ANÁLISE COMBINATÓRIA EM SALA DE AULA VIA EXPLORAÇÃO, RESOLUÇÃO E PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS

Adriano Alves da Silveira [1]
Silvanio de Andrade [2]

RESUMO

Durante nossa formação questionávamos a respeito de como contribuir para que os alunos tenham um aprendizado com compreensão; isso me levou a pesquisar diversas formas de ensinar Matemática, que por sua vez favorecesse o bom encadeamento do ensino-aprendizagem da Matemática. Nesse sentido este trabalho tem como objetivo analisar como uma abordagem em sala de aula via Resolução e Exploração de Problemas pode contribuir com o ensino-aprendizagem de Análise Combinatória. Para isso, trazemos um recorte de uma atividade do trabalho de mestrado (SILVEIRA, 2016). Diante das diferentes perspectivas do uso da metodologia resolução de problemas em sala de aula, adotamos neste trabalho a proposta de Andrade (1998, 2017) intitulada: "Ensino-Aprendizagem de Matemática via Exploração, Resolução, Proposição, Codificação e Descodificação de Problemas (ERPCDP)". A pesquisa foi empreendida segundo uma abordagem qualitativa, visando buscar significados, interpretar e compreender as informações obtidas. A modalidade de pesquisa pode ser caracterizada como pedagógica, segundo a qual o professor é o pesquisador de sua própria sala de aula (LANKSHEAR E KNOBEL, 2008). Os alunos, no decorrer do encontro, foram melhorando seu rendimento, resolvendo problemas de Combinatória com muito mais autonomia, sem precisar tanto da confirmação do professor-pesquisador sobre o trabalho realizado. Além disso, os alunos passaram a ser agentes ativos do seu processo de aprendizagem, ao justificar e refletir sobre o que estavam fazendo e evidenciando múltiplas soluções, podendo validar o seu trabalho nos problemas propostos. As discussões geradas ao fim, de cada aula, contudo, possibilitaram, aos alunos, refletir sobre o que fizeram, validando suas soluções ao mesmo tempo em que evidenciaram as dificuldades encontradas, as quais nós tentamos suprimir mediante debates entre o professor-turma, além de conseguirmos formalizar ideias essenciais de Combinatória.

Palavras-chave: Ensino-aprendizagem de Matemática, Análise Combinatória, Resolução e Exploração de Problemas.

INTRODUÇÃO

O ensino-aprendizagem da Matemática atualmente vem sofrendo algumas mudanças no que diz respeito aos conteúdos que devem ser trabalhados. Deste modo, é preciso evidenciar a importância dos conceitos matemáticos e sobretudo, se questionar a respeito dos conhecimentos

[1] Mestre do Curso de Ensino de Ciência e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba - UEPB, adriano.exatas@hotmail.com;
[2] Doutor pelo Curso de Educação da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo - FEUSP, silvanio@usp.br;

que serão necessários para que os alunos resolvam problemas do seu cotidiano. Assim o professor deve ser cauteloso na escolha dos conteúdos a serem trabalhados na sala de aula.

Durante nossa formação questionávamos a respeito de como contribuir para que os alunos tenham um aprendizado com compreensão; isso me levou a pesquisar diversas formas de ensinar Matemática, que por sua vez favorecesse o bom encadeamento do ensino-aprendizagem da Matemática.

Nesse sentido este trabalho tem como objetivo analisar como uma abordagem em sala de aula via Resolução e Exploração de Problemas pode contribuir com o ensino-aprendizagem de Análise Combinatória.

Diante das diferentes perspectivas do uso da metodologia resolução de problemas em sala de aula, adotamos neste trabalho a proposta de Andrade (1998, 2017) intitulada: "Ensino-Aprendizagem de Matemática via Exploração, Resolução, Proposição, Codificação e Descodificação de Problemas (ERPCDP)".

