# DETERMINAÇÃO DAS PROPRIEDADES DOS MATERIAIS PELO CÁLCULO DA ÁREA SOB O GRÁFICO TENSÃO-DEFORMAÇÃO.

*Adriano Aires*[1] ; *Diego Oliveira*[2] ; *Antonio Diego S Farias*[1]

❑[1] Universidade Federal Rural do Semiárido – Discente, adrianoaraujo2010@live.com

❑[2] Universidade Federal Rural do Semiárido – Discente, diego_vinicius95@hotmail.com

❑[3] Universidade Federal Rural do Semiárido – Docente, antonio.diego@ufersa.edu.br

## Introdução

A princípio o cálculo diferencial e integral, mais comumente chamado de cálculo infinitesimal, por se tratar de inúmeras parcelas de soma em uma ação matemática, ou mesmo de um somatório, se tornou um ramo importante da matemática e foi criado no intuito de servir como amparo em várias áreas das ciências exatas. O desenvolvimento do cálculo diferencia e integral deu-se basicamente por Isaac Newton (1643-1727) e Gottfried Leibniz (1646-1716), mas ambos em trabalhos autônomos a partir dos seus conhecimentos na Álgebra e da Geometria (CARVALHO, Educação Matemática Pesquisa, v. 8, n. 1, 2006. [s.d.]).

De maneira verídica, o fato é que Newton e Leibniz sozinhos não foram os criadores do próprio cálculo em si, mas exerceram juntamente com outros grandes matemáticos uma ação decisiva para a eclosão dessa área de estudo. Para a evolução dos trabalhos alguns problemas surgiram, onde abriram o apetite estudioso dos especialistas daquele tempo e foi o que impulsionou o desenvolvimento desse grande ramo disciplinar (CARVALHO, Educação Matemática Pesquisa, v. 8, n. 1, 2006. [s.d.]).

Tendo em vista o objetivo central desse artigo, é crucial destacar que o mesmo está voltado para a aplicação da integral nas engenharias, mais precisamente na Engenharia dos Materiais, e desta forma será possível demonstrar que a integral está intrinsecamente envolvida com essa área de estudo, relacionando-se assim, com as bases conceituais, definições e até exemplificativas existentes na engenharia em questão (CARVALHO, Educação Matemática Pesquisa, v. 8, n. 1, 2006. [s.d.]).

## Metodologia

A integração nada mais é do que um cálculo que, além de envolver a função que determina o formato da curva que constitui a figura, é necessário que se tenha dois pontos, pontos estes que irão determinar o tamanho que essa curva tem. Com base nesses dados torna-se fácil a determinação da área de qualquer figura.

Para se calcular uma integral utiliza-se dois pontos que podemos definir como $a$ o valor do ponto inicial e $b$ valor do ponto final, por intermédio da integral calculamos a área entre esses pontos, que seria dividir esta área em retângulos, ou seja, vários intervalos ( $\Delta x = (a - b)$ ), onde a ideia da integral seria aproximar estes intervalos a um número bem próximo a zero.

Segundo Stewart (2011), a integral de Riemann é uma homenagem ao matemático Bernhard Riemann (1826-1866): “A integral definida de uma função integrável pode ser aproximada com qualquer grau de precisão desejado por uma soma de Riemann.”

Denominaremos $\int$ como o símbolo de integração que irá várias do ponto final $b$ ao ponto inicial $a$, que será integrada na função $f(x)$ e integrada analisando o seu ponto inicial e
seu ponto final, neste caso, em função de *x*, ou seja os pontos de formação da curva, que pode ser expressa da seguinte maneira:

$$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{max\Delta x_i \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\,\Delta x_i$$

De acordo com os dados que são mostrados no plano cartesiano, ou ainda, quando nos deparamos com questões desse tipo, é importante enumerá-las com o simples objetivo de perceber se a função determina ou não limites. Nesse momento entra em cena dois tipos de integrais que se utiliza, a indefinida, que se caracteriza pela não determinação do seu intervalo de ocorrência e, contrariamente, a imprópria, que é delimitado por um determinado espaço.

Tendo em vista esses dois tipos diferentes é necessário ter-se, também, dois tipos de resoluções diferentes. Como resultado das integrais próprias temos unicamente um valor numérico, já quando estamos trabalhando com as impróprias, esse valor numérico é acrescentado de uma constante.

Quando desejamos aplicar as integrais na Engenharia dos Materiais percebemos sua vasta área de utilização, uma vez que todos os dias se deparamos com as mais variadas formas indefinidas para efeito de cálculo de suas áreas, cuja as quais não conseguiríamos com as fórmulas para obtenção da área das formas geométricas convencionais, podemos citar como como exemplo a área da região de uma barragem cujo o formato não pode ser definido com as formas geométricas convencionais, onde para se descobrir sua área conseguimos por intermédio das integrais, com o apoio de softwares para descobrir as funções que mais se encaixam em cada trecho.

Piva (2010) afirma que, sendo assim, percebemos que com o apoio de softwares, como por exemplo o Graph e Geogebra, e utilizando as integrais conseguimos calcular a área das mais variadas formas, tornando-se essencial para a engenharia dos materiais, pois percebemos que sem o apoio das integrais, tal atividade não seria possível.

