

O ESTUDO DO MÉTODO DE REDUÇÃO AO MESMO COEFICIENTE NA RESOLUÇÃO DE SISTEMAS DE EQUAÇÃO DO PRIMEIRO GRAU NO TRATADO DE ÁLGEBRA ELEMENTAR DE JOSÉ ADELINO SERRASQUEIRO

Enoque da Silva Reis

Universidade Federal de Rondônia, enoque.reis@unir.br

RESUMO: O objetivo desse artigo é divulgar um recorte de uma pesquisa de Mestrado, cuja finalidade foi o estudo de sistemas de equações do primeiro grau em livros didáticos utilizados em escolas brasileiras. As fontes utilizadas foram, contudo, um livro didático adotado no Colégio Pedro II e um livro contemporâneo, assim como, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), as resenhas do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD - 2008) e programas de estudos do Colégio Pedro II. Para estudar esse objeto, a Teoria Antropológica do Didático, proposta por Yves Chevallard foi adotada como referencial teórico, e utilizamos uma abordagem metodológica baseada na Análise de Conteúdo de Laurence Bardin. Além desses referenciais, utilizamos experiências absorvidas a partir de leituras e análises de pesquisas que de alguma forma caminham paralelamente ao o nosso objeto de estudo. Como se constitui como um recorte, este artigo, trata exclusivamente de como é realizada a abordagem da resolução de sistemas de equações pelo método de Redução ao mesmo coeficiente no Tratado de Álgebra Elementar de José Adelino Serrasqueiro, livro adotado no colégio Dom Pedro II. Como resultado, observamos que o autor utiliza com excelência a língua materna em suas explicações, e se caracteriza principalmente por uma abordagem tecnicista.

Palavras Chave: Praxeologia, Livros Didáticos, Sistemas de Equações do Primeiro Grau.

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O trabalho no qual está inserido esse recorte, tem como objeto de pesquisa: O estudo de sistemas de equações do primeiro grau em livros didáticos utilizados em escolas brasileiras. Diante desse objeto de estudo, traçamos um objetivo principal que expressamos da seguinte forma: Analisar como era proposto o ensino de sistemas de (1890-1930), e como é proposto hoje nos livros didáticos destinados aos anos finais do ensino fundamental.

Na necessidade de traçar um caminho a ser percorrido para alcançarmos o objetivo principal descrito anteriormente, delineamos os seguintes objetivos específicos; 1) conhecer o estatuto atribuído ao estudo de sistemas de equações nas leis e programas do período (1890 – 1930); 2) analisar nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática e no Guia do Livro Didático elementos referentes a sistemas de equações; 3) Investigar as estratégias de ensino de sistemas de equações em livros didáticos de matemática utilizados no ensino secundário brasileiro no período de 1890 – 1930 e 4) Caracterizar aspectos matemáticos e didáticos propostos para o ensino de sistemas de equações em livros didáticos contemporâneos. Como pode ser observado, esse artigo trata-se exclusivamente do objetivo específico número 3.

REFERENCIAL TEÓRICO

Entendemos que de acordo com Chevallard (1999) toda prática institucional pode ser analisado num sistema de tarefas que se constituem dentro de uma determinada Praxeologia que permitem modelar o conhecimento. Temos assim, um esquema da seguinte forma $[T_1, \tau_1, \theta, \Theta]$, na qual T_1 é o tipo de tarefa, τ_1 é a técnica aplicada para solucionar este tipo de tarefa, θ é a tecnologia que justifica a técnica aplica e por último temos Θ que é a teoria na qual se baseia a tecnologia. Portanto este esquema fornece instrumentos para analisar o saber/fazer do professor utilizando paralelamente a noção de momentos de estudo ou momentos didáticos, que em determinados tipos de situações estão presentes, mesmo que ocorram de uma maneira variada na intenção de determinar certa organização matemática na sala de aula. No entanto temos seis momentos distintos no qual são propostos de forma arbitrária, pois, estão ligados a realidade formal e não a cronológica. Entendemos que a análise dos itens acima proporciona a caracterização da praxeologia de uma determinada instituição. Em nosso caso, estamos falando da instituição “Livro Didático”, e dessa forma utilizamos a quádrupla e os momentos de estudos para analisar a praxeologia do autor do livro referente a proposta de ensino dos sistemas de equações, e em particular nesse artigo, referente a parte de resolução de sistemas de equações do primeiro grau pelo método da redução ao mesmo coeficiente.

