



INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA NO ENSINO DO TEOREMA DE PITÁGORAS FRENTE À METODOLOGIA TRADICIONAL

Manoel Arthur Barbosa Correia ¹

Geovane dos Santos Barbosa ²

Evert Elvis Batista de Almeida ³

RESUMO

A abordagem do conteúdo Teorema de Pitágoras, parte integrante da geometria, é rica em detalhes e em formas de apresentação. Neste artigo buscou-se comparar o ensino deste teorema utilizando-se de duas metodologias, uma ativa e outra tradicional. Este experimento foi aplicado em uma escola de referência da cidade de Caruaru com estudantes do 1º ano do ensino médio sendo observada, ao final, a diferença percentual dos acertos em um questionário no intuito de comparar o resultado da aprendizagem nestes dois métodos. A metodologia ativa utilizada neste caso foi a investigação matemática na sala de aula, numa perspectiva apresentada por Ponte, Brocardo e Oliveira. Esta tendência foi escolhida pela necessidade de se ministrar o conteúdo de forma mais dinâmica e participativa confrontando-a com a metodologia mais tradicional, onde o professor aborda o tema através de explicação teórica e repetidas resoluções de questões, sem considerar neste caso a historicidade e a importância de se conhecer o desenvolvimento do assunto. Como metodologia foi aplicada, através de questionários inicial e final, uma intervenção com intuito de quantificar a aprendizagem nesses dois grupos observados e tendo por objetivo mensurar o percentual de questões corretas respondidas antes e após a intervenção. Como resultado tivemos o destoante percentual de aprendizado entre os grandes grupos analisados, concluiu-se que os estudantes que utilizaram de metodologia ativa de investigação matemática obtiveram desempenho muito superior aos estudantes que foram expostos à metodologia tradicional.

Palavras-Chave: Investigação matemática, Metodologia ativa, Teorema de Pitágoras.

INTRODUÇÃO

A maior descoberta de Pitágoras, matemático grego que viveu de 570 a.C e 495 a.C foi a do teorema que carrega seu nome. Os chineses e babilônios já faziam uso do teorema há mais de um milênio, mas somente seu inventor conseguiu provar que era possível aplicá-lo com triângulos retos.

¹Graduado em Licenciatura em Matemática pelo Instituto Federal de Pernambuco - IFPE. Graduado e Pós-Graduando em Gestão Pública pela FAEL - Faculdade da Lapa. arthurbc89@gmail.com;

²Graduado em Licenciatura em Matemática pelo Instituto Federal de Pernambuco - IFPE. Graduado pelo Curso de Pedagogia da Universidade Federal Rural de Pernambuco – Unidade Acadêmica de Garanhuns – UFRPE/UAG. geovanegigiu@hotmail.com;

³ Professor orientador: Mestre em Matemática pela Universidade Federal da Paraíba - UFPB, Mestre em Biometria e Estatística Aplicada pela Universidade Federal Rural de Pernambuco – UFRPE evertelvis@gmail.com.



Pitágoras foi o primeiro a perceber que todo triângulo retângulo, isto é, que tem um ângulo de 90 graus, denominado de ângulo reto obedece a uma determinada lei matemática. Ao invés de pensar como o conceito matemático foi criado, foi indicado pensar que se trata de algo pronto e acabado. Neste particular Carvalho & Roque (2012, p. 8) pontuam uma ordem para apresentar o teorema de Pitágoras:

Definição 1: Um triângulo é retângulo se contém um ângulo reto.

Definição 2: Em um triângulo retângulo o maior lado é chamado “hipotenusa” e os outros dois são chamados “catetos”.

Teorema: Em todo triângulo retângulo o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos.

Problema: Desenho um triângulo retângulo de catetos 3 e 4 e pergunto o valor da hipotenusa.

Há muitas controvérsias sobre como Pitágoras demonstrou seu teorema e não se sabe exatamente qual teria sido a demonstração por ele utilizada. Existem mais de 300 publicações em que são apresentadas demonstrações distintas.

Percebe-se que no ensino da matemática há uma metodologia mecânica que impede o professor de abordar as origens da matemática e os responsáveis por seus estudos. Muito se deve ao limitado tempo disponibilizado para o cumprimento do currículo escolar, entretanto, tão necessário quanto entender e aprender a calcular é saber porque se está fazendo aquilo e como surgiram as ideias para o desenvolvimento desta disciplina.

