



## **A ABORDAGEM PIAGETIANA: SITUAÇÕES DIDÁTICAS NO ESTUDO DO PLANO CARTESIANO**

Nayanne Silva Costa (1); Francisco das Chagas de Sena (2)

*Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte campus Santa Cruz-RN,  
nayanne.costa@hotmail.com<sup>(1)</sup>; senaprofessor@hotmail.com<sup>(2)</sup>*

**Resumo:** O presente artigo expõe o estudo das situações didáticas, sob a abordagem piagetiana, relacionado aos conteúdos que norteiam o plano cartesiano. Nele são apresentadas novas situações didáticas que contribuem para o aprendizado dos alunos de forma mais prazerosa, conforme o interacionismo de Jean Piaget e Guy Brousseau. Continuando, é relatada a importância do envolvimento lúdico no processo de aprendizagem e há também uma breve definição de sistema de coordenadas, além de mostrar algumas de suas aplicações no cotidiano. O artigo também apresenta resultados obtidos através de uma avaliação diagnóstica aplicada aos alunos do terceiro ano do Ensino Médio da rede pública da cidade de Santa Cruz (RN), sobre o conhecimento dos principais conteúdos correlacionados ao plano cartesiano, que auxilia os alunos a relacionar elementos geométricos e algébricos presentes em diversos contextos como localização de pontos no plano, distância entre dois pontos, ponto médio, área das figuras planas, equação da reta, entre outros devidamente explicitados no trabalho, por meio de tabela e gráficos.

**Palavras-chave:** Plano Cartesiano, Processo de Aprendizagem, Situações Didáticas.

### **Introdução**

Ao ingressar no Ensino Médio, o aluno já carrega um déficit no aprendizado da matemática, muitas vezes pela falta de profissionais qualificados no Ensino Fundamental I, resultando a não identificação com a disciplina e um baixo desempenho durante os Ensinos Fundamental II e Médio. Um levantamento feito pela ONG Todos pela Educação para o Observatório do PNE (Plano Nacional de Educação), com dados do Censo Escolar de 2013, revelou que 67,5% dos docentes do Ensino Fundamental não têm habilitação na área em que lecionam, havendo uma diminuição para 51,7% no Ensino Médio<sup>1</sup>.

De acordo com o relatório De Olho nas Metas 2013-14, divulgado no dia 2 de julho de 2015 pelo Movimento Todos pela Educação, menos de 4% dos estudantes no Rio Grande do Norte terminam o Ensino Médio dominando o conteúdo de matemática. É o segundo pior índice do

---

<sup>1</sup> Disponível em: <<http://www.todospelaeducacao.org.br/educacao-na-midia/indice/30182/professores-dao-aula-sem-preparo/>> Acesso em: 02 set. 2015



**III CONEDU**

CONGRESSO NACIONAL DE  
E D U C A Ç Ã O

Nordeste, empatado com Alagoas e melhor apenas do que o registrado no Maranhão (2,8%), e nem mesmo os Estados com os melhores resultados atingiram a meta proposta pelo Movimento Todos pela Educação, que é de 28,3%.

O problema é gravíssimo e atinge todo o país. Portanto, é necessário identificar as principais dificuldades que os alunos do Ensino Médio têm na aprendizagem de determinados conteúdos matemáticos que podem auxiliar em diversos outros conteúdos dentro dessa disciplina. Dessa forma, serão propostas ao professor do Ensino Médio algumas situações didáticas para que o aluno tenha um maior contato com os problemas e/ou objetos envolvendo a teoria piagetiana, a fim de que esse aluno assimile e acomode os conhecimentos necessários, de uma forma mais significativa e prazerosa.

Diante desses desafios, o objetivo principal desse artigo é a criação de novas situações didáticas que contribuam para a aprendizagem dos alunos, referentes aos conteúdos que envolvem o plano cartesiano e outros conteúdos correlacionados, no sentido de ajudar aos professores do Ensino Médio a se apropriarem de novos métodos com base na abordagem piagetiana.

