



EXPLORANDO TAREFAS DE INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA NA LICENCIATURA

Marília Lidiane Chaves da Costa

Universidade Estadual da Paraíba/ marilialidiane@gmail.com

Resumo: Esse artigo traz uma discussão acerca da realização de aulas de investigações matemáticas em um curso de formação inicial de professores de matemática. Inicialmente buscamos trazer alguns apontamentos teóricos acerca do conceito de investigações matemáticas e de como utilizar essa abordagem em sala de aula. Para tanto, buscamos suporte nos trabalhos de Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) e Varizo e Magalhães (2016), os quais permitiram a obtenção de um referencial sólido sobre o conceito estudado. A seguir, descrevemos uma sequência de aulas baseadas em atividades investigativas realizadas durante uma disciplina da Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, Campus VI, Monteiro, PB. Nosso objetivo foi o de mostrar aos futuros professores as contribuições que as aulas baseadas em investigações matemáticas podem trazer à sua formação profissional no sentido de contribuir positivamente em práticas futuras que se distanciem de um modelo mais tradicional de ensino da Matemática e se aproximem de metodologias que produzam uma aprendizagem com compreensão por parte dos alunos. Os resultados indicam que os licenciandos tiveram uma boa aceitação da metodologia explorada, aspectos como motivação e criatividade na realização das tarefas ficaram mais evidentes no decorrer da disciplina.

Palavras – chave: Investigações Matemáticas, Formação Inicial de Professores, Educação Matemática.

1. Introdução

O trabalho com a formação inicial de professores de matemática impõe cada vez mais novos desafios aos professores que atuam nesses cursos, em especial porque a sociedade está mudando, e conseqüentemente, o aluno imerso nessa sociedade informatizada e global não mais se satisfaz com práticas de ensino baseadas na memorização de conteúdos e aplicações de fórmulas desconectadas e sem sentido. Embora muitos educadores matemáticos já estejam convictos de que métodos antigos não servem mais para educar esse novo perfil de aluno, a universidade ainda caminha a passos lentos no sentido de modificar esse aparente descompasso.

A visão de que a matemática é uma ciência pronta, perfeita e acabada ainda é muito presente no quadro atual que caracteriza seu ensino. Segundo Carvalho (2011), esse entendimento de que a Matemática é uma área do conhecimento pertencente apenas ao mundo das ideias e que serve de modelo para as demais ciências gera dois problemas ainda mais graves: a imposição autoritária do



conhecimento matemático por um professor que à princípio sabe de tudo em detrimento de um aluno passivo, que chega a escola vazio de conhecimento; e a de que o sucesso na matemática é um critério avaliador da inteligência reservado a poucos alunos com mentes privilegiadas.

Entretanto, essas visões que permeiam o ensino da matemática não se justificam quando consideramos que o conhecimento é algo em constante construção. Nesse sentido, é preciso que as instituições de ensino básico e superior estejam cada vez mais envolvidas num processo de mudança, atualização e diversificação de práticas de ensino de matemática capazes de envolver o aluno de modo mais ativo na construção do seu próprio conhecimento. Essa diversificação de práticas de ensino deve priorizar, sobretudo, a compreensão dos conceitos matemáticos estudados pelo aluno e o estabelecimento de relações entre os conteúdos matemáticos com sua vivência e necessidades cotidianas.

Baseados nesse contexto, optamos por apresentar uma discussão sobre a realização de investigações matemáticas em uma turma de alunos/licenciandos que estão cursando a disciplina ‘Investigação em Educação Matemática na sala de aula’, componente curricular eletiva da Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, Campus VI, Monteiro, Paraíba. Objetivo foi o de mostrar a esses futuros professores as contribuições que as aulas investigativas podem trazer à sua formação profissional, com vistas a contribuir positivamente em práticas futuras capazes de incentivar a aprendizagem com compreensão por parte dos alunos.

2. Aspectos Teóricos

A realização de investigações matemáticas como estratégia de ensino e de aprendizagem vem se apresentando e ganhando espaço na Educação Matemática como um meio eficaz no sentido de promover uma aprendizagem com compreensão a partir do trabalho com situações-problema abertas, isto é, tarefas em que o aluno tem uma liberdade muito maior em compreender o que está sendo proposto e na exploração dos caminhos para se chegar às possíveis soluções das tarefas. Os Parâmetros Curriculares Nacionais, publicados em 1998, já faziam menção a importância da realização de atividades de investigação e pesquisa no ensino e na aprendizagem da Matemática (BRASIL, 1998).