O TEOREMA DE PITÁGORAS

O estudo das representações de figuras espaciais se inicia ao término do Ensino Fundamental e precisa ser consolidado na última etapa da Educação Básica – o Ensino Médio. Os PCN's de matemática para o Ensino Médio de Pernambuco (2007, p. 122) pontuam que:

No Ensino Médio, o estudo da geometria deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano, como, por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas e reconhecer propriedades de figuras geométricas básicas.

O teorema de Pitágoras é uma importante ferramenta de auxílio na resolução de diversas situações-problema, seja no contexto da escola ou para além dos muros da escola.

O ensino da geometria no Ensino Médio é imprescindível, já que às vezes é a única oportunidade que os estudantes dispõem para absorver tal conteúdo. De acordo com Ribas & Mathias (2010, p. 181):



Sabemos que, muitas vezes, por falta de tempo para ler, pesquisar, e até por problemas financeiros, o professor acaba utilizando o livro que a escola, quando pública, escolhe por meio do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e o toma como modelo-padrão para elaborar suas aulas.

Disso decorre que na educação básica o ensino de geometria muitas vezes fica preterido, sendo vivenciado no fim do ano letivo de maneira superficial. Em muitos casos não chega nem a ser abordado, muitas vezes pela rigorosa sequência didática adotada pelo professor com relação ao livro didático, que geralmente trata deste eixo nas partes finais, conforme cita Lorenzato (1995, pág. 2):

A segunda causa da omissão geométrica deve-se à exagerada importância que, entre nós, desempenha o livro didático, quer devido à má formação de nossos professores, quer devido à estafante jornada de trabalho a que estão submetidos. [...] Como se isso não bastasse, a Geometria quase sempre é apresentada na última parte do livro, aumentando a probabilidade dela não vir a ser estudada por falta de tempo letivo.

Durante muito tempo a Geometria foi ensinada de forma dedutiva. A partir 1970, iniciou-se, em todo o mundo, um movimento em favor do resgate do ensino da Geometria, visando ampliar sua participação na formação integral dos estudantes.

INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA NA SALA DE AULA

A tentativa de tornar os conteúdos matemáticos mais próximos à realidade dos estudantes fez surgir diversas pesquisas no enfoque da didática da matemática, área das ciências sociais responsável pelo estudo da aprendizagem e ensino da matemática, a fim de identificar as melhores metodologias para abordagem dos conteúdos matemáticos. Costa (2007) relata esse movimento de mudança:

O surgimento da Educação Matemática no Brasil teve início a partir do Movimento da Matemática Moderna disseminado em várias partes do mundo, mais precisamente no final dos anos 70 e início dos 80. Em meado dos anos 80 surge a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) e os primeiros programas de pós-graduação em Educação Matemática.

A temática da investigação matemática surgiu naturalmente quando os grandes matemáticos estudavam ou buscavam novas descobertas acerca dos mistérios ainda sem solução, muitos oriundos de observação dos astros. Mas a matemática teve seu princípio



ligado justamente a este movimento, à descoberta, à necessidade de desvendar esses mistérios.

Um grande exemplo é o já abordado teorema de Pitágoras, estudado por diversos matemáticos em outros países foi finalmente resolvido por Pitágoras e membros de sua sociedade secreta, os Pitagóricos. Esta e muitas outras descobertas legitimam a contribuição da investigação para a história da matemática.

Quando se trabalha a matemática em sala de aula, o professor muitas vezes é normalmente visto como um emissor do saber, a única pessoa dotada de conhecimento naquele ambiente. Além disso, há um pensamento coletivo de que a matemática é algo repetitivo, onde se espelha apenas as descobertas históricas. Essa narrativa é incoerente com o pensamento de muitos teóricos como, por exemplo, Piaget (1970) que cita: “O principal objetivo da educação é criar pessoas capazes de fazer coisas novas e não simplesmente repetir o que outras gerações fizeram. ”

Corradi (2011) Apud Love (1998) define as investigações matemáticas implicitamente ao afirmar que os estudantes devem ter oportunidades de expressar e defender suas ideias, identificar problemas e ao resolvê-lo, os resultados devem ser sujeitos à crítica ponderada. Assim pode-se definir a investigação como sendo um método de ensino e aprendizagem capaz de retirar os envolvidos da ilusória ideia de que a matemática é limitada a conhecer e resolver problemas.