A nossa proposta, em trabalhar com a Resolução de Problemas em sala de aula, compreende ir além da resolução do problema e da sua solução, ao trabalhar com a Exploração e a Proposição de problemas, dando ainda uma atenção maior a Exploração de problemas.

A temática em foco aparece no cenário escolar como um tema desafiador devido sua complexidade e importância. Na verdade, é comum se deparar com situações que necessitam do conhecimento da Análise Combinatória em nosso cotidiano e que, ao longo do tempo, foi preciso de um estudo mais aprofundado. De acordo com Morgado et al (1991, p. 5),

> A Análise Combinatória teve um crescimento explosivo nas últimas décadas. A importância de problemas de enumeração tem crescido enormemente, devido às necessidades de teoria dos grafos, em análise combinatória de algoritmos, dentre outros estudos. Muitos problemas importantes podem ser modelados matematicamente como problemas de pesquisa operacional, de armazenamento de informações em bancos de dados utilizando computadores, e também problemas de matemática "pura", como o famoso problema das quatro cores.

A Análise Combinatória nos possibilita calcular os números de possibilidades de determinados acontecimentos, levando em consideração certas condições. Confirmando essa ideia, Pessoa (2009) diz que a combinatória nos permite quantificar conjuntos ou subconjuntos de objetos ou de situações, selecionados a partir de um conjunto dado, ou seja, a partir de determinadas estratégias ou de determinadas fórmulas, pode-se saber quantos elementos ou quantos eventos são possíveis numa dada situação, sem necessariamente ter que contá-los um a um.

Uma das grandes dificuldades no estudo de Combinatória é perceber que tipo de agrupamento a questão está trabalhando, desta forma podemos destacar alguns questionamentos que estão bem presentes na sala de aula, tais como: é arranjo, combinação ou permutação? Que fórmulas utilizar?

É fato que a Combinatória apresenta dificuldade de natureza conceitual. Nesse sentido é necessário realizar um trabalho em sala de aula que valorize a compreensão dos conceitos referente a esta temática, já que o conhecimento das fórmulas garante muito pouco sobre como proceder em determinados problemas. Além disse percebe-se que os problemas de Combinatória não mantêm o mesmo padrão em suas soluções. Assim quando estamos diante de um problema referente a esta temática, é necessário pensar, e seguida fazer anotações, com o intuito de conhecer sua natureza, e como se procede por exemplo, diante de uma enumeração sistemática.

METODOLOGIA

Esta seção tem como finalidade descrever os procedimentos metodológicos utilizados no presente estudo. A pesquisa situa-se numa abordagem qualitativa, visando buscar significados, interpretar e compreender as informações obtidas. Para D'Ambrosio (2006, p. 10), a pesquisa qualitativa, também chamada pesquisa naturalística, tem como foco entender e interpretar dados e discursos, mesmo quando envolve grupos de participantes.

A modalidade de pesquisa pode ser caracterizada como pedagógica, segundo a qual o professor é o pesquisador de sua própria sala de aula (LANKSHEAR E KNOBEL, 2008).

Para alcançar os objetivos da pesquisa, elegemos como sujeitos do estudo, uma turma do 2ª ano do Ensino Médio da Escola Estadual do Município de Alagoinha-PB, no qual foi desenvolvida uma sequência de atividades, no entanto, aqui vamos destacar o quarto encontro.

A nossa metodologia de ação foi estruturada em duas etapas: aplicação de uma abordagem investigativa em sala de aula da Análise Combinatória via Exploração, Resolução, e Proposição de Problemas, coleta e interpretação dos dados obtidos, através das observações em sala de aula e registros dos materiais utilizados pelos alunos.

DESENVOLVIMENTO

Algumas pesquisas, como a de Vargas (2009), Almeida (2010) e Silva (2013), destaca que o ensino da Análise Combinatória, pode ocorrer através de atividades investigativas, Comunicação Matemática e Resolução/exploração de problemas. Os pesquisadores evidenciaram que estas propostas foram eficazes no que diz respeito ao processo ensino-aprendizagem.