MÉTODO E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

Conforme nosso entendimento acerca de reflexões realizadas por meio de leitura dos escritos de Laurence Bardin, a análise de conteúdo é a reunião de técnicas de análise das formas comunicacionais, e conseqüentemente tem como objeto de estudo a linguagem. Seu objetivo é obter a partir de um conjunto de elementos (técnicas) a descrição do conteúdo de uma determinada mensagem e assim, permitindo a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção dessas mensagens.

ANÁLISE DE CONTEÚDO

Conforme Laurence Bardin, a organização da análise é realizada por meio de três fases cronológicas as quais passaremos a descrever.

A primeira fase é a da pré-análise, é considerada como o momento na qual o autor organiza as ideias de sua pesquisa, realiza a escolha das comunicações que serão analisadas, é também nesse

momento que se formula a hipótese e os objetivos, assim como se elaboram os indicadores que fundamentam as interpretações posteriores.

De acordo com Bardin, acerca da exploração do material é indagado: “Esta fase, longa e fastidiosa, consiste essencialmente de operações de codificação, desconto ou enumeração em função de regras previamente reformuladas” (BARDIN, 2006 p.95).

Por fim, o tratamento dos resultados obtidos e interpretação, já que sabemos que os dados em bruto não tem significado nenhum, cabe assim ao pesquisador tratá-los de maneira a serem significativos ou válidos. Em outras palavras, cabe utilizar uma metodologia acoplada a uma teoria para levantar pontos significativos nos materiais analisados.

PROCEDIMENTOS DE NOSSA PESQUISA

Em seguida passamos a descrever o caminho percorrido para a realização dessa pesquisa, ressaltamos que nosso objeto está em torno do estudo de sistemas de equações do primeiro grau em livros didáticos utilizados no ensino brasileiro. A partir de agora, descrevemos os procedimentos da pesquisa nessas fontes de influência de ensino de sistemas de equações.

A PESQUISA NOS LIVROS DIDÁTICOS

Para que o leitor possa ter a dimensão da pesquisa em geral, descrevo essa etapa com os elementos pertencentes a pesquisa como um todo, no entanto, esclareço de início que por se tratar de um recorte, este artigo traz em seu escopo apenas a pesquisa no Tratado de Álgebra Elementar de José Adelino Serrasqueiro.

Para o estudo de sistemas de equações do primeiro grau em livros didáticos, inicialmente delimitamos como fonte da pesquisa dois livros, um adotado no colégio Pedro II no período da primeira república e um contemporâneo. Nosso foco com a escolha dessas fontes é de fazer um estudo dos sistemas de equações.

Para escolher estes livros, em primeiro lugar o livro contemporâneo, o passo inicial foi fazer uma leitura flutuante das resenhas do Guia do PNLD. Em seguida, a escolha permeou os elogios acerca do ensino de álgebra, equações e sistemas de equações. Nossa estrutura de análise, inicialmente adotou alguns dos critérios estabelecidos no próprio Guia de Livros Didáticos – 2008. Esses critérios dizem respeito, principalmente à metodologia e ao conteúdo. Assim, optamos pelos livros considerados como “bem avaliados” nas resenhas, nos seguintes critérios: 1) seleção e

distribuição de conteúdos; 2) abordagem dos conteúdos dos cinco blocos: números e operações; álgebra; geometria; grandezas e medidas; e tratamento da informação; 3) Metodologia de ensino-aprendizagem; 4) Contextualização; 5) Formação da cidadania; 6) Linguagem.