A investigação matemática vem sendo discutida e estudada fortemente desde os anos 80 principalmente em Portugal e no Brasil. Alguns dos grandes entusiastas desta metodologia, Ponte, Brocado & Oliveira (2003) determinam em um de seus livros que existem quatro momentos numa investigação:

O primeiro abrange o reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões. O segundo momento refere-se ao processo de formulação de conjecturas. O terceiro inclui realização de testes e o eventual refinamento das conjecturas. E, finalmente, o último diz respeito à argumentação, à demonstração e avaliação do trabalho realizado.

Uma das diversas questões levantadas por Ponte, Brocado & Oliveira (2003) é acerca da viabilidade de se utilizar a investigação matemática em determinados níveis de ensino, pois há necessidade de um conhecimento prévio dos investigadores com relação ao conteúdo investigado. Neste ponto destacamos alguns artigos que se utilizaram de investigação como abordagem em sala de aula.



Para Teodoro & Beline (2013) o trabalho pode apresentar indícios de que atividades de cunho investigativo podem contribuir para uma aprendizagem significativa, na qual o estudante é convidado a atuar como sujeito de sua própria aprendizagem.

Um artigo desenvolvido por Guerra & Medeiros (2012) tratou do teorema de Pitágoras utilizando-se de investigação matemática. Uma das conclusões das autoras foi que as manipulações das figuras ajudaram os estudantes na dedução do Teorema e sua validação de maneira formal, destacou ainda que se utilizando desta metodologia os estudantes participaram efetivamente de todo processo.

Brum & Bisognin (2011) referem-se em outro artigo que a investigação é uma metodologia que exige tanto do estudante como do professor, porém, os resultados são compensadores, deste modo a experiência conclui que atividades investigativas de fato propiciam um ambiente favorável à aprendizagem.

Ainda Ponte, Brocardo & Oliveira (2003) também associam a geometria a atividades investigativas como sendo um campo de grande exploração, “A geometria é particularmente propícia, desde os primeiros anos de escolaridade, a um ensino fortemente baseado na exploração de situações de natureza exploratória e investigativa”. Dadas as situações e a escolha do conteúdo escolhido inclinou-se a necessidade de se realizar essa intervenção através do uso de investigação matemática em sala de aula.

METODOLOGIA

Realizou-se o experimento através de uma intervenção com adolescentes entre 13 e 18 anos, estudantes de quatro turmas do 1º ano do ensino médio da EREM de Caruaru Nelson Barbalho da rede pública de ensino do estado de Pernambuco. Foram analisados 160 estudantes separados em dois grandes grupos, o primeiro apresentado ao conteúdo de forma tradicional e o segundo através de investigações matemáticas acerca do Teorema de Pitágoras. Ponte, Brocardo & Oliveira (2003) afirmam que “uma investigação matemática desenvolve-se usualmente em torno de um ou mais problemas”. Desta maneira os estudantes foram apresentados a problemas que buscavam destacar a essência das resoluções, destoando dos tradicionais exercícios que ensinam através de repetições a resolução destes problemas. Como “o primeiro passo do problema é identificar claramente o problema a resolver” (Ponte, Brocardo e Oliveira, 2003) quando apresentados a estes problemas os estudantes são instigados a desenvolver o conhecimento através da lógica e da matemática.



Para se iniciar uma intervenção dessas é necessário se conhecer primeiramente o grau de conhecimento comum dos grupos estudados com relação ao assunto abordado. Para tanto fora aplicado um questionário (anexo 2) com 10 indagações divididas em 5 níveis de dificuldade a respeito da história e do teorema de Pitágoras.

Informou-se aos estudantes que os mesmos estavam participando de uma pesquisa e que para o resultado ser mais fiel possível, eles deveriam de fato responder apenas o que era de conhecimento deles, além do mais aquele questionário inicial serviria apenas para nivelar as turmas e não como critério de avaliação para a escola. Apesar de resistência por parte de alguns, a grande maioria finalizou o questionário entregando-o aos autores deste artigo.

Os níveis apresentados neste questionário seguiram a seguinte ordem e as configurações apresentadas no quadro 1.