De acordo com Almeida (2010) os resultados de sua pesquisa evidenciam que a maioria dos alunos participou com interesse da proposta e, gradativamente, passou a se expressar mais e com maior segurança e propriedade sobre os conceitos estudados e alcançou uma compreensão mais profunda dos mesmos, desenvolvendo tanto o pensamento combinatório quanto a argumentação.

Conforme Vargas (2009) os resultados obtidos através da investigação do ensino-aprendizagem de Análise Combinatória, levando em consideração as dificuldades encontradas tanto pelos alunos em relação a aprendizagem como pelos professores em ministrar esse conteúdo, devido à complexidade seus conceitos, apontam que a mudança metodológica das aulas expositivas e do processo de ensino tradicional, tais como: definições formais, deduções de fórmulas e aplicações em exercícios e problemas, para investigações com atividades, se mostraram com maior desempenho didático, verificado após a aplicação das atividades, segundo os relatórios descritos pelos alunos.

Para Silva (2013), o ensino-aprendizagem de Análise Combinatória, por meio da exploração/resolução de problemas, buscou partir de situações-problema, que, num processo de ação-reflexão, medeia o desenvolvimento das ideias e dos conceitos de Arranjo, Permutação e Combinação, enfatizando assim o pensar combinatório como uma ferramenta essencial na abstração e formalização de conceitos científicos.

Percebemos que as pesquisas citadas acima contribuíram na construção do raciocínio combinatório, como a Comunicação Matemática entre alunos e professores deveria ir além da mera troca de informações e com isso leva uma compreensão mais profunda dos conceitos relacionados à Análise Combinatória e que estimulasse a argumentação e a expressão. As atividades investigativas, buscou a aprendizagem por etapas, privilegiando a compreensão dos conceitos e a operacionalização através dos cálculos numéricos antes de algebrizar. O ensino-aprendizagem da Análise Combinatória, por meio da exploração/resolução de problemas, permite ao aluno ir além da solução do problema, levando ao mesmo uma compreensão mais significativa dos conceitos apresentados.

As propostas acima mostram uma preocupação na compreensão dos conceitos de combinatória, além disso as fórmulas aparecem como resultado deste processo. De acordo com os PCN+ (BRASIL, 2002, p. 126-127), as fórmulas devem ser consequência do raciocínio combinatório desenvolvido frente Matemática à resolução de problemas diversos e devem ter a função de simplificar cálculos quando a quantidade de dados é muito grande.

Além disso devemos ter cuidado na escolha do problema, é preciso que o mesmo possua uma quantidade relativamente pequena de agrupamentos, para que o aluno possa listar todos os casos possíveis. No caso de o problema possuir um grande número de agrupamentos, tornado uma atividade exaustiva para o estudante, daí vem a importância do Princípio Fundamental da Contagem e utilização das fórmulas de modo adequado. O PCN (BRASIL, 1998, p. 52), salienta a relevância dos problemas de contagem, ao afirmar:

> Relativamente aos problemas de contagem, o objetivo é levar o aluno a lidar com situações que envolvam diferentes tipos de agrupamentos que possibilitem o desenvolvimento do raciocínio combinatório e a compreensão do princípio multiplicativo para sua aplicação no cálculo de probabilidades.

O PCN+ sugere que o trabalho em sala de aula da Análise Combinatória, pode ocorrer por meio da resolução de problemas ao afirmar que: “Esse conteúdo devem ter maior espaço e empenho de trabalho no Ensino Médio, mantendo de perto a perspectiva da resolução de problemas aplicados para se evitar a teorização excessiva e estéril” (BRASIL, 2002, p. 127).

Nessa metodologia os problemas são importantes não somente como um meio de se aprender matemática mas, também, como um primeiro passo para se fazer isso. Uma situação-problema é apresentada com o propósito de se construir novos conceitos e novos conteúdos e a compreendê-los. Essa compreensão da matemática, por parte dos alunos, envolve a ideia de que entender é essencialmente relacionar. Como afirma Onuchic (1999, p. 208),

> [...] esta posição baseia-se na observação de que a compreensão aumenta quando: o aluno é capaz de relacionar uma determinada ideia matemática a uma grande variedade de contextos; o aluno consegue relacionar um dado problema a um grande número de ideias matemáticas implícitas nele; o aluno consegue construir relações entre as várias ideias matemáticas contidas num problema.