Conforme Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p. 13) “investigar é procurar conhecer o que não se sabe”, isto é, consiste no ato de buscar informações acerca de algo que a priori não se tem conhecimento. Para os matemáticos profissionais, “investigar é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando encontrar as respectivas propriedades” (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2009, p. 13). Uma investigação matemática envolve



processos de criação, tentativas e erros, acontecimentos muitas vezes inesperados, interação entre os indivíduos e desenvolve-se a partir de um problema ou mais problemas, os quais o investigador se propõe a resolver (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2009). Daí, alguns educadores matemáticos considerarem que há uma estreita relação entre Investigação Matemáticas e Resolução de Problemas.

Contudo, para Ernest (1996, p. 31) “a resolução de problemas permite ao aluno aplicar a sua aprendizagem criativamente, numa nova situação, mas o professor ainda mantém muito do seu controle sobre o conteúdo e o modo de ensinar”. Sendo assim, na Resolução de Problemas o professor traz um problema pronto para o aluno que deve lançar mão de conhecimentos já existentes para se chegar a uma solução. Já na investigação matemática, o professor traz uma situação de partida onde o aluno formula problemas, elabora conjecturas e tenta resolver o problema de forma mais livre e espontânea, chegando muitas vezes a resultados inesperados até para o próprio professor.

Ainda de acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p. 20),

[...] a realização de uma investigação matemática envolve quatro momentos principais. O primeiro abrange o reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões. O segundo momento refere-se ao processo de formulação de conjecturas. O terceiro inclui a realização de testes e o eventual refinamento das conjecturas. E, finalmente, o último diz respeito à argumentação, a demonstração e avaliação do trabalho realizado.

Esses momentos podem ocorrer de modo simultâneo, de forma que no momento da investigação eles se entrelacem num movimento de vai e volta. Dito isso, o professor assume papéis essenciais em cada um desses momentos, os quais englobam atitudes como desafiar os alunos, articular e racionar matematicamente, moderar situações inesperadas ou que gerem dificuldades, apoiar o trabalho dos alunos e, sobretudo, se conter para não apresentar a resposta pronta ao aluno, já que numa investigação não é devido conduzir os alunos a respostas imediatas, do contrário, é necessário deixar espaço para interpretações, questionamentos, formulação e teste de conjecturas a fim de favorecer a criação de um ambiente de exploração matemática.

Na fase de arranque de uma investigação é essencial que os alunos sejam motivados a explorar a tarefa que lhes foi apresentada. Por isso é importante que o professor planeje bem a escolha da tarefa a ser realizada pelos alunos para que não seja algo muito trivial, já que dessa forma a investigação não teria sentido posto que os alunos solucionariam o problema muito facilmente. Outro cuidado que o professor deve ter é o de não apresentar uma tarefa que não faça



sentido para os alunos, exigindo conhecimentos e habilidades que ainda não estão ao alcance deles. A tarefa proposta deve ser desafiadora no sentido de instigar os alunos na busca pelas soluções.

Falando em soluções, no processo de investigação matemática não se deve atribuir o êxito ou não do aluno baseando-se apenas na resposta final para o problema proposto, isto é, mais importante que o produto final é o processo percorrido pelo aluno para se chegar a este produto. Ao buscar a solução do problema o aluno deverá fazer uso do raciocínio lógico, deverá testar hipóteses, fazer conjecturas, realizar cálculos matemáticos, pensar geometricamente, estabelecer relações entre objetos matemáticos de naturezas diferentes, dentre outros. Esse caminho percorrido pelo aluno compõe toda a riqueza do trabalho investigativo.

Outro momento essencial numa investigação matemática em sala de aula é a socialização do conhecimento. O trabalho com grupos de alunos possibilita momentos importantes de interação e troca de experiências, num ambiente de partilha e colaboração, onde os alunos poderão aperfeiçoar as respostas encontradas a partir das trocas entre os pares, corrigindo falhas, conhecendo outros processos para se chegar a uma mesma solução e discutindo as limitações e dificuldades encontradas durante esse processo.

3. Metodologia e Resultados

A metodologia está baseada na aplicação de três tarefas, realizadas em três aulas sequenciais, que caracterizam questões de investigação sobre padrões numéricos. Descrevemos a seguir cada uma das tarefas bem como os resultados obtidos.

