ISSN 2525-3999
www.conapesc.com.br

SUDOKU E OPERAÇÕES BINÁRIAS: É POSSÍVEL ENCONTRAR UMA INTERSEÇÃO?

Celine Ingrid Gomes dos Santos[1]
Thyago Santos de Souza[2]

INTRODUÇÃO

O Sudoku é um jogo de lógica (puzzle), em formato de tabuleiro, geralmente encontrado no formato papel, em jornais e revistas, por exemplo, ou, ainda, em diversos sites da internet. Esse passatempo dispõe, em sua configuração mais comum, de 9 linhas e 9 colunas, que somam, assim, 81 espaços. O objetivo principal do puzzle é preencher cada lacuna do tabuleiro com os algarismos da base decimal, ou seja, de 0 a 9, de modo que não haja repetição de algarismos por linha ou coluna.

Mais adiante, no âmago deste trabalho, iremos construir uma ponte, ligando algumas definições e propriedades da Álgebra ao Sudoku, propondo ao professor, com efeito, uma abordagem mais didática no ensino da Matemática.

METODOLOGIA

Este trabalho fora desenvolvido em um projeto de Iniciação Científica, intitulado "Introdução à Teoria de Anéis" e vinculado ao Programa de Educação Tutorial (PET) – Matemática e Estatística, da Universidade Federal de Campina Grande.

A metodologia utilizada para desenvolvimento do presente trabalho fora pesquisa bibliográfica, em um livro de Álgebra e um trabalho encontrado nos anais de um congresso científico. Foram analisados, desde o início, os tópicos existentes nas obras citadas para, então, ocorrer a seleção dos que possuíam maior relevância para o contexto da pesquisa.

O sistema que empregamos para o estudo do assunto fora o mesmo utilizado no projeto de Iniciação Científica: exposições semanais de seminários sobre o tema. Com a análise desses materiais, fora possível construir os fundamentos necessários para o desenvolvimento deste trabalho.

---

[1] Graduanda do curso de Matemática, da Universidade Federal de Campina Grande – UFCG, e bolsista do PET – Matemática e Estatística – celineingridgomess@hotmail.com
[2] Professor orientador: Doutor, Universidade Federal de Campina Grande – UFCG, thyago@mat.ufcg.edu.br

ISSN 2525-3999
www.conapesc.com.br

REFERENCIAL TEÓRICO

Segundo Felix e Grebot (2013), o Sudoku, apesar da simplicidade de suas regras – baseadas na disposição lógica dos algarismos em linhas e colunas, contribui demasiadamente para a formação das argumentações lógicas dos alunos, uma vez que é possível aplicar tais regras à Matemática.

Fundamentados nesse ponto de vista, iremos apresentar, inicialmente, algumas propriedades básicas que uma operação binária pode verificar. Essas serão necessárias para, a posteriori, criarmos uma correspondência entre a Álgebra e o Sudoku e, então, poder aplica-las ao ensino superior.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A definição e propriedades que serão apresentadas nesta seção estão disponíveis em Domingues e Iezzi (2003).

Definição de operação: Seja E um conjunto não vazio. Toda função do tipo $f: E \times E \to E$ recebe o nome de $operação\ sobre\ E$ ou $lei\ de\ composição\ interna\ sobre\ E$. Indicaremos por $x * y$ a função f sobre E, que associa a cada par $(x, y) \in E \times E$ a um elemento de E.

Propriedades que a operação $*$ pode verificar

1. Propriedade comutativa: A operação $*$ goza da $propriedade\ comutativa$ se

$$x * y = y * x, \forall\, x, y \in E.$$

2. Elemento neutro: Se existe $e \in E$ que verifique $e * x = x = x * e$, para todo $x \in E$, dizemos que e é um $elemento\ neutro$ para a operação $*$.

3. Elementos simetrizáveis: Se $*$ é uma operação que possui elemento neutro e, dizemos que $x \in E$ é um $elemento\ simetrizável$ para a operação $*$ se existir $x' \in E$ tal que

$$x' * x = e = x * x'.$$

4. Elementos regulares: Dizemos que $a \in E$ é um $elemento\ regular$ à $esquerda$ quando, para quaisquer $x, y \in E$ tais que $a * x = a * y$, vale $x = y$.

Da mesma maneira, dizemos que $a \in E$ é um $elemento\ regular$ à $direita$ quando, para quaisquer $x, y \in E$ tais que $x * a = y * a$, vale $x = y$.

Quando as duas condições são verificadas simultaneamente, dizemos que $a \in E$ é um $elemento\ regular$.

ISSN 2525-3999
www.conapesc.com.br

Tábua de Operação

Seja E um conjunto finito com n elementos. Uma operação sobre E que associa o par (a_i, a_j) a um a_{ij} pode ser representada por meio de uma tabela de dupla entrada.

Marcamos, na linha e coluna fundamental da tabela, os elementos que pertencem ao conjunto E. Chamamos de i-ésima linha àquela que começa por a_i. Analogamente, chamamos de j-ésima coluna àquela que começa por a_j. Na interseção da i-ésima linha com a j-ésima coluna, encontra-se o composto a_{ij}, com $i, j \in \{1,2,3, \dots, n\}$.