No entanto, a prática docente mais efetiva em sala de aula, visa a enfatizar a utilização de técnicas e como deve ocorrer a aplicação de um conteúdo. Conforme os PCN (BRASIL, 1998, p. 40),

> A prática mais frequente consiste em ensinar um conceito, procedimento ou técnica e depois apresentar um problema para avaliar se os alunos são capazes de empregar o

> que lhes foi ensinado. Para a grande maioria dos alunos, resolver um problema significa fazer cálculos com os números do enunciado ou aplicar algo que aprenderam nas aulas. Desse modo, o que o professor explora na atividade matemática não é mais a atividade, ela mesma, mas seus resultados, definições, técnicas e demonstrações.

Uma das perspectivas principais da metodologia de resolução de problemas é iniciar o trabalho com um problema, a fim de construir um novo conceito e conteúdo. Nesse sentido, Onuchic e Allevato (2005) salientam que o problema é o ponto de partida e orientação para a aprendizagem e os professores através e durante a resolução dos problemas, devem fazer conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos.

Ao trabalhar com a resolução de problemas, podemos dar ênfase à exploração de problemas que nos permitem ter uma melhor compreensão dos conteúdos que estão sendo discutido. De acordo com Andrade (1998, p. 24),

> No trabalho de exploração de problemas, há um prazer e uma alegria de ir cada vez mais longe, um ir cada vez mais profundo, um ir cada vez mais curioso, há um ir que chega e nunca chega, um ir que pode sempre ir, um ir que sempre se limita ao contexto do aluno, do professor, da Matemática, da escola ... e por isso pode ir outra vez e mais outra vez ...

O pesquisador Andrade (2017) enfatiza um novo modelo em que, a **exploração** e a **resolução** de um problema são desenvolvidas a partir de um movimento aberto, não fechado, embora não solto, denominado de **Problema-Trabalho-Reflexões e Sínteses-Resultado (P-T-RS-R)**. Assim, inicialmente é dado ou proposto um problema ou situação-problema, que pode partir tanto do professor como dos alunos, em que os alunos realizaram um trabalho sobre ele e, juntos, professor e alunos, discutem o trabalho feito num processo de reflexões e sínteses. Chegando, assim, possivelmente à solução do problema, a novos conteúdos, a novos problemas, à realização de novos trabalhos, a novas reflexões e novas sínteses.

Nesse sentido, o trabalho na perspectiva da Exploração, Resolução e Proposição de problema permite que o aluno possa fazer diversas descobertas, como também levantamento de ideias no intuito de entender os conceitos matemáticos que vão aparecendo durante a resolução do problema. Nesse sentido Andrade (2017) diz que,

> A proposta de Exploração-Resolução-Proposição de Problemas precisa ser sempre percebida como uma proposta aberta, não fechada, embora não solta, para que possamos escutar/ver/olhar o que acontece nas tramas, nos encantos e desencantos, na transfiguração poética, no espaço-tempo, que o cotidiano da sala de aula nos proporciona. O final de uma experiência de Exploração de Problemas em sala de aula nunca é o final de uma história, mas o começo de muitas outras histórias. Trabalhar com Exploração de Problemas é colocar-se sempre em movimento, em aventura, é um sair sempre para mergulhar reflexivamente e criticamente em si mesmo e além de si mesmo (ANDRADE, 2017, p. 367).