Tabela 1: Distribuição das questões por nível

Nível	Questões	Abordagem
1	1 e 2	Questões sobre a história de Pitágoras e do teorema
2	3 e 4	Questões usando Teorema, com figuras e múltipla escolha
3	5 e 6	Questões usando Teorema, sem figuras e com múltipla escolha
4	7 e 8	Questões usando Teorema, com figuras e abertas
5	9 e 10	Questões usando Teorema, sem figuras e abertas

Fonte: Autoria própria, 2019

Após a etapa inicial realizou-se a etapa de intervenção que contou com quatro aulas de 50 minutos para cada grupo, sendo dividida em dois tipos de aula, a tradicional com apresentação expositiva dos conteúdos, apresentação de exemplos e listas de exercícios resolvidas em grupos (Grupo B); e outra através de investigação matemática, onde teve-se apresentação do conteúdo, logo após separação dos grupos para iniciar a investigação matemática (Grupo A). Neste momento os estudantes foram expostos a diversos casos de aplicabilidade do teorema de Pitágoras e através de fichas deveriam anotar e selecionar os aspectos comuns e conjecturas acerca destes problemas.

A primeira observação deste momento foi a diferença de interação entre os estudantes, apesar de terem sido divididos em equipes os grupos apresentaram diferença quando o Grupo A demonstrou mais interação para discussão dos casos, o Grupo B apresentou maior individualidade por parte dos participantes.

Durante essas quatro aulas os grupos puderam desenvolver conhecimentos diversos a respeito do Teorema de Pitágoras através de listas de exercícios ou de situações problemas, pré-escolhidos, onde cada um configurava-se de acordo com a metodologia proposta para o



grupo ao qual foi aplicado. O objetivo desta etapa foi de exposição do teorema e suas aplicabilidades, tendo sido alcançado nos dois grupos (A e B).

Após o processo de intervenção, iniciou-se a etapa de finalização, onde os estudantes foram expostos a um segundo questionário, bem parecido com o inicial, onde puderam aplicar seu conhecimento atinente ao teorema de Pitágoras, de forma individual. Esse novo questionário, chamado questionário final, com dez questões, dotado de cinco níveis foi entregue aos estudantes para que fossem resolvidos durante uma aula o que equivale a 50 minutos.

Este instrumento foi dividido nos mesmos cinco níveis (tabela 1), tal qual o inicial e teve por objetivo quantificar o conhecimento adquirido durante a intervenção, deste modo os estudantes puderam expressar concretamente o que foi absorvido do assunto exposto nas duas modalidades trabalhadas (tradicional e Investigativa).

Os resultados e comparativos desta etapa são apresentados em seguida, onde são tratados e realizam-se as observações que se inicialmente foram levantadas neste experimento

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para analisar os resultados, confrontamos os dados coletados inicialmente (questionário inicial) e os resultados do questionário pós-intervenção (questionário final). Todos os dados a seguir são tratados de forma percentual. Para melhor entendimento é necessário lembrar que os dois grupos foram divididos em A e B. Trata-se, em seguida, os resultados nível a nível.

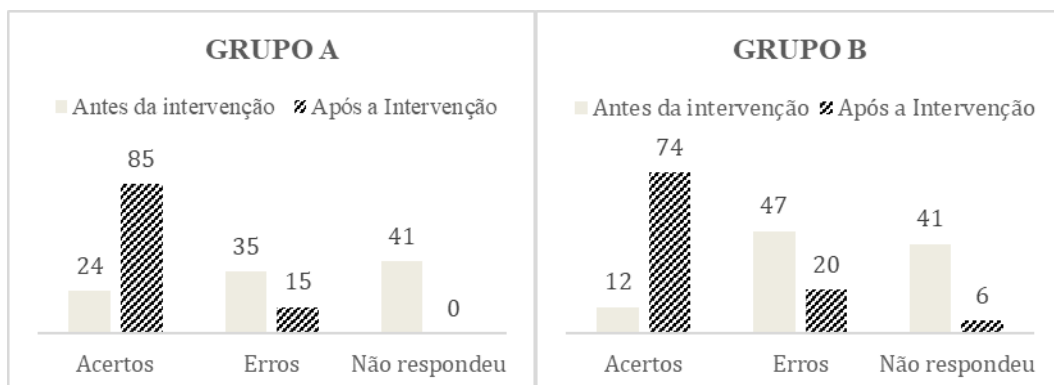
NÍVEL 1

Neste nível os resultados colhidos apresentam um crescimento proporcional de ambos os grupos independentemente do modo como o conteúdo é abordado. Os acertos tiveram crescimento de mais de 60% nos dois grupos; os erros foram reduzidos, também em ambos os grupos, partindo de 35% para 15% no A e de 47% para 20% no B; as respostas em branco foram zeradas no Grupo A e reduzidas a 6% no B. Como se tratam de questões da historicidade do teorema e de Pitágoras, o conhecimento para responder essas questões baseia-se na parte teórica apresentada aos estudantes, onde ambos foram abordados de forma



tradicional com explicação e apresentação de vídeos sobre a história da matemática e o teorema.