No que tange a escolha do livro antigo, tomamos como fonte a importância e a credibilidade conquistada pelo colégio Pedro II, assim, escolhemos o exemplar adotado que ficou por mais tempo adotado nessa instituição no período da primeira república.

ELEMENTOS DE ANÁLISE

A análise das técnicas usadas para resolver os sistemas de equações foi conduzida por nós, com a intenção de sempre procurar compreender as diferentes maneiras de realizar o estudo dessa parte da álgebra escolar. Nesse sentido, vamos procurar apresentar a técnica de uma forma bem detalhada.

Tipo de tarefa T_1 - Resolver Sistemas de Equações do Primeiro Grau que contenha o número de equações igual ao número de incógnitas.

Nesse tipo de tarefa, foram reunidas as tarefas cujos enunciados levam o estudante a encontrar a solução de um sistema de equações algébricas lineares do primeiro grau que contenha duas ou três equações e conseqüentemente duas ou três incógnitas.

ORGANIZAÇÃO MATEMÁTICA

Para propor o ensino da resolução desse tipo de tarefa T_1 o autor organiza de forma sequencial seis tarefas desse mesmo tipo. O próprio autor, logo após enunciar cada uma delas explicita a sua resolução. Em seguida define soluções positivas da seguinte forma:

As soluções positivas satisfazem sempre às equações, mas nem sempre satisfazem ao problema, em virtude de certas condições que não se podem exprimir por meio de equações. Assim, as soluções positivas não satisfazem ao problema, quando, admitindo esta, somente soluções inteiras, as equações dão para as incógnitas valores fracionários; ou então, quando a natureza do problema marca certos limites para o valor das incógnitas, e os valores obtidos excedam esses limites. (SERRASQUEIRO, 1929, p. 163)

Segue então dois exemplos de soluções positivas, em seguida define as soluções negativas e conclui-se o seguinte:

Uma solução negativa denota que a grandeza, representada pela incógnita, se deve tomar em sentido contrário d'aquela em que se tomou; porém se essa grandeza não for susceptível de se tomar em dois sentidos opostos, a solução negativa denota que o problema é impossível. N'esse caso, se quisermos verificar o enunciado do problema, devemos mudar x em $-x$ na equação; e depois devemos transformar o enunciado do problema de modo que corresponda a nova equação. (SERRASQUEIRO, 1929, p. 167)

Para finalizar sua organização matemática, ele faz menção a respeito da solução infinita que é considerada pelo autor como a indicação em geral da impossibilidade das equações e dos problemas que lhe deram origem.

Agora, passamos a descrever os passos da técnica proposta pelo autor, assim como seus elementos tecnológicos.

ORGANIZAÇÃO MATEMÁTICA

Ao realizarmos a análise referente a essa praxeologia, novamente nos deparamos com uma organização matemática muito semelhante as outras praxeologias, já descritas em τ_1 e τ_2 , o que nos leva a crer que o autor desse livro didático segue um determinado padrão ao propor o ensino desse conteúdo, no entanto, destacamos a seguir os passos da técnica τ_3 , juntamente com seus elementos tecnológicos. (Como este artigo trata de um recorte de uma dissertação, tais técnicas τ_1 e τ_2 podem ser exploradas na obra O estudo de sistemas de equações do primeiro grau em livros didáticos utilizados em escolas brasileiras.)

TÉCNICA τ_3 – REDUÇÃO AO MESMO COEFICIENTE

A técnica que passaremos a descrever é composta de cinco passos. O primeiro passo consiste em multiplicar a primeira e/ou a segunda equação (ões) por um determinado número, de forma a tornar iguais os coeficientes da incógnita que se quer eliminar. O segundo passo é subtrair ou somar a primeira com a segunda equação, de tal maneira a eliminar uma das incógnitas. Segue-se então, para o terceiro passo, que consiste em repetir os passos um e dois com a primeira e a terceira equação. O quarto passo, repetir novamente os passos um e dois com a segunda e terceira equação. E por fim, o quinto passo consiste em que, de posse do valor numérico da variável, ir à equação obtida do passo três e substituir para encontrar o valor da segunda incógnita em seguida substituir na primeira equação os valores das incógnitas encontradas a fim de descobrir o último valor.