3.1. Tarefa 01

A primeira tarefa que trabalhamos nas aulas de investigações foi retirada do trabalho de Strapason e Bisogni (2010) publicado nos Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática (X ENEM), realizado em Julho de 2010, em Salvador, Bahia. A tarefa foi a seguinte:

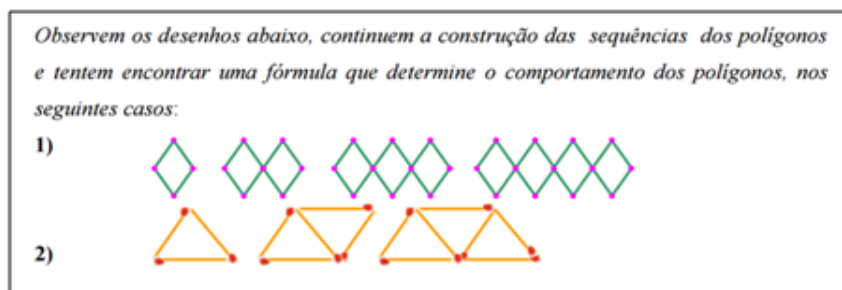


Figura 01 - Tarefa 01

Resultados e Discussão sobre a Tarefa 01

Realizaram a Tarefa 01 um total de 17 alunos, que se dividiram em grupos com 3 e 2 membros (6 grupos). De modo geral observamos que a turma não encontrou dificuldades em



encontrar a regularidade nos padrões numéricos apresentados nos dois itens da questão, isto é, todos os grupos conseguiram identificar que no item 1 da tarefa o padrão numérico se refere aos múltiplos de 4 (exceto o 0), e no item 2, o padrão refere-se aos números ímpares (exceto o 1).

Observamos que os alunos ficaram com muitas dúvidas ao iniciar a questão e na plenária houveram opinião bem diversificadas com relação ao comportamento desses valores do item 1: 2 grupos utilizaram como justificativa o conceito de Progressão Aritmética de razão 4, 2 grupos usaram como justificativa os múltiplos de 4, 2 grupos falaram que se tratavam de números pares. Apenas 2 grupos conseguiram generalizar o resultado do item 1 para n polígonos, obtendo $4n$ como resultado para o número de palitos necessários; Em relação ao item 2, 2 grupos falaram se tratar de uma P.A. de razão igual a 2 e os 4 grupos restantes identificaram se tratar de números ímpares. Não houve generalização do resultado no item 2, isto é, nenhum grupo conseguiu chegar ao resultado $2n + 1$, com $n > 0$, para o número de palitos necessários na construção de n polígonos.

Tendo em vista que essa turma já tem experiência com generalização de múltiplos de 4 e números ímpares, já estudados em outros componentes da licenciatura, o fato dos mesmos apresentarem tanta dificuldade em chegar nos resultados $4n$ e $2n+1$ demonstra que os alunos não estão familiarizados com esse tipo de aula, onde se parte de uma questão aberta em que o professor não oferece muitas pistas de como encontrar sua solução. Conforme assegurado por Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p. 48), “a situação mais familiar na aula de matemática é a procura de respostas para questões colocadas pelo professor”, daí os alunos estarem acostumados a serem mais afirmativos do que interrogativos, isto é, esperam que o professor lhes diga exatamente o que fazer e como fazer no sentido de obter uma resposta imediata para o problema.

3.2. Tarefa 02

A segunda tarefa apresentada à turma de licenciandos foi retirada do livro *Atividades investigativas como uma estratégia de ensino e aprendizagem da Matemática* (VARIZO; MAGALÃES, 2016) e refere-se a uma atividade sobre padrões numéricos. A tarefa é a seguinte:

Observe as seqüências das tabelas e complete com os números que estão faltando, depois determine a expressão algébrica para calcular um número qualquer da tabela:

1	6	1	-2	1/2	1	1	0
2	7	2	-1	2/2	2	2	-1
3	8	3	0	3/2	3	3	-2
4	9	?	1	4/2	?	4	?
5	10	5	2	?	5	5	-4
?	11	?	3	6/2	6	?	-5
7	12	7	4	7/2	7	x	?
t	?	q	?	?	g		

Figura 02 - Tarefa 02



Resultados e Discussão sobre a Tarefa 02

Com relação à realização da Tarefa 02, estiveram presentes 19 alunos, que se dividiram em 8 duplas e um trio, totalizando 9 grupos. As respostas para os valores numéricos ausentes na tabela foram preenchidos de modo relativamente fácil pelos grupos, entretanto, houve ainda alguns grupos que sentiram dificuldades na generalização dos resultados, a saber, o preenchimento da última linha das tabelas apresentadas. Um grupo optou por escrever as respostas obtidas, sem dar as mesmas um tratamento algébrico mais elaborado. Vejamos na resposta do Grupo A:

