

Estudo de métodos matemáticos e estatísticos para resolver alguns problemas da ciência biológica

EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ELEMENTARES E PROBLEMAS DE VALORES DE CONTORNO

Autor: (Italo Pereira da Silva Medeiros), Orientador: (Elias Dias Coelho Neto).

Universidade Estadual da Paraíba, italopsm2014@gmail.com

RESUMO: As equações diferenciais podem facilitar o processo quando a criação de um modelo matemático depende de uma série de fatores, inclusive da variação da amostra que poderá requerer cálculos mais complexos. São usadas para calcular na ciência biológica a evolução de sistemas e podem ser aplicadas, por exemplo, nas ciências naturais, problema da dinâmica de populações, propagação de epidemias, competição de espécies, entre outros. O meio ambiente apresenta relações de variações que podem ser traduzidas por equações matemáticas, essas equações são modeladas, passando por vários processos antes de uma aplicação (abstrai, experimenta, obtém dados e valida) até uma aplicação. A construção de um bom modelo matemático requer atenção principalmente quanto às limitações, é preciso analisar o modelo (ter certeza que ele reflete as características do processo investigado) e comparar com experimentos (interpretar, a informação obtida, no contexto do problema). Se as diferenças entre observações realizadas e as previsões de um modelo matemático forem muito grandes, então é preciso refinar o modelo. Foram descobertos varias aplicações das equações diferenciais em diferentes áreas do conhecimento, embora esse seja um assunto antigo sobre o qual muito se sabe, as equações diferenciais no século XXI permanecem sendo uma fonte fértil de problemas fascinantes e importantes ainda não resolvidos.

Palavras Chave: Modelo matemático, Biomatemática, Aplicação.

INTRODUÇÃO

o uso das equações diferenciais nas descobertas e, em alguns casos no controle, da chamada dinâmica de populações vem fascinando pesquisadores ao longo dos anos. Nas ciências naturais e propagação de epidemias. As equações também tem um papel importante em novas descobertas e controles, como por exemplo, a ausência de epidemias de malária em regiões da mata atlântica que foi descoberto por pesquisadores da universidade estadual paulista. Outro ponto importante que deve ser considerado antes de qualquer coisa é a construção do modelo a ser utilizada no contexto do problema, uma boa equação requer: uma identificação de variáveis, escolha de unidades de medida, certificação de igualdade entre as parcelas, etc. o modelo matemático exige também uma boa análise e comparações com experimentos ou observações. As equações diferenciais necessitam muitas vezes de algumas ferramentas mais elaboradas da matemática para serem solucionadas, assim entra a questão da biomatemática, que nesse caso seria uma evolução da biologia e ciências naturais com necessidade de alto conhecimento matemático. Tem que se ter em mente que alguns

fatores inesperados podem alterar resultados, no crescimento populacional temos fatores bióticos tais como competição e doenças que tem um efeito maior em populações mais densas e fatores abióticos como as alterações climáticas, que afetam tanto populações de alta quanto de baixa densidade. Grandes pesquisadores aprofundaram trabalhos nessas áreas, alguns com ótimos resultados outros nem tanto, como por exemplo, G. F. Gause, Raymond Pearl, Verhulst, Thomas Malthus, Leibniz, Newton, entre outros.

METODOLOGIA

A pesquisa está sendo realizada apenas com estudos teóricos no momento, aprofundando o conhecimento sobre alguns fatos importantes. Analisando aplicações das equações diferenciais realizadas a alguns séculos. Conhecendo mais a fundo quais ferramentas matemáticas são adequadas a cada caso e como utiliza-las de forma correta. Destacando alguns pesquisadores que voltaram pelo menos um pouco de suas pesquisas pra evolução dos sistemas biológicos, G. F. Gause, R. Pearl, Verhulst, Thomas Malthus, Leibniz, Newton. Leva-se em conta que a dedução de um modelo matemático pode ser plausível ou até convincente, mas deve-se sempre lembrar que o teste decisivo de qualquer modelo matemático é se suas previsões coincidem com observações ou resultados experimentais. Nessa pesquisa não temos nenhum caso de observação da realidade nem resultados experimentais para comparação, mas existem diversas fontes de discrepâncias possíveis. Quase sempre existe uma troca entre precisão e simplicidade em alguns modelos matemáticos. No entanto, mesmo se o modelo for incompleto ou não muito preciso ele ainda pode ser útil para explicar características qualitativas do problema sob investigação. Pode também dar resultados satisfatórios em algumas circunstâncias e não em outras.