Associado a essa técnica, identificamos nesse mesmo livro os seguintes elementos tecnológicos: Equações do primeiro grau, princípio de equivalência de equações (aditivo e multiplicativo), sistemas equivalentes e primeira propriedade das raízes de um sistema de equações.

A técnica explicitada acima, se refere a um sistema de equações algébricas lineares que contenha três equações e três incógnitas. No caso de se ter somente duas equações e duas incógnitas, essa mesma técnica é válida, basta apenas suprimir os passos três e quatro. Ressaltamos que ao colocarmos a técnica τ_3 de forma explícita para sistemas de três equações, estamos mostrando como ela é proposta pelo autor do livro didático analisado, essa observação quanto a sistemas com duas equações é oriunda de conclusões nossas em aplicar essa mesma técnica nos casos de sistemas com duas equações, essa aplicação ocorreu oriunda de diversas tentativas de resolução de sistemas propostos pelo próprio autor do livro no tópico intitulado por ele como

Exercícios. Ali, observamos sistemas com duas equações e duas incógnitas, assim como três equações e três incógnitas e apenas em alguns casos de quatro equações e quatro incógnitas.

Segue um exercício resolvido pelo autor Serrasqueiro que pode ser encontrado na p.129 de seu livro, tal registro mostra passo a passo a técnica τ_3 aplicada a uma tarefa desse tipo.

$$\begin{cases} 6x - 3y + 4z = 12 & (I) \\ 5x + 5y - 2z = 9 & (II) \\ -8x + 8y - 3z = -1 & (III) \end{cases}$$

Primeiro passo: Multiplicar a 1ª e/ou 2ª equação (ões) por um determinado número, de forma a tornar iguais os coeficientes da incógnita que se quer eliminar.

Nesse caso multiplicamos a (I) por 5 e a (II) por 6, assim temos;

$$\begin{cases} 6x - 3y + 4z = 12 & \otimes 5 & (I) \\ 5x + 5y - 2z = 9 & \otimes 6 & (II) \\ -8x + 8y - 3z = -1 & & (III) \end{cases} \quad \begin{cases} 30x - 15y + 20z = 60 & (I) \\ 30x + 30y - 12z = 54 & (II) \\ -8x + 8y - 3z = -1 & (III) \end{cases}$$

Segundo passo: Subtrair ou somar a 1ª da 2ª equação.

$$\begin{cases} 30x - 15y + 20z = 60 & (I) \\ 30x + 30y - 12z = 54 & (II) \\ -8x + 8y - 3z = -1 & (III) \end{cases} \quad (I) - (II) \quad \begin{cases} 30x - 15y + 20z = 60 & (I) \\ -45y + 32z = 6 & (II) \\ -8x + 8y - 3z = -1 & (III) \end{cases}$$

Terceiro passo: Repetir o processo 1 e 2 com a 1ª e 3ª equações.

$$\begin{cases} 6x - 3y + 4z = 12 & (I) \\ -45y + 32z = 6 & \otimes 7 & (II) \\ 12y + 7z = 45 & \otimes 32 & (III) \end{cases} \quad \begin{cases} 24x - 12y + 16z = 48 & (I) \\ -45y + 32z = 6 & (II) \\ -24x + 24y - 9z = -3 & (III) \end{cases}$$

$$(I) + (III) \quad \begin{cases} 6x - 3y + 4z = 12 & (I) \\ -45y + 32z = 6 & (II) \\ 12y + 7z = 45 & (III) \end{cases}$$

Quarto passo: Repetir o processo 1 e 2 com a 2ª e 3ª equações. (Lembrando que no processo dois considera a 2ª e 3ª).

