a partir da exploração de problemas, certamente há um espaço para que tanto este quanto aquele sejam trabalhados na sala de aula de matemática, podendo assim

trazer para a sala de aula de Matemática os problemas do cotidiano que o discente, cidadão e a sociedade estejam enfrentando. Na exploração de problemas além de não se limitar a solução também se procura resoluções alternativas, além da tradicional.

Portanto, nesta perspectiva são formados exploradores de problemas e não somente solucionadores de problemas, o aluno é ensinado a analisar o problema sob diferentes aspectos tanto do ponto de vista matemático como fora dele (sempre que isso for possível). Por esta razão é que, os problemas geradores propostos, ora a resolução de problemas encerra o processo de investigação matemática e ora o problema pode ser resolvido por vários caminhos e estratégias diversificadas.

#### 10. Formalização do conteúdo

Nesta etapa, o professor formaliza o conteúdo, registrando na lousa uma apresentação formal, isto é, organizada e estruturada na linguagem matemática, fazendo assim uma padronização dos princípios, dos conceitos e dos procedimentos construídos através da resolução e da exploração do problema, “[...] destacando diferentes técnicas operatórias e construindo demonstrações se for o caso”. (ALLEVATO; ONUCHIC, 2017, p.46). Levando em consideração tudo que foi construído através da resolução do problema e da exploração do mesmo.

#### 11. Proposição e resolução de novos problemas

De acordo com Andrade (2017, p. 365) o processo de exploração de problemas é inacabado, logo o mesmo pode gerar novos problemas e dos mesmos, novas resoluções a partir de observações e questionamentos do professor ou mesmo dos alunos. É fundamental frisar que de acordo com Andrade (1998, 2017) não é apenas um problema gerador que construirá o conceito matemático firmemente na mente do discente, mas um conjunto de problemas. Nesse momento é que a Proposição de Problemas é essencial para fixação do conceito matemático.

Quando se propõe um problema, por experiência própria, é revisado cada detalhe do conceito que será trabalhado, dessa forma é fixado com mais intensidade o conceito matemático. Logo, depois de algumas reflexões resultadas de leituras Cai et.al. (2015) e Crespo (2015), Andrade (1998, 2017), e Allevato e Onuchic (2014), consideramos essa etapa essencial para fixação do conteúdo e consideramos viável que após a resolução e exploração

do problema solicitar que os discentes proponham problemas tendo como base o conceito trabalhado e formalizado, de onde podem surgir novos conceitos matemáticos a serem trabalhados pela turma vinculados ou não ao conteúdo anterior.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Foram analisadas no presente trabalho duas metodologias de ensino-aprendizagem de matemática via Resolução de Problemas, a primeira metodologia, que tem como seu principal expoente de divulgação a Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Lourdes de la Rosa Onuchic, denominada Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas e segunda, criada pelo Prof. Dr. Silvanio de Andrade, denominada Ensino-Aprendizagem de Matemática via Exploração-Resolução-Proposição de Problemas. Dentre os diversos trabalhos publicados, foram analisados os de Andrade (1998, 2017), Allevato e Onuchic (2014) e Onuchic(2014), por se tratarem de publicações mais recentes que tratam as metodologias de maneira mais atual.

Através dessa análise foram percebidos que as mesmas podem se complementar de um modo que torne o ensino-aprendizado de matemática mais eficiente, assim foi proposto um acréscimo de uma etapa e uma reinterpretação de algumas partes do mesmo sob a ótica da exploração de problemas.

Neste novo roteiro que foi denominado de Roteiro de Onuchic-Andrade foi dado ainda mais ênfase a Proposição de Problemas – tanto no início quanto no final - como método de ensino de matemática, haja vista que o propor problema contém um alto potencial para auxiliar o processo de ensino-aprendizagem da matemática, e que no tocante ao desenvolvimento cognitivo do aluno o propor problemas é mais importante até que resolver problemas, além de auxiliar a fixação dos conceitos e desenvolver a criatividade.