A relação existente entre pesquisas acontecidas, modelos utilizados em cada caso, aplicações das equações em áreas consideradas externas da matemática, estudos de alguns modelos que não foram comprovados cientificamente em suas épocas, mas que foram usados e aprimorados ao longo dos anos. São focos principais da pesquisa. O trabalho está sendo realizado com base no livro “Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno” dos autores Willian E. Boyce e Richard C. DiPrima

RESULTADOS E DISCURSÃO

Durante o estudo realizado até o momento, pode-se compreender a eficácia das equações diferenciais em áreas das ciências biológicas, mas também foram observadas que quase sempre não ocorre a chamada solução de equilíbrio, que seria onde tudo descrito pelo modelo matemático estaria em harmonia com o meio. Com o auxílio de ferramentas matemáticas unidas às equações diferenciais podemos, durante esse processo de estudo do tema ter uma melhor visualização do problema. Podemos ver durante esse estudo a relação entre pesquisadores, algumas vezes o que um pesquisador não conseguia provar, outro alguns anos depois conseguiria demonstrar mesmo que fosse em espécies diferentes. Alguns matemáticos voltaram parte de seus estudos para aplicação e melhoramento das ciências biológicas, por exemplo, Euler e Leibniz muito conhecido no calculo e em áreas puras da matemática. Com esses estudos, pesquisadores da biologia podem adiantar suas pesquisas e terem muitas vezes melhores resultados do que teriam sem o auxílio das equações diferenciais. O estudo das equações nas ciências da natureza está em crescimento gradativo e fértil e como é um caminho em aberto podem surgir novas teorias pra acrescentarem ainda mais. Existem algumas equações importantes já aplicadas, como por exemplo, $dy/dt = (r - ay)y$ (equação de

Verhulst, foi utilizada em besouro castanho e mosca da fruta), $dy/dt = r(1 - y/k)y - Ey$ (Modelo de Schaefer, aplicou a população de peixes), entre outras. Como citado antes, algumas ferramentas matemáticas foram surgindo ao longo dos anos para facilitar cálculos e tentar solucionar alguns problemas que aparentemente não teria solução ou que seriam praticamente impossíveis de se resolver, essas ferramentas surgem após um problema visto por um matemático como difícil ou impossível como meio de facilitação de processo.

O economista inglês Thomas Malthus Foi quem primeiro observou que muitas populações biológicas aumentam a uma taxa proporcional a população atual. Um matemático Belga (Chamado **Verhulst**) introduziu uma equação para crescimento populacional, Ele não foi capaz de testar a precisão de seu modelo devido a dados inadequados de censo e não recebeu muita atenção. Até que anos depois Raymond Pearl demonstrou com dados experimentais o crescimento da população de mosca da fruta e G. F. Gause fez o mesmo para população de besouro castanho, tornando assim a equação de Verhulst uma lei da natureza, a equação ficou famosa e serviu para corrigir uma das limitações do modelo exponencial que apresentava taxas de crescimento e mortalidades constantes, o que gera crescimento ilimitado da população. Outra importante aplicação das equações diferenciais foi o estudo do crescimento de tumores realizado por Luz e Corrêa, de acordo com o modelo utilizado por eles o volume das células cresce exponencialmente com o tempo. Para auxiliar a solução de algumas equações diferenciais surgiram dois novos métodos, o primeiro criado por Leibniz, que é o método de fator integrante que envolve a multiplicação de uma equação diferencial por uma determinada função. . Embora o princípio do método de fatores integrantes seja uma ferramenta poderosa para resolver equações diferenciais, na pratica só pode ser usado em casos especiais, porque a equação que determina o fator integrante é, em muitos casos tão difícil de resolver quanto a equação original. O segundo é o método criado por Euler em 1768, e é conhecido como método da reta tangente ou método de Euler. Ao usar um procedimento numérico como o método de Euler, tem que se ter em mente o problema da precisão de aproximação, se ela suficientemente boa pra ser util. A reta tangente é uma boa aproximação da curva-solução em um intervalo suficientemente pequeno, de modo que a inclinação da solução não varie apreciavelmente de seu valor no ponto inicial. Em uma situação de relação predador versus presa, pode ocorrer que uma ou talvez as duas espécies sejam fontes valiosas de comida(por exemplo). Ou a presa pode ser considerada uma peste, levando a esforços para que seu número seja reduzido. Então o modelo ao qual trata desse problema será alterado com novos termos. Ao construir a interação de duas espécies, fazemos as seguintes hipóteses: na ausência de predadores, a população de presas aumenta a uma taxa proporcional á população atual e na ausência de presas, o predador é extinto.