$$\begin{cases} 6x - 3y + 4z = 12 & (I) \\ -45y + 32z = 6 & \otimes 7 & (II) \\ 12y + 7z = 45 & \otimes 32 & (III) \end{cases} \quad \begin{cases} 24x - 18y + 16z = 48 & (I) \\ -315y + 224z = 42 & (II) \\ 384y + 224z = -1440 & (III) \end{cases}$$

$$(II) + (III) \quad \begin{cases} 6x - 3y + 4z = 12 & (I) \\ -45y + 32z = 6 & (II) \\ 699y = 1398 & (III) \end{cases} \quad \text{daí temos que } y = \frac{1398}{699} = 2$$

Quinto passo: De posse do valor numérico da variável ir à equação obtida do passo 3 e substituir para encontrar o valor da segunda incógnita, em seguida substituir na 1ª equação os valores da incógnitas encontradas, afim de descobrir o último valor.

A equação obtida no passo três é $-45y+32z = 6$ substituindo y e temos que $z = 3$

A primeira equação é $6x - 3y + 4z = 12$, substituindo y e z temos que $x = 1$. Assim obtemos a solução desta tarefa.

ASPECTOS TEÓRICOS E TECNOLÓGICOS DA ORGANIZAÇÃO MATEMÁTICA DE (τ_3)

Enfatizamos nesse presente momento que as três técnicas de resolução de sistemas de equações, analisadas por nós se assemelham. Consequentemente concluímos que os elementos teóricos e tecnológicos dessa organização também são semelhantes. No entanto, ao nos referirmos a técnica τ_3 , mais precisamente aos elementos tecnológicos dessa técnica, observamos explicitamente o aparecimento de uma nova tecnologia que não aparece nos elementos tecnológicos de τ_1 e τ_2 , estamos falando da segunda propriedade das raízes de um sistema, que justifica a ação de somarmos ou subtrairmos duas equações de um sistema e que essa operação de forma alguma venha mudar a solução do sistema proposto. Nas palavras do autor Serrasqueiro essa propriedade é apresentada da seguinte forma:

As raízes de um sistema de equações não se alteram quando se substitui uma d'elas pela equação que se obtém, combinando-a por meio da soma ou da subtração com uma ou mais equações do mesmo sistema. (SERRASQUEIRO, 1929, p. 120 e 121)

ORGANIZAÇÃO DIDÁTICA

Diante do desafio de analisar a organização didática referente a essa técnica, nos deparamos novamente com uma proposta muito parecida à que encontramos nas técnicas descritas anteriormente. No entanto, um ponto que nos chamou bastante a atenção, no que diz respeito à organização didática proposta pelo autor para a técnica τ_3 , é que, ao finalizar os passos realizados nessa técnica, explicita a ideia de que o Método de eliminação por redução ao mesmo coeficiente, dentre os três métodos já citados, é o mais simples e ainda expõe a ideia de que só diante da tarefa proposta é que podemos decidir qual técnica utilizar. Esse comentário didático, em nosso entendimento, se justifica pelo fato de expor para o aluno como deve ser escolhido o método de resolução. Em outras palavras, de preferência deve-se escolher a que torne mais fácil a obtenção dos

resultados, visto que, segundo os elementos tecnológicos, qualquer que seja a técnica escolhida se chegará aos resultados pretendidos.

Um ponto nessa organização didática que nos deixou bastante angustiados, foi o fato dele levantar essa ideia de ser a técnica τ_3 a mais simples das três, pois se observa ainda, a presença de mais duas técnicas de resolução para esse mesmo tipo de tarefa. Em nosso entendimento, seria mais oportuno finalizar com essa ideia de qual das cinco técnicas ao invés das três é a mais simples para se resolver esse tipo de tarefa. Podemos justificar parcialmente essa ideia pelo fato de serem colocadas as outras duas técnicas somente após esse comentário, mesmo assim, continuamos acreditando que seria mais oportuno fazer esse comentário ao final das cinco, pois, certamente poderia haver o questionamento sobre qual das cinco técnicas se utilizaria para resolver um determinado sistema.