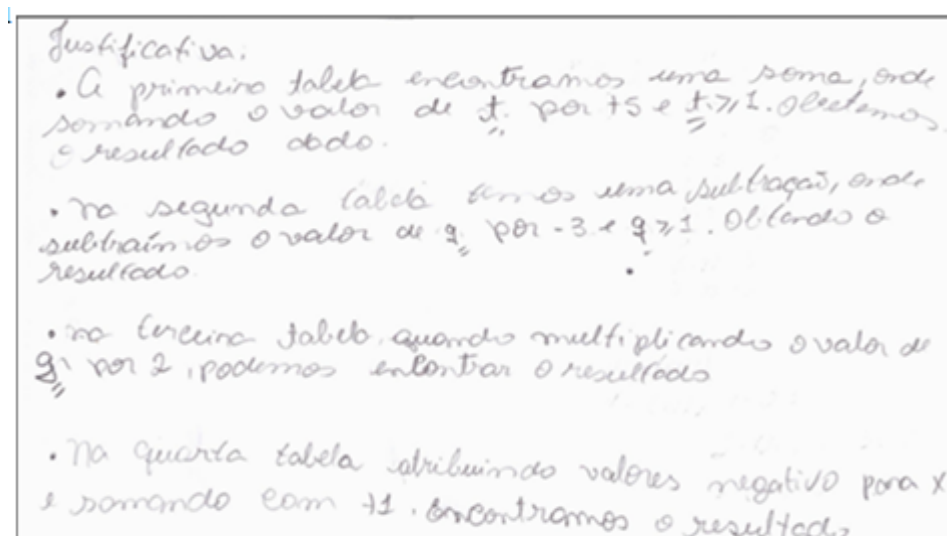


Figura 03 - Respostas elaboradas pelo Grupo A

Entretanto, ao contrário da primeira tarefa em que os grupos não conseguiram escrever suas respostas numa linguagem matemática formal, na exploração dessa segunda tarefa a maioria dos alunos/licenciandos demonstrou mais maturidade em proceder na busca pelas soluções, utilizando uma linguagem matemática estruturada e um tratamento algébrico mais elaborado. A partir da análise das respostas, consideramos que o desempenho dos grupos nessa atividade foi bastante satisfatório.

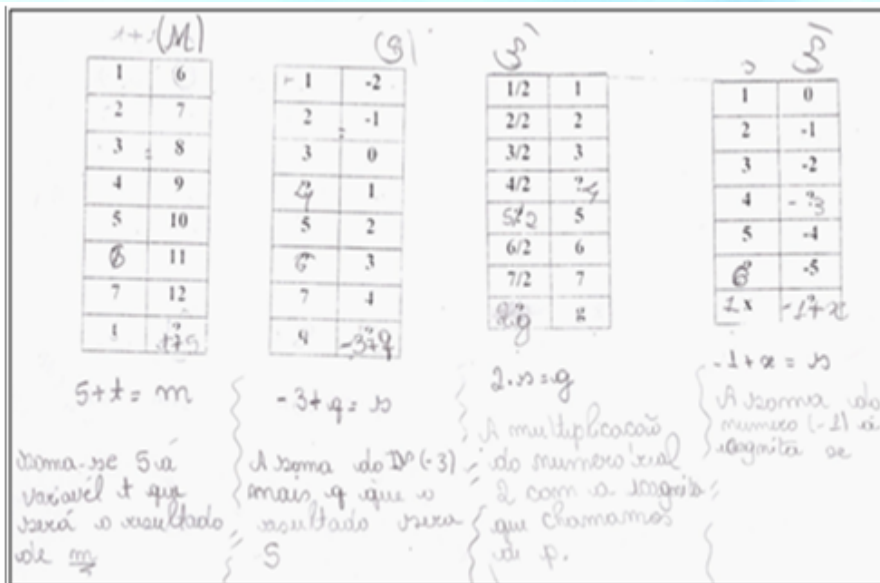


Figura 04 - Respostas obtidas pelo Grupo B

O grupo C, conseguiu fazer um tratamento envolvendo o conceito de função, daí as respostas foram escritas utilizando a notação correspondente, como demonstrado na figura 3.