Para isso é necessário identificar as principais dificuldades enfrentadas pelos alunos sobre os conteúdos abordados, definir situações didáticas que estimulem os alunos a buscarem soluções para diversos problemas, baseados na teoria piagetiana, e estimular os professores a aplicarem estas situações didáticas no cotidiano da sala de aula, favorecendo a construção do conhecimento por parte dos educandos.

## **Metodologia**

A transmissão dos conhecimentos matemáticos envolvidos no processo de aprendizagem sempre se deu através da resolução de problemas, ou seja, o contato entre o aluno e o objeto estudado, na maioria das vezes, com o auxílio do professor.

Conforme Santarosa (2006), o interacionismo de Jean Piaget considera que o conhecimento é construído nas interações ocorridas entre o sujeito e o objeto. A aprendizagem e o desenvolvimento acontecem quando o sujeito age sobre o objeto. Nessa concepção, o professor torna-se um mediador das informações para que o aluno se aproprie do conhecimento, procurando conduzi-lo pelo melhor caminho.

Segundo Piaget (1972), o homem constrói o conhecimento pela interação entre o objeto físico e o exercício da razão, processo esse denominado de interacionismo. Para Piaget, a adaptação à realidade externa depende basicamente do conhecimento.



**III CONEDU**

CONGRESSO NACIONAL DE  
E D U C A Ç Ã O

De acordo com Brousseau (2008, p.34) “o aluno aprende adaptando-se a um meio que é fator de contradições, dificuldades e desequilíbrios”. O conhecimento está ligado a uma situação por meio da interação entre duas ou mais pessoas e o meio. Nestas circunstâncias, o discente é levado a buscar e construir seu próprio conhecimento, com base em quatro fases:

- Ação: é o momento em que há interação entre o aluno e o meio.
- Formulação: é a explicação das táticas e estratégias utilizadas para a resolução do problema.
- Validação: é o momento em que a estratégia utilizada precisa ser provada ou verificada, de acordo com o contexto em que o trabalho está sendo inserido.
- Institucionalização: é a síntese do conhecimento construído durante a realização do trabalho.

Ainda conforme este autor, esse processo deve ter intenções didáticas, devendo ser organizado pelo docente, por meio de problemas propostos que induzam o aluno a refletir, atuar e evoluir às adaptações desejadas. Este processo de ensino deve envolver situações didáticas e adidáticas.

Quando um professor coloca um problema para os alunos, a fim de que eles reflitam, interajam e consigam se superar por conta própria, tornando-se ativos no processo ensino-aprendizagem, tem-se uma situação adidática, pois o aluno “não terá adquirido de fato esse saber, até que o consiga usar fora do contexto de ensino e sem nenhuma indicação intencional.” (BROUSSEAU, 2008, p.34)

Essas situações estão inseridas nas situações didáticas que estabelecem relações entre o docente, o(s) discente(s) e a interação com o meio, a fim de que os alunos adquiram um saber já formado ou ainda em formação.

Este processo traz uma forma diferenciada de analisar o erro, antes visto como um problema, agora como um obstáculo que leva ao aprendizado. Segundo Mello (2002, p.8-9), “ninguém facilita o desenvolvimento daquilo que não teve oportunidade de desenvolver em si mesmo. Ninguém promove a aprendizagem de conteúdos que não domina nem a constituição de significados que não possui ou a autonomia que não teve oportunidade de construir”.

Para que a construção do conhecimento ocorra de forma prazerosa e significativa, os alunos devem ser expostos a situações didáticas diversificadas, a fim de estimulá-los a se interessarem pelos conteúdos abordados e a participarem ativamente nesse processo.



**III CONEDU**

CONGRESSO NACIONAL DE  
E D U C A Ç Ã O

Lorenzato (2006) acredita que, para o aluno, mais importante que conhecer essas verdades matemáticas, é obter a alegria da descoberta, a percepção de sua competência e compreender que a matemática é um campo de saber onde ele, o aluno, pode navegar.