Figura 1: Comparativo de acertos, erros e questões sem respostas do nível 1, antes e após a intervenção nos grupos A e B, em percentuais.

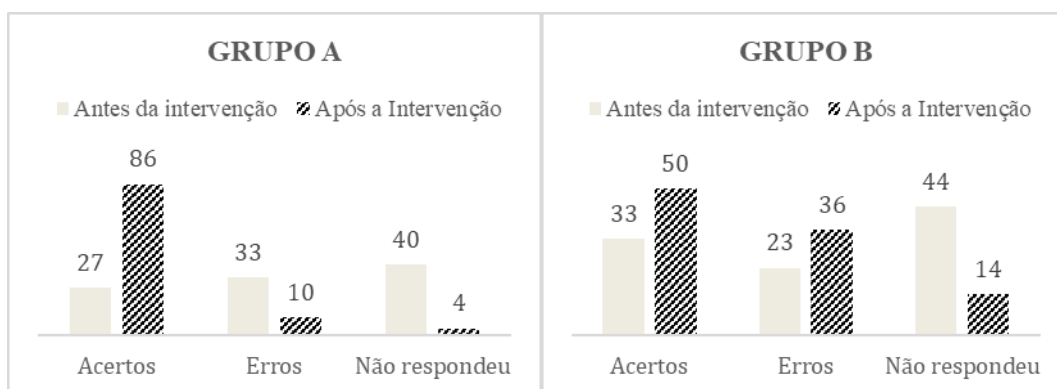


Fonte: Autoria própria, 2017

NÍVEL 2

Neste nível pode-se observar uma melhora superior nas respostas corretas do Grupo A (27% para 86%) em relação ao B (33% para 50%), enquanto as respostas erradas do Grupo A (33% para 10%) reduziram para menos de 1/3, no grupo B (23% para 36%) aumentaram comparadas ao percentual inicial. O índice de alunos que não sabem os deixou em branco também foi bem reduzido nos grupos A (40% para 4%) e B (44% para 14%).

Figura 2: Comparativo de acertos, erros e questões sem respostas do nível 2, antes e após a intervenção nos grupos A e B, em percentuais



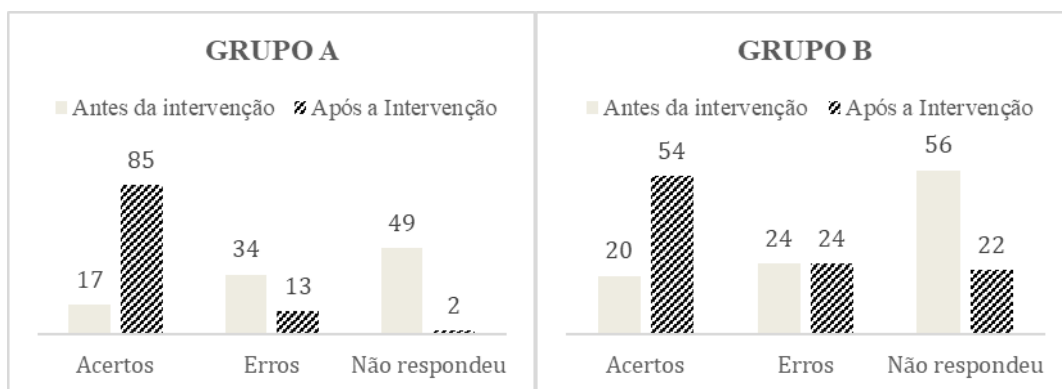
Fonte: Autoria própria, 2017

NÍVEL 3



O Nível 3 seguiu a tendência do anterior, onde o crescimento percentual de acertos foi maior no grupo A (17% para 85%), porém, apesar de apresentar mesmo percentual de erro (24%) antes e após a intervenção o grupo B conseguiu um crescimento maior (20% para 54%) em relação ao item anterior; houve também redução dos erros no grupo A (33% para 13%); o percentual dos estudantes que não souberam ou não responderam também foi reduzido em ambos os grupos (de 49% para 2% no A e de 56% para 22% no B).