Acrescentamos ainda, que ao trabalhar com a Exploração de Problemas em sala de aula, tem-se a Proposição de Problemas como parte integrante, visto que a primeira acontece em um ambiente conduzido pela proposição de problemas.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Iniciamos a aula entregando o roteiro de atividades e, em seguida, pedimos para que os alunos se reunissem em grupos de três ou em duplas, em alguns casos, e, posteriormente, tentassem resolver os problemas. Além disso, foram entregues aos alunos: uma sacola de papel e cinco bolas feitas com cartolina com as cores: branca; verde; azul; preta e cinza. Foram formados oito grupos de três alunos e três duplas.

Atividade – Problema das quatro bolas

Uma urna contém quatro bolas de cores diferentes: branca, verde, azul e preta. Quantas são as maneiras diferentes de retirar, sucessivamente, 2 bolas dessa urna, sem reposição das bolas retiradas?

a) *Quantas são as maneiras diferentes de retirar, sucessivamente, 2 bolas dessa urna, repondo cada bola antes da retirada da próxima?*
b) *Se acrescentarmos uma bola de cor cinza, quantas são as possibilidades de retirar 2 bolas sem reposição? E 3 bolas sem reposição?*

Esta atividade teve como objetivo fortalecer a construção do raciocínio combinatório, e trabalhar com algumas ideias relacionadas a fenômenos aleatórios. Além disso, a atividade proposta tem natureza teórica e prática, pois podemos validar as resoluções através das ideias essenciais de Combinatória, apoiadas na utilização de materiais concretos.

C.O: Ao propor situações aos alunos nas quais eles possam evidenciar os possíveis resultados através da manipulação de materiais concretos, são-lhes possibilitadas abstrações empíricas e reflexivas, as quais levam a uma melhor compreensão do fenômeno estudado.

Os alunos estavam se mobilizando com o intuito de resolver o problema inicial, contudo, ao observamos o trabalho inicial de alguns alunos sobre o problema, sentimos a necessidade de fazer uma mediação quanto à representação das cores das bolas. Nesse momento, fomos à lousa e destacamos: “PP: Podemos denotar as cores das bolas como B = branca. Turma: A = azul, V = verde, P = preta e C = Cinza”.

Sugerimos à turma que verificasse a eficácia de algumas estratégias utilizadas durante a resolução dos problemas anteriores. A turma antecipou o novo problema proposto no item (a), questionando o problema inicial.

> Turma: As duas bolas podem ser da mesma cor?
> PP: Utilizando o material que entreguei a vocês, é possível que ao tirar a primeira bola de cor azul, na segunda você tirar a mesma bola?
> Turma: Não.

A nossa mediação acima ajudou na resolução do problema, principalmente quem recorreu à lista de todas as possibilidades. Porém, o grupo G10 apresentou algumas dificuldades, justificando sua resolução utilizando material concreto:

> G10 (Aluno 1): Professor são duas maneiras diferentes.
> PP: Como vocês fizeram?
> G10 (Aluno 1): Utilizando o material, tiramos as bolas (V, A) e (B, P).
> PP: Mas será que você não poderia retirar a bola da cor vermelha com a bola preta e ou branca?
> G10 (Aluno 1): Não. Porque eu já retirei a cor vermelha.
> G10 (Aluno 2): Poderia sim, ao invés de tirar a cor azul, poderia ser (V, B) e (V, P).
> PP: Isso.

C.O: A mediação professor-grupo foi proporcionando, aos alunos, validar os seus métodos, partindo de suas ideias iniciais em relação ao problema, confirmando a veracidade delas ou levantando alguma sugestão, com muita cautela, tomando cuidado para não limitar a criatividade dos alunos o que lhes tiraria todo o prazer pela descoberta.