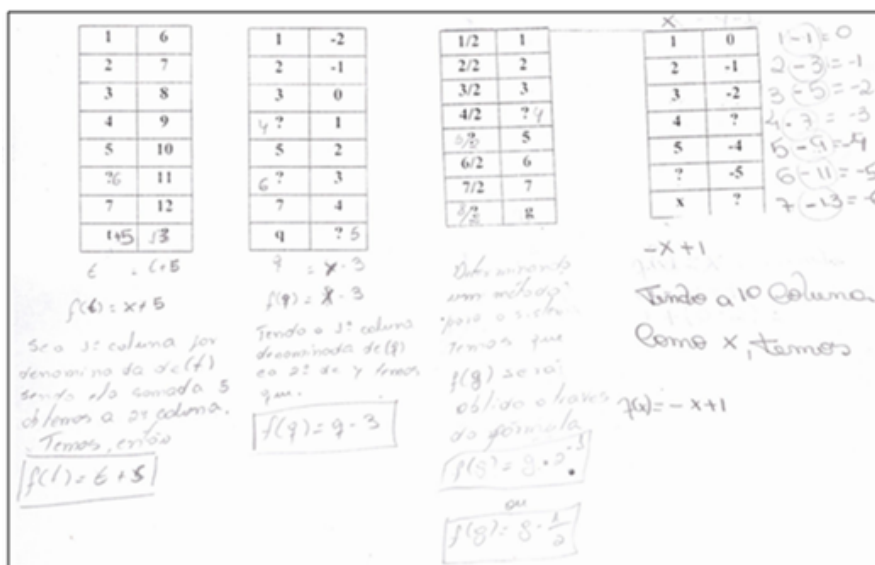


Figura 05 - Respostas obtidas pelo Grupo C

3.3. Tarefa 03

A tarefa 03 também foi retirada do livro *Atividades investigativas como uma estratégia de ensino e aprendizagem da Matemática* (VARIZO; MAGALHÃES, 2016) e relaciona padrões numéricos com formas geométricas. A questão foi a seguinte:



1. Descubra a quantidade de palitos para construir os seguintes triângulos

a) um triângulo

b) dois triângulos

c) três triângulos

d) quatro triângulos

e) cinco triângulos

f) um número qualquer de triângulos

2. Descubra a quantidade de palitos para construir os seguintes hexágonos

a) um hexágono

b) dois hexágonos

c) três hexágonos

d) quatro hexágonos

e) um número qualquer de hexágonos

Figura 06 - Tarefa 03

Resultados e Discussão sobre a Tarefa 03:

Essa questão apresenta um modelo similar à Tarefa 01, porém, nesse momento, os alunos/licenciandos já estão mais familiarizados com o processo de investigação matemática em sala de aula e, conseqüentemente, ao aplicarmos a Tarefa 03 esperávamos que os grupos elaborassem suas soluções a partir de uma visão mais criativa do problema proposto e baseando suas justificativas numa linguagem algébrica mais formal. De fato, os resultados obtidos apontam para um grau maior de justificação matemática em relação às tarefas anteriores, conforme podemos perceber nas figuras abaixo:

Observações:
Para construir um triângulo é preciso 3 palitos
Para construir dois triângulos temos uma razão igual a 2, porque acrescentando 2 palitos podemos construir os próximos triângulos.
Para qualquer triângulo temos a seguinte expressão $2n + 1$, $n \in \mathbb{N}$.

Figura 07 - Observações feitas pelo Grupo D (Item 1 - Tarefa 03)



• Para construir um hexágono é preciso 6 palitos.

Para qualquer hexágono temos a seguinte expressão $5n+1$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

Nº hexágonos	1	2	3	4	5	n
Nº palitos	6	11	16	21	26	$5n+1$

Para

$n=1 \Rightarrow 6 = 6 + 5 \cdot 0 = 6$
 $n=2 \Rightarrow 11 = 6 + 5 \cdot 1 = 11$
 $n=3 \Rightarrow 16 = 6 + 5 \cdot 2 = 16$
 $n=4 \Rightarrow 21 = 6 + 5 \cdot 3 = 21$
 $n=5 \Rightarrow 26 = 6 + 5 \cdot 4 = 26$

$\rightarrow 6 + 5 \cdot (n-1)$
 $6 + 5n - 5$
 $5n + 1$

Figura 08 - Observações feitas pelo Grupo D (Item 2 - Tarefa 03)

De modo geral, todos os grupos conseguiram generalizar os resultados e obter o valor de $2n+1$ para o número de palitos necessários para a construção de n triângulos, e $5n+1$ como o número de palitos necessários para construir n hexágonos, conforme proposto na Tarefa 03. Houve outras observações importantes na atividade, como por exemplo, o fato de alguns grupos analisarem geometricamente a existência de padrões na construção dos polígonos. Um dos grupos testou a resposta para o item 1 utilizando potências de base 2, mas logo refutou essa opção pois verificou que a mesma não era válida para todos os casos.