Figura 3: Comparativo de acertos, erros e questões sem respostas do nível 3, antes e após a intervenção nos grupos A e B, em percentuais



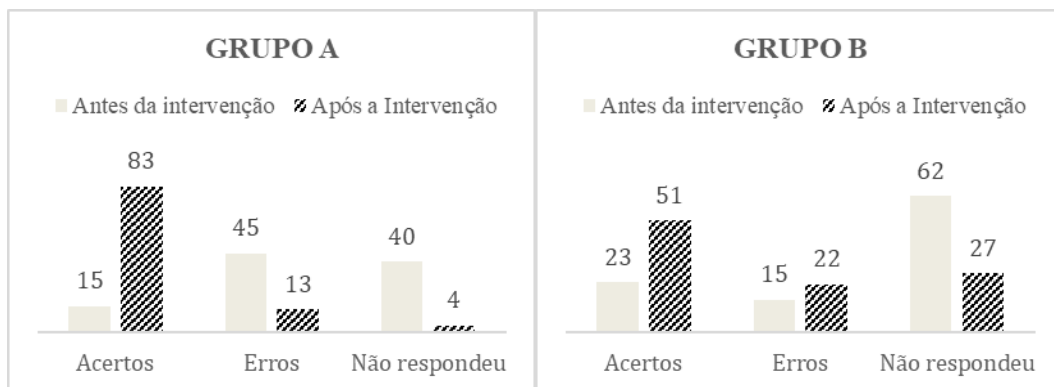
Fonte: Autoria própria, 2017

NÍVEL 4

Neste nível também se observa percentuais que seguem a mesma tendência, os acertos do Grupo A (15% para 83%) crescem muito mais que os do B (23% para 51%) após as intervenções; enquanto isso o número de erros neste nível reduz para o A (45% para 13%) e aumentam para o B (15% para 22%).

Neste nível, o índice de respostas em branco cai mais consideravelmente no grupo A (40% para 4%) enquanto permanece ainda alto no B (62% para 27%).

Figura 4: Comparativo de acertos, erros e questões sem respostas do nível 4, antes e após a intervenção nos grupos A e B, em percentuais



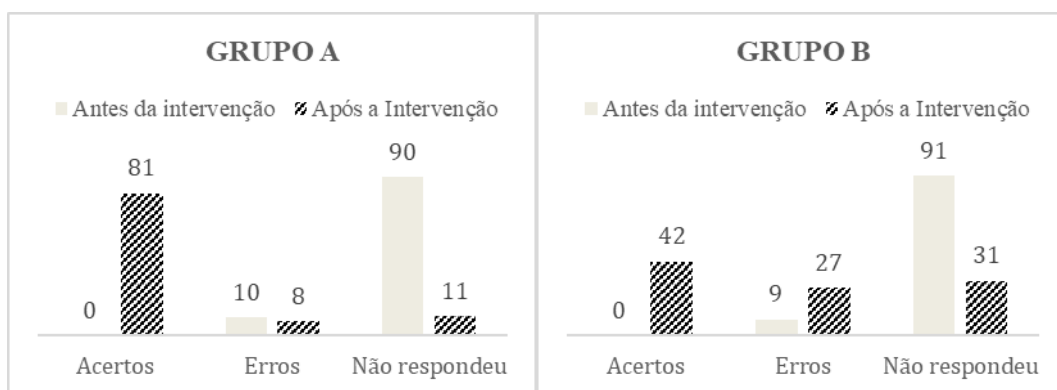


Fonte: Autoria própria, 2017

NÍVEL 5

Este foi o nível mais destoante dos analisados, onde no questionário inicial nenhum dos estudantes conseguiu responder corretamente às questões, mas apresentou altos índices de acertos após as intervenções. Neste item também se percebe o quanto o grupo A (zero para 81%) melhorou em relação ao B (zero para 42%), chegando a quase o dobro do percentual de acertos.