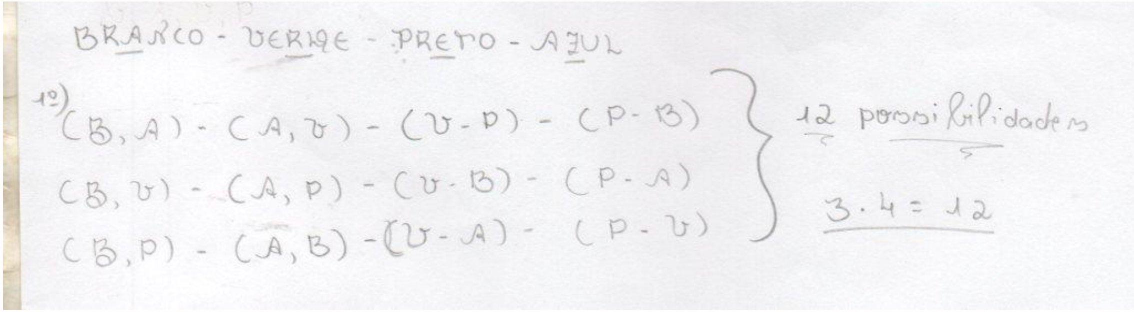
A utilização de problemas com uma quantidade relativamente pequena de possibilidades vem possibilitando, aos alunos, buscar padrões na formação dos agrupamentos. Observe a descoberta feita pelo G8: “G8: No caso, percebemos que há três maneiras de cada bola sair por primeiro. PP: Correto”.

A lista organizada de todas as possibilidades possibilitou ao G8 apresentar um novo raciocínio para o Princípio Fundamental da Contagem, chegando à generalização do problema, visto que esse problema poderia ser resolvido da seguinte forma:

$$\frac{4}{1^{a}\,retirada} \cdot \frac{3}{2^{a}\,retirada} = 12 \text{ possibilidades}$$

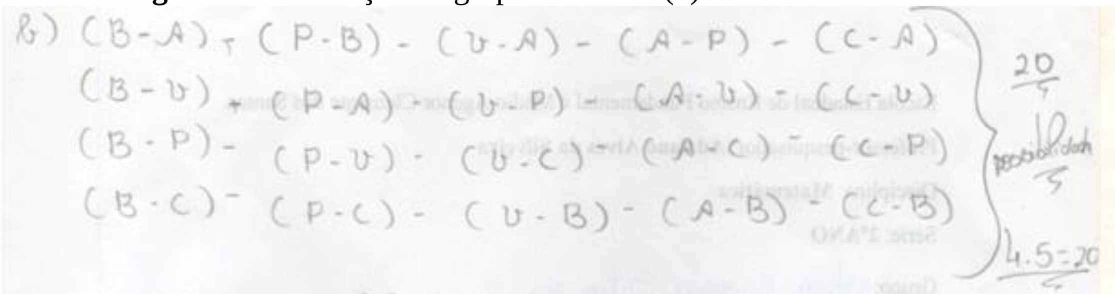
Observe a resolução apresentada pelo G8 para o problema inicial e, em relação ao primeiro questionamento do item (b):

Figura 1 – Resolução do grupo 8 referente à atividade 4.



Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 2 – Resolução do grupo 8 ao item (b) referente à atividade 4.



Fonte: Dados da pesquisa.

C.O: Percebemos que o grupo validou sua resolução, compreendendo que cada cor poderia sair na primeira retirada três vezes, como havia quatro cores diferentes, eles notaram que bastava realizar o produto entre $3 \cdot 4 = 12$ possibilidades, seguindo o mesmo raciocínio para o item (a). Nota-se que, durante a listagem de todas as possibilidades, o grupo G8 tomou, como ponto de partida, elementos de referência, que possibilitam maiores chances de descrever todas as possibilidades, fato esse que também foi observado na pesquisa de Almeida (2010). Acreditamos que essa tomada de decisão é fruto do avanço dos alunos no raciocínio combinatório.

A maioria dos grupos apresentaram a resolução correta para o problema inicial, sem precisar da ajuda do professor-pesquisador, apenas G7, G10 e G11 precisaram de nossa mediação.

No item (a) a utilização dos materiais concretos que levamos para ajudar os alunos na resolução dos problemas foi de suma importância, visto que alguns grupos que apresentaram dificuldades neste item fizeram simulações e notaram que nessa hora poderiam repor a bola retirada. Então, existe a possibilidade de, nas duas retiradas sucessivas, obterem duas bolas da mesma cor.