Ao final da aula os grupos socializaram as respostas obtidas e fizeram mais observações acerca das tarefas. A generalização de resultados e a justificação matemática baseada numa linguagem mais formal foi a dificuldade mais relevante apontada pelos alunos/licenciandos.

Conclusões

Esse artigo buscou enriquecer o campo de pesquisas acerca da utilização das investigações matemáticas como alternativa eficaz na exploração de problemas matemáticos em sala de aula. Nosso objetivo foi o de mostrar aos futuros professores as contribuições que as aulas baseadas em investigações matemáticas podem trazer à sua formação profissional no sentido de contribuir positivamente em práticas futuras que se aproximem de metodologias que produzam uma aprendizagem com compreensão. A experiência foi realizada em uma turma de 5º período do curso de Licenciatura em Matemática da UEPB, Campus VI, a qual ainda não havia tido qualquer tipo de contato com essa metodologia de ensino. A experiência foi realizada em uma turma de 5º período do curso de Licenciatura em



Matemática da UEPB, Campus VI, a qual ainda não havia tido qualquer tipo de contato com essa metodologia de ensino.

A realização das tarefas possibilitou aos alunos/licenciandos o contato com outra forma de abordagem de alguns conteúdos matemáticos, em especial polígonos regulares, sequências e padrões numéricos, expressões algébricas e funções. O fato de a turma nunca ter experimentado esse tipo de abordagem nas disciplinas já cursadas até então, gerou algumas dificuldades principalmente na execução da primeira tarefa. Os alunos/licenciandos não conseguiram fazer muitas conjecturas acerca do problema bem como generalizar resultados e estabelecer certos padrões numéricos. Entretanto, a segunda e terceira tarefas foram realizadas com mais facilidade pelos alunos, pois aos poucos eles foram se familiarizando com o processo investigativo, testando resultados, elaborando conjecturas, generalizando resultados e aprimorando a linguagem algébrica.

No decorrer do processo, cada vez menos os alunos solicitavam o auxílio do professor e cada vez mais assumiam uma postura mais autônoma e segura diante das tarefas. Com isso, consideramos que a experiência realizada foi bastante positiva, pois foi capaz de gerar um ambiente exploratório, baseado em um trabalho de colaboração e criatividade onde os alunos/licenciandos tiveram a oportunidade de experimentar um modelo de aula mais aberto, isto é, flexível e dinâmico. Outro aspecto importante a ser ressaltado é que os alunos se mostraram mais motivados com esse tipo de estratégia, a qual se distancia de modelos de aula mais tradicionais. Com isso, o trabalho com atividades investigativas busca contribuir com o ensino e aprendizagem da matemática, mas, sobretudo, possibilitar aos licenciandos o contato com essa metodologia que, associada à resolução de problemas, é capaz de promover mudanças significativas na sala de aula.

Referências Bibliográficas

BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais - Ensino de quinta a oitava séries: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/ SEF, 1998.

CARVALHO, D. L. **Metodologia do ensino da matemática**. – 4. ed. – São Paulo: Cortez, 2011.
ERNEST, P. Investigações, resolução de problemas e pedagogia. In: ABRANTES, P; LEAL, L. C.; PONTE, J. P. **Investigar para aprender Matemática (textos selecionados)**. Lisboa: Associação dos Professores de Matemática, 1996. p. 25-48.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigação Matemática na sala de aula**. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

STRAPASON, L. P.; BISOGNI, V. Investigação matemática na sala de aula: experiência com alunos do ensino médio sobre sucessões numéricas. **Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática (X ENEM)**. Salvador – BA, 2010.



III CONEDU
CONGRESSO NACIONAL DE
E D U C A Ç Ã O

VARIZO, Z. C. M; MAGALHÃES, A. P. A. S. Atividades investigativas como uma estratégia de ensino e aprendizagem da matemática – Curitiba: CRV, 2016.