No roteiro apresentado as etapas de leitura individual e leitura coletiva além da parte de resolução passam a ser enxergadas sob a ótica da exploração de problemas, mais especificamente da codificação e decodificação apresentada por Andrade (1998, 2017), passando a enxergar esses processos como uma etapa ainda mais crucial para que o docente incentive os alunos a elaborar uma representação mais conveniente a ele próprio, de tal forma que o mesmo consiga compreender o problema proposto com mais facilidade e também procurar o seu significado, decifrar a mensagem que ele expressa e, sobretudo, é também fazer uma análise crítica dessa mensagem.

Além disso, no novo roteiro foi acrescentada a etapa de exploração de problemas, fazendo com que o processo não se limite a encontrar a solução do problema ou encontrar apenas uma solução. Essa etapa proporciona ao processo de ensino-aprendizagem de matemática que haja um trabalho mais intenso sobre o problema proposto (pelo o docente ou pelo discente) onde podem surgir novas reformulações, novas proposições, novos problemas, novas soluções, interdisciplinaridade ou mesmo transdisciplinaridade, generalizações de padrões, além de sempre quando possível, não apenas construir conceitos matemáticos, mas também se faça uma ponte com problemas do cotidiano do alunado passando a considerar questões políticas, econômicas e sociais, formando não apenas conhecedores de conteúdo matemático para resolver questões, mas também cidadão onde os mesmo saberão aplicar tais conhecimentos no seu cotidiano.

A essa nova maneira de olhar a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da Resolução de Problemas sob a ótica da metodologia de ensino-aprendizagem de matemática via Exploração-Resolução-Proposição de Problemas se dá o nome de Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática Através de uma Resolução Exploratória de Problemas e o roteiro denomina-se Roteiro de Onuchic-Andrade.

## REFERÊNCIAS

ANDRADE, S. **Ensino-aprendizagem de Matemática via resolução, exploração, codificação e decodificação de problemas**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1998.

ANDRADE, S. **Um caminhar crítico reflexivo sobre Resolução, Exploração e Proposição de Problemas Matemáticos no Cotidiano da Sala de Aula**. In: Perspectivas para resolução de problemas / Lourdes de la Rosa Onuchic, Luiz Carlos Leal Junior, Marcio Pironel, (organizadores). – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017, p. 355-396.

CAI, J.; HWANG, S.; JIANG, C.; SILBER, S. **Problem-Posing Research in Mathematics Education: Some Answered and Unanswered Questions**. In: SINGER, F. M.; ELLERTON, N.; CAI, J. (Orgs). *Mathematical Problem Posing: From Research to Effective Practice*. New York: Springer Science + Business Media New York, 2015, p. 03-32.

CRESPO, S. **A collection of problem-posing experiences for prospective mathematics teachers that make a difference**. In: SINGER, F. M.; ELLERTON, N.; CAI, J. (Orgs). *Mathematical Problem Posing: From Research to Effective Practice*. New York: Springer Science + Business Media New York, 2015, p. 493- 511.

FREITAS, T. S. **Um olhar para a resolução de problemas nos encontros nacionais de educação matemática (ENEMs): Delineamento de uma tendência**. 2019. 183 f. Tese



(Doutorado em Ciência, Tecnologia e Educação) Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, Rio de Janeiro, 2019.

ONUCHIC, L. R. **Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas.** In: BICUDO, M. A. V. (Org.) Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999, p.199-218.

ONUCHIC, L. R.; NOGUTI, F. C. H. **A Pesquisa Científica e a Pesquisa Pedagógica.** In.: ONUCHIC, L. R. et al. (Orgs.) Resolução de Problemas: teoria e prática. São Paulo: Paco, 2014, p. 53-68.

POLYA, G. A arte de resolver problemas. Um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência, 1985, 196p.

SERRAZINA, L. **Resolução de Problemas e Formação de Professores: um Olhar sobre a situação em Portugal.** In: Perspectivas para resolução de problemas / Lourdes de la Rosa Onuchic, Luiz Carlos Leal Junior, Marcio Pironel, (organizadores). – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017, p. 55-84.

SHROEDER, T. L.; LESTER JR., F. K. **Developing understanding in mathematics via problem solving.** In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Ed.). New directions for elementary school mathematics. Reston: NCTM, 1989, p. 31-32.

SILVA, L. **Compreensão de ideias essenciais ao ensino-aprendizagem de funções via resolução, proposição e exploração de problemas.** 307f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, PB, 2013.