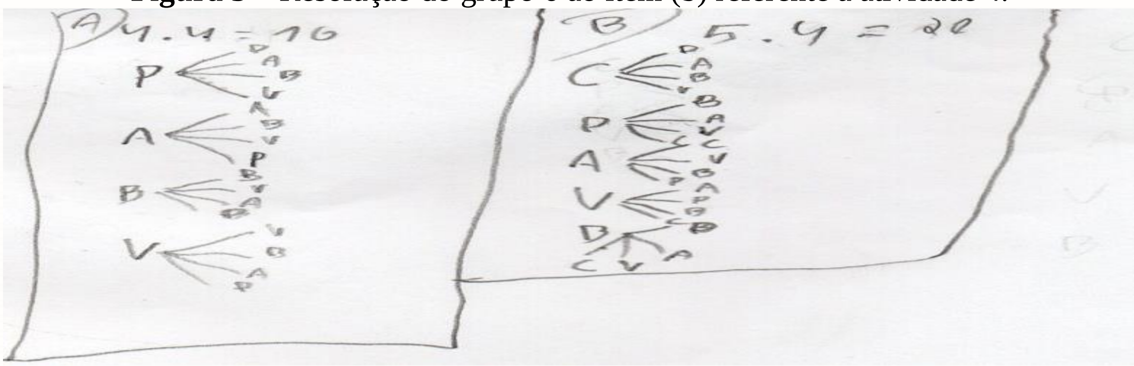
Apoiado nesse raciocínio os grupos G2 e G8 retornaram ao problema anterior e justificaram sua resolução. G2 explica sua descoberta ao professor-pesquisador:

> G2 (Aluno 1): Basta acrescentar os seguintes casos: (V, V), (B, B), (P, P) e (A, A) e adicionar essas quatro possibilidades as outras doze possibilidades da letra (a), obtendo dezesseis possiblidades.
> PP: Correto.

C.O: Percebemos que, em meio à exploração dos problemas, os alunos retornavam ao problema anterior para chegar à solução do novo problema.

A árvore de possibilidades é recurso presente nas resoluções dos alunos. Observe a resolução apresentada pelo G6 no item (a) e no item (b):

Figura 3 – Resolução do grupo 6 ao item (b) referente à atividade 4.



Fonte: Dados da pesquisa.

C.O: Percebemos que os alunos desse grupo utilizavam esse recurso em suas resoluções, permitindo uma visualização de todas as possibilidades e proporcionando o uso correto do Princípio Fundamental da Contagem, sendo esta uma das estratégias que possibilita o desenvolvimento do raciocínio Combinatório.

Todos os grupos apresentaram a resolução correta para o item (a). Quanto ao item (b), apenas o grupo G11 não realizou qualquer tipo de trabalho sobre o problema. Enquanto os demais grupos foram bem sucedidos em suas resoluções. Notamos que o grupo teve dificuldades para resolver os problemas anteriores, não restando tempo para realizar qualquer tipo de análise sobre este item

As estratégias evidenciadas na resolução destes itens foram a listagem de todas as possibilidades, árvore de possibilidades e o Princípio Multiplicativo, que foi aplicado predominantemente no segundo questionamento do item (b), visto que a enumeração sistemática de todas as possibilidades se apresentava como uma estratégia cansativa. Percebendo o bom desempenho dos grupos na resolução dos problemas, fomos à lousa e registramos o trabalho realizado pelos grupos, enfatizando as estratégias e dificuldades encontradas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Notamos que, de modo geral, ao longo do encontro, os alunos conseguiram organizar informações ou números de forma adequada, e, logo depois, faziam a contagem das possíveis possibilidades, ou seja, notou-se o desenvolvimento do raciocínio combinatório. Algumas estratégias eram mais recorrentes entre alguns grupos, como, por exemplo, a árvore de possibilidades; ela estava, sempre que possível, presente nas resoluções dos grupos G5 e G6. Percebemos, também, que os grupos G1, G2, G6, G8 e G9, ao recorrer à lista de todas as possibilidades, tomavam alguns elementos de referência para facilitar a constituição de todos os agrupamentos.