ASPECTOS DE LINGUAGEM E MOMENTOS DE ESTUDO

Diante de nossa análise quanto aos aspectos de linguagem utilizada para o ensino dessa técnica, observamos que nenhum ostensivo novo aparece em relação as técnicas analisadas anteriormente. Isso deixa claro, em nosso entendimento, uma resistência pelo autor em utilizar diferentes ostensivos, uma vez que, observamos repetidamente apenas dois registros (registro na língua materna e registro algébrico) para o ensino dessas três técnicas, é claro mesmo utilizando somente esses dois registros. Em nosso entendimento, está muito bem organizado e claro as explicações do autor quanto às técnicas de resolução.

REFERENCIAL BIBLIOGRÁFICO

ARICLÊ, Vechia; KARL, M. Lourenz. *Programa de Ensino da Escola Secundária Brasileira: 1850 – 1951*. Curitiba: Ed. do Autor, 1998.

BARDIN, Laurence. *Análise de Conteúdo*. 3. ed. Lisboa: Edições 70, 2004.

BRASIL. Ministério da Educação / Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática- 1º e 2º ciclos*. Brasília: MEC/SEF, 1998.

_____. Ministério da Educação. *Programa Nacional do Livro Didático*, 2007. Disponível em: <<http://www.fnnde.gov.br/download/pnld/editalpnld2007.pdf>. >. Acesso em: 08.05.2008.

CHEVALLARD, Y. *El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didático. Recherches en Didactique des Mathématiques*. v.19, no 2, pp.221-266, 1999.

CHEVALLARD, Y; BOSCH, M; GASCÓN, J. *Estudar Matemáticas: O elo perdido entre o ensino e a aprendizagem*. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

_____. (1999) *L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 19, n. 2, p. 221-266. Tradução em espanhol de Ricardo Barroso Campos. Disponível em: <<http://www.uaq.mx/matematicas/redm/art/a1005.pdf>>. Acesso em 15/06/ 2008.

_____. *La transposición didáctica del saber sábio al saber enseñado*. Tradução de Claudia Gilman. 3.ed. Buenos Aires: Aique 1998.

_____. *Concepts fondamentaux de la Didactique: perspectives apportées par un approche anthropologique*. In: *Recherches en Didactique des Mathématiques*. V. 12, nº 1, p. 73-112, 1992.

CHERVEL, A. *História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa*. Porto Alegre: Teoria e Educação, n. 2, p. 177-229, 1990.

GASCÓN, J. *La necesidad de utilizar modelos em didáctica de las matemáticas*. Educ. Mat. Pesqui: São Paulo, v.5, n.2, pp.11-37, 2003.

MIORIM, M. A. *Introdução à História da Educação Matemática*. São Paulo: Atual, 1998.

OLIVEIRA, Eliane de; ENS, Romilda T.; ANDRADE, Daniela B. S. F. ; MUSSIS, Carlo R. de. *Análise de conteúdo e pesquisa na área da educação*. *Revista Diálogo Educacional*, Curitiba, V.4, n.9, p.11-27, maio/agosto.2003.

VALENTE, W.R. *Uma história da Matemática Escolar no Brasil*. São Paulo: Annablume, 1999.

VECHIA, Ariclê; LORENZ, Karl Michael. *Programa de ensino da escola secundária brasileira: 1850-1951*. Curitiba: Ed. do Autor, 1998.

DESCRIÇÃO DAS FONTES PRIMÁRIAS

SERRASQUEIRO, José Adelino. *Tratado de Álgebra Elementar*. 16ª edição, 1929.

IMENES, Luiz M; LELLIS, Marcelo C. *Matemática Paratodos: 7ª série*. São Paulo: Scipione, 2006.

Decreto n.º 1075 de 22 de novembro de 1890.¹

Decreto n.º 3914 de 26 de janeiro de 1901.

Decreto n.º 8660 de 05 de abril de 1911.

Decreto n.º 11530 de 18 de março de 1915.

Decreto n.º 16782-A de 13 de janeiro de 1925.

¹ Decretos encontradas no site <http://www2.camara.gov.br/legislacao/publicacoes/republica>, acesso realizado em 13 de março de 2009.