Figura 5: Comparativo de acertos, erros e questões sem respostas do nível 5, antes e após a intervenção nos grupos A e B, em percentuais



Fonte: Autoria própria, 2017

Outro aspecto que se observa é a redução no percentual de estudantes que não souberam responder antes e após a intervenção, chegando a 79 pontos percentuais de diferença no grupo A e 60 pontos no B. Persistiram ainda os erros em ambos os grupos, chegando a crescer no grupo B (9% para 27%) e reduzir apenas 2 pontos no A (10% para 8%)

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O resultado geral apresentado abaixo demonstra que as intervenções realizadas nos dois grupos surtiram uma melhora no nível de conhecimento dos estudantes, porém este índice obteve maior crescimento no GRUPO A onde a intervenção com investigação matemática foi utilizada, partindo de 17% para 84% de acertos no geral, enquanto no GRUPO B partiu de 18% para 48%.



Outro dado que se pode destacar é o número de questões resolvidas de forma errônea pelos dois grupos, onde o A conseguiu reduzir para menos da metade (31 para 12%) enquanto o B teve um leve aumento deste total (24 para 26%). Os dados referentes aos estudantes que deixaram em branco ou não souberam resolver também é bem equivalente no inicial e bem discrepante após a intervenção, onde o Grupos A reduziu de 52 para 4% e o Grupo B de 59 para 26%.

Diante dos resultados obtidos podemos ratificar o pensamento inicial dos componentes do grupo de que a utilização de metodologia diferenciada pode influenciar no rendimento do aprendizado dos estudantes. Diante da discrepância de alguns resultados podemos observar que houve melhoras muito significantes no Grupo A em relação ao grupo B, após uso de abordagens ativa de investigação matemática.

Neste experimento pudemos observar que diante de uma metodologia diferenciada, neste caso uma investigação, os estudantes tendem a absorver melhor o conteúdo, pois trabalham com situações problemas onde precisam buscar as resoluções através de conhecimento coletivo, não apenas no mecânico método de aplicar a fórmula e encontrar o resultado, muitas vezes utilizado sem conhecimento da aplicabilidade.

A matemática está mudando e conseqüentemente as metodologias precisam tornar-se mutáveis para que se adeque as realidades socioculturais do meio onde está sendo aplicada. Neste sentido a investigação matemática surge como um componente de grande valia no ensino da disciplina visto que coloca o estudante como protagonista do seu saber.

REFERÊNCIAS

BRUM, Maria Gorete Nascimento; BISOGNIN, Eleni Atividades Investigativas no Ensino de Matemática: relato de uma experiência. In: Congresso Nacional de Educação matemática, 2011, Ijuí-RS. Revista CNEM. IJUÍ: Editora da UNIJUÍ. V.1. p. 1-10

CARVALHO, Tatiana; ROQUE; J. B. P. F. Tópicos de história da matemática. 1. ed. Rio de Janeiro: Sociedade brasileira de matemática, 2012. v. 1. 466p.

CORRADI, Daian Katiuscia Santos; Investigações matemáticas, Revista da Educação matemática da UFOP, Vol I, 2011. Disponível em <<http://www.cead.ufop.br/jornal/index.php/redumat/article/ViewFile/346/303>> Acessado em 05/11/2020.

COSTA, Leticia Vieira de Oliveira. Educação matemática, origem, características e perspectivas in IX ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, Belo Horizonte – MG, 2007.



LORENZATO, Sergio Aparecido. Porque não ensinar geometria? In: A educação Matemática em Revista. Blumenau: SBEM , ano III, n. 4, 1995, p 3-13.

GUERRA, E. D. M.; MEDEIROS, K. M. (Re)descobrimo o Teorema de Pitágoras> Uma abordagem utilizando investigações matemáticas e material concreto. In: VII Encontro Paraibano de Educação Matemática, 2012, João Pessoa.

PARÂMETROS PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA DO ESTADO DE PERNAMBUCO: Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio. 2012. Governo do estado de Pernambuco.

PIAGET, Jean. Psicologia e pedagogia. Tradução de Dirceu Accioly Lindoso e Rosa Maria Ribeiro da Silva. São Paulo e Rio de Janeiro: Editora Forense, 1970.

PONTE, Joao Pedro; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Helia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 3. ed. Belo Horizonte: Autentica, 2003.

TEODORO, F. P.; BELINE, W.; investigação matemática em sala de aula na educação básica: Um estudo com alunos do 3º ano do ensino médio. In: VII Encontro de Produção Científica e Tecnológica, 2013, Campos Mourão. VII Encontro de Produção Científica e Tecnológica, 2013