Alguns Resultados base da pesquisa:

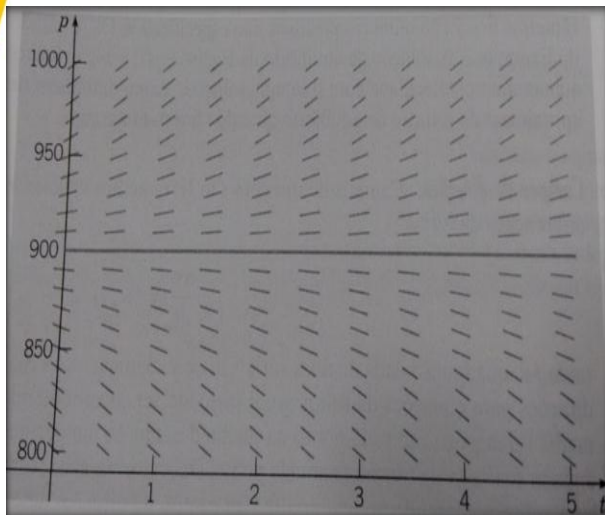
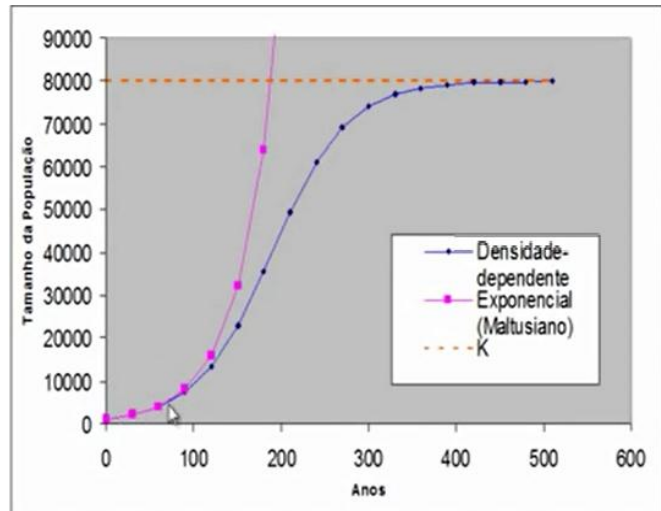


Gráfico de uma solução de equilíbrio para predador x presa. (Boyce e DiPrima)



o grafico mostra a diferença entre crescimento exponencial e crescimento lógico entre populações.

CONCLUSÃO

Como meta nessa fase da pesquisa, tínhamos em mente uma ampliação do conhecimento em relação a aplicação das equações diferenciais em relação ao estudo das ciências biológicas, com isso aprimorar e compreender como funciona esse processo biomatemático. Entender o principal objetivo do modelo matemático do processo desde sua criação até uma possível aplicação, todos os passos a serem realizados. A pesquisa também mostra a aplicação da matemática em diferentes áreas de conhecimento. O foco principal desse estudo está sendo o da dinâmica populacional, que é a área que possui mais aplicações das equações diferenciais nas ciências biológicas.

O próximo objetivo do estudo será uma ampliação da relação predador versus presa e um estudo sobre espécies em competição. O estudo está em um bom andamento, com ampliação dos estudos das equações diferenciais e aplicações. Nosso objetivo é a expansão do conhecimento obtido durante o processo ensino-aprendizagem da pesquisa.

REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA

Boyce, William E.; DiPrima, Richard C. Equações Diferenciais Elementares e problemas de valores de contorno. 9ª edição. Rio de Janeiro, RJ. LTC editora, 2010.

Thomas, Lucas Rangel; O Uso de Equações Diferenciais na Modelagem de Sistemas Naturais e Outros In; Pág. De 7 á 15; 2013.

Barros, Edmilson Socorro Pereira; Equações Diferenciais Aplicadas a Ecologia In; Pág. De 19 á 40; 2008.