Portanto, pode-se alcançar resultados mais satisfatórios com a utilização de materiais lúdicos que envolvam o aluno e os problemas matemáticos, no sentido de proporcionar maior interação e prazer no seu aprendizado, facilitando assim, as relações numéricas abstratas, assim como a obtenção de um notável desenvolvimento do raciocínio e um aprendizado bem mais agradável, de modo a favorecer todo o processo de aprendizagem.

Para que isso aconteça, o professor deve propor atividades significativas, causando o fascínio pela matemática, lançando maneiras diferentes de apresentar o conteúdo e incentivando os alunos na busca de soluções, de forma inovadora e desejável.

Nestes aspectos, um dos jogos que contribui bastante no ensino da matemática é o Batalha Naval que tem como finalidade, lançar bombas no campo inimigo, a fim de acertar os barcos adversários em um sistema de coordenadas do plano cartesiano. Nesse jogo, pode-se trabalhar com localização dos barcos, distância entre um barco e outro, ponto médio entre os barcos, alinhamento entre eles, bem como diversos outros problemas que contribuam para a assimilação e a acomodação dos conteúdos. O jogo é determinado por regras que estabelecem um caminho natural que vai da imaginação à abstração de vários conceitos matemáticos.

Além de jogos, há também vários programas computacionais que ajudam no entendimento de sistemas de coordenadas. Um deles é o GeoGebra que possibilita o desenho de pontos, vetores, segmentos e várias outras funções, tudo relacionado ao plano cartesiano.

Ao professor, cabe a escolha adequada dos métodos utilizados, seja por jogos ou programas computacionais, para que haja o desenvolvimento do aluno na utilização dessas situações didáticas na construção de seus conhecimentos.

Ao se trabalhar com o plano cartesiano e a geometria analítica no Ensino Básico e no Superior, nas pesquisas realizadas sobre o tema, observa-se a dificuldade encontrada pelos estudantes, no entendimento da geometria analítica. Richit (2005, p.41) constata

[...] que em muitas instituições de ensino superior esta disciplina se caracteriza como problema. Segundo pesquisa realizada na Unicamp, USP e PUC-SP no ano de 1997, de todas as disciplinas que compõem a grade curricular dos cursos destas instituições, a Geometria Analítica aparece com um índice de reprovação de mais de 35% (DI PINTO,



**III CONEDU**

CONGRESSO NACIONAL DE  
E D U C A Ç Ã O

2000). Na Unesp de Rio Claro, a média percentual de reprovação no curso de Matemática está em torno de 39%, segundo dados do professor da respectiva disciplina no ano de 2004.

Esses dados comprovam que as dificuldades encontradas pelos alunos, no Ensino Básico, refletem-se no Ensino Superior, principalmente nas disciplinas que envolvem sistemas de coordenadas.

A utilização do Plano Cartesiano vai desde a localização de pontos em um determinado plano até as mais variadas aplicações que envolvem lugares geométricos e até mesmo a problemas mais complexos, como cálculo diferencial e integral. Segundo Boulos (2005), a Geometria Analítica pode ser chamada de geometria de coordenadas ou geometria cartesiana. A mesma serve para resolver equações referentes a planos, retas, círculos e curvas, em duas, três ou mais dimensões.

Ao ingressar no Ensino Médio, o aluno já carrega um déficit no aprendizado da matemática, muitas vezes pela falta de profissionais qualificados no Ensino Fundamental I, resultando a não identificação com a disciplina e um baixo desempenho durante os Ensinos Fundamental II e Médio. Um levantamento feito pela ONG Todos pela Educação para o Observatório do PNE (Plano Nacional de Educação), com dados do Censo Escolar de 2013, revelou que 67,5% dos docentes do Ensino Fundamental não têm habilitação na área em que lecionam, havendo uma diminuição para 51,7% no Ensino Médio<sup>2</sup>.

De acordo com o relatório De Olho nas Metas 2013-14, divulgado no dia 2 de julho de 2015 pelo Movimento Todos pela Educação, menos de 4% dos estudantes no Rio Grande do Norte terminam o Ensino Médio dominando o conteúdo de matemática. É