Os alunos, no decorrer do encontro, foram melhorando seu rendimento, resolvendo problemas de Combinatória com muito mais autonomia, sem precisar tanto da confirmação do professor-pesquisador sobre o trabalho realizado. Além disso, os alunos passaram a ser agentes ativos do seu processo de aprendizagem, ao justificar e refletir sobre o que estavam fazendo e evidenciando múltiplas soluções, podendo validar o seu trabalho nos problemas propostos.

Silva (2013) destaca que a resolução de problemas como metodologia de ensino-aprendizagem possibilita, no mínimo, uma formação crítica e questionadora, provocando a autonomia do aluno nesse processo.

Acreditamos que, para a exploração de alguns problemas, os alunos poderiam mergulhar num aprofundamento muito maior. Às vezes, o tempo de uma aula não é suficiente para que isso aconteça, principalmente pelo fato de os alunos ainda estarem se familiarizando com a metodologia adotada.

As discussões geradas ao fim, de cada aula, contudo, possibilitaram, aos alunos, refletir sobre o que fizeram, validando suas soluções ao mesmo tempo em que evidenciaram as dificuldades encontradas, as quais nós tentamos suprimir mediante debates entre o professor-turma, além de conseguirmos formalizar ideias essenciais de Combinatória.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, A. L. de. **Ensinando e aprendendo análise combinatória com ênfase na comunicação matemática:** um estudo de caso com o 2º ano do ensino médio. 2010. 166p.Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2010.

ANDRADE, S. **Ensino-aprendizagem de matemática via resolução, exploração, codificação e descodicação de problemas e a multicontextualidade da sala de aula**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). UNESP, Rio Claro, 1998.

__________. **Um caminhar critico reflexivo sobre Resolução, Exploração e Proposição de Problemas Matemático no Cotidiano da Sala de Aula.** In: ONUCHIC, L. R.; JUNIOR, L. C. L.; PIRONEL, M.(Orgs). **Perspectivas para Resolução de Problemas,** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017. p. 355-395.

__________. Ministério da Educação e dos Desportos. Secretaria do Ensino Fundamental **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática, 3º e 4º ciclos (5º a 8º séries) – Brasília: MEC/SEF, 1998.

__________. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: ensino médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília, DF: MEC, 2002.

D'AMBRÓSIO, U.Prefácio In: BORBA, M.; ARAÚJO, J.L. (orgs.) **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática,** Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

LANKSHEAR, C.; KNOBEL, M. **Pesquisa pedagógica: do projeto à implementação**. Porto Alegre: Artmed, 2008.

MORGADO, A. C. O.; CARVALHO, J.B.P.; CARVALHO, P.C.P.; FENANDEZ, P. **Análise Combinatória e Probabilidade**. Rio de Janeiro: IMPA, 1991.

ONUCHIC, L. R. **Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas**. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. cap.12, p.199-218.

ONUCHIC, L. de la R.; ALLEVATO, N. S. G.. **Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas**. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.) Educação Matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2005. p.212-231.

PESSOA, C. **Quem dança com quem: o desenvolvimento do Raciocínio Combinatório do 2º ano do Ensino Fundamental ao 3º ano do Ensino Médio.** Tese. Pós-graduação em Educação da UFPE. Recife: UFPE, 2009.

SILVA, A.P. **Ensino e Aprendizagem de Análise Combinatória Através da Resolução de Problemas: um olhar para a sala de aula.** (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). UEPB, Campina Grande, Paraíba, 2013.

VARGAS, A.F. **O Ensino-aprendizagem de Análise Combinatória através da Resolução de Problemas com Atividades Investigativas.** Dissertação de Mestrado. PUC-MG – Belo Horizonte, 2009.