↓ j-ésima coluna

← Linha fundamental

*	a_1	a_2	...	a_i	...	a_j	...	a_n
a_1								
a_2								
...								
a_i						a_{ij}		
...								
a_j								
...								
a_n								

i-ésima linha →

Composto de a_{ii}

↑ Coluna fundamental

Verificando as propriedades por meio da tábua de operações

1. **Propriedade comutativa:** Os elementos a_{ij} e a_{ji} ocupam posições simétricas em relação à diagonal formada pelos compostos a_{11}, $a_{22}, \dots, a_{nn}$. Aqui, iremos chamá-la de diagonal principal.

*	a_1	a_2	...	a_i	...	a_j	...	a_n
a_1	a_{11}							
a_2		a_{22}						
...			...					
a_i				a_{ii}		a_{ij}		
...					...			
a_j				a_{ji}		a_{jj}		
...							...	
a_n								a_{nn}

Elementos iguais

Diagonal principal

ISSN 2525-3999
www.conapesc.com.br

2. Elemento neutro: Uma operação $*$ tem neutro quando existe um elemento cuja linha e coluna são iguais à linha e coluna fundamentais, respectivamente.

$*$	a_1	a_2	...	e	...	a_n
a_1				a_1		
a_2				a_2		
...				...		
e	a_1	a_2	...	e	...	a_n
...				...		
a_n				a_n		

Linhas iguais

Colunas iguais

3. Elementos simetrizáveis: Um elemento a_i é simetrizável quando o elemento neutro surge pelo menos uma vez na linha i e na coluna i, ocupando posições simétricas relativamente à diagonal principal. Em outras palavras: quando $a_i * a_j = e = a_j * a_i$.

	a_1	...	a_i	...	a_j	...	a_n
a_1							
...							
a_i					e		
...							
a_j			e				
...							
a_n							

4. Elementos regulares: Na tábua de operações, podemos observar que um elemento a é regular quando o composto dele com quaisquer dois outros elementos, tanto à esquerda quanto à direita, resulta em elementos diferentes. Ou seja, a é regular quando sua linha e sua coluna não há repetição de elementos.

Sabendo disso, podemos criar um paralelo entre a Álgebra e o Sudoku. Anteriormente, fora dito que, nas regras do puzzle, é necessário que não haja repetição de algarismos da base decimal por linha ou coluna, o que se assemelha à disposição dos elementos regulares na tábua de operações.

ISSN 2525-3999
www.conapesc.com.br

Vejamos, então, um exemplo, extraído e adaptado dos exercícios presentes na obra de Domingues e Iezzi (2003), de como essa propriedade de operação pode ser aplicada e sua semelhança com o jogo:

Exemplo: Construa a tábua da operação $*$ sobre o conjunto $E = \{a, b, c, d\}$, de modo que:

1. b é o elemento neutro;
2. O simétrico de a é a;
3. O simétrico de c é d;
4. $a * c = d$;
5. Todos os elementos de E são regulares.

Resolução: Primeiramente, como o elemento neutro é b, podemos igualar a linha e coluna de b às fundamentais:

$*$	a	b	c	d
a		a		
b	a	b	c	d
c		c		
d		d		

Agora, como o simétrico de a é a e o de c é d, podemos colocar, nas células desses compostos, o elemento neutro. Além disso, na célula do composto de a e c, podemos dispor o d:

$*$	a	b	c	d
a	b	a	d	
b	a	b	c	d
c		c		b
d		d		

Por fim, como temos a informação de que todos os elementos são regulares, podemos completar os espaços restantes, de modo que não haja repetição de elementos por linha ou coluna, assim como no puzzle Sudoku:

$*$	a	b	c	d
a	b	a	d	c
b	a	b	c	d

ISSN 2525-3999
www.conapesc.com.br

c	d	c	a	b
d	c	d	b	a

Portanto, fora mostrado que, de forma lúdica, com o auxílio de jogos como o Sudoku, é possível dinamizar as aulas de Matemática. Dessa forma, através de práticas pedagógicas como o uso de puzzles em sala, o professor poderá melhorar o desempenho dos alunos e contribuir significativamente para o processo de aprendizagem na academia, sobretudo, nas aulas de Estruturas Algébricas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em suma, como fora apresentado neste trabalho, é possível utilizar o Puzzle Sudoku em sala de aula, no ensino da regularidade dos elementos de um conjunto finito, dispostos em uma tábua de operações. No entanto, pode ter sido despertada, no leitor, a curiosidade de como seria a aplicação de outras propriedades de operações binárias à tábua de operação, como, por exemplo, a propriedade associativa.

Na obra de Domingues e Iezzi (2003), há mais detalhes quanto às aplicações citadas. Deixamos a cargo do leitor interessado, a procura e leitura desses tópicos, bem como a possibilidade de mostrar de que forma essas propriedades podem ser aplicadas ao jogo e, posteriormente, à sala de aula.

Palavras-chave: Operações binárias, Regularidade de elementos, Sudoku.

REFERÊNCIAS

DOMINGUES, Hygino H; IEZZI, Gelson. *Álgebra Moderna*. 4 ed. reform. São Paulo: Atual, 2003.

FELIX, Angélica; GREBOT, Guy. O SUDOKU COMO FERRAMENTA PARA O DESENVOLVIMENTO DE REGRAS DE LÓGICA NA AULA DE MATEMÁTICA. *In*: VII Congresso Iber-Americano de Educação Matemática. Montevidéu: [*s. n.*], 2013.