A definição da integral utilizada atualmente deve-se ao matemático francês Augustin Lois Cauchy (1789-1857). Cauchy definiu que uma função *f* é o limite de uma soma infinita. Após esta definição ele demonstrou algumas propriedades, e concluiu que todas as funções contínuas em um intervalo [ab], são integráveis. O símbolo da integral, é proveniente do(s) de soma “esticado”, notação atribuída ao matemático Wilhelm Leibniz. (PARAOL e PESCADOR, 2014,p. 3)

**Resultados e discussão**

Considera uma dada área sob uma função $f(x)$, de forma que tal função seja seccionada em pequenas áreas retangulares. À medida que reduzimos $\Delta A$ a um tamanho cada vez menor, temos de adotar duas premissas em elação às propriedades do material. Consideraremos que o material é contínuo, isto é, possui continuidade ou distribuição uniforme de matéria sem vazios, em vez de ser composto por um número finito de moléculas ou átomos distintos. Além disso, o material deve ser coeso, o que significa que todas as suas porções estão muito bem interligadas, sem trincas ou separações. Uma força típica finita $\Delta F$, porém muito pequena, agindo sobre a área $\Delta A$ a ela associada (HIBBELER, Pearson Prentice Hall, p.57-60, 2010). Essa força, como todas as outras, terá uma direção única, mas, em nossa discussão, nós a substituiremos por suas três componentes, a saber, , $\Delta F_y$ e $\Delta F_z$ , tangentes e normais à área, respectivamente. À medida que a área $\Delta A$ tende a zero, o mesmo ocorre com a força $\Delta F$ e suas componentes; porém, em geral, o quociente entre a força e a área tenderá a um limite finito. Esse quociente é denominado *Tensão* e, descreve a intensidade da força interna sobre um plano específico (*área*) que passa por um ponto.

Através de em um ensaio de *tensão deformação*, podemos obter dados que nos permitem calcular valores correspondente a *tensão* e a *deformação* de um determinado material. A partir desses dados podemos traçar um gráfico *tensão-deformação* convencional e real para material dúctil a curva resultante deste gráfico pode ser descrita e calculada.

De forma análoga, a deformação nominal, ou deformação de engenharia, é determinada pela aferição da deformação no extensômetro, ou dividindo a variação, no comprimento de referência do material pelo comprimento de referência inicial do material, $L_0$ . Todas as consequências geradas pela variação, seja pela tensão ou pela deformação, irá gerar um gráfico que nos permite aplicar o cálculo integral, desse modo sendo possível calcular a área em questão sob a curva do gráfico. Durante um alongamento $\delta$, acarretado pela força $P$ , é possível calcular sua área, assim determinando o trabalho total. Esse trabalho pode ser transformado totalmente ou parcialmente em energia de deformação, que tem como unidade o Joule ( $N.M = J$).

$$U=\int_0^{\delta_1} P.d.\delta$$

Para que essa análise não fique submissa apenas as dimensões da barra e possa ser aplicada diretamente nas propriedades dos materiais, consideramos o trabalho de deformação por unidade de volume:

$$U=\int_0^{\varepsilon_1} \sigma_X.d.\varepsilon_X$$ , unidade: *(J/m³)*

O módulo de tenacidade está ligado com a ductilidade e a resistência dos materiais. Para calcular este módulo é necessário conhecer a área total sob a curva tensão *x* deformação específica ( $\varepsilon=\varepsilon p$ ), essa área representa a energia por unidade de volume necessária para levar o material a entrar em ruptura.

$$U=\int_0^{\varepsilon_1} E.\sigma_X.d.\varepsilon_X=\frac{\sigma_x^2}{2.E}$$

O módulo de resiliência representa a energia por unidade de volume que o material pode absorver sem escoar. Para se calcular este módulo, não se faz necessário o uso exclusivo do cálculo integral, pois trata-se de uma figura geométrica conhecida e simples de ser calculada, o triângulo.

**Conclusões**

O cálculo diferencial e integral cada dia tem se tornado de extrema importância para as mais diversas áreas do conhecimento, na engenharia de Materiais não é diferente.

É evidente a importância do cálculo diferencial e integral e para na engenharia de materiais para que possamos determinar certas propriedades dos materiais, como as determinadas no presente trabalho. A utilização e aplicações da Resiliência e da Tenacidade são inúmeras, como por exemplo a resiliência pode ser usa para determinar o quanto um metal pode suportar um carregamento axial, já a tenacidade pode ser usada para determinar a carga que um metal suporta antes da sua ruptura.

**Palavras-Chave:** Integral; materiais; tensão; deformação; área.

## Referências

[1] HIBBELER, Russell C. Resistência dos materiais. Pearson Prentice Hall, 2006.
[2] COURANT, Richard. O que é matemática?. Rio de janeiro: Ciência Moderna, 2000.
[3] THOMAS, George B. Cálculo . 12ª Edição. ed. São Paulo - SP: PEARSON, 2009. Volume 1
[4] FUSARO, Márcia M. Introdução ao cálculo integral. 2009. 126 p., Universidade Federal de Minas Gerais, Disponível em: <https://goo.gl/IQ7op0>. Acesso em: 17 nov. 2016.
[5] DE CARVALHO, Tadeu Fernandes; D'OTTAVIANO, Itala M. Lofredo. Sobre Leibniz, Newton e infinitésimos, das origens do cálculo infinitesimal aos fundamentos do cálculo diferencial paraconsistente. Educação Matemática Pesquisa, v. 8, n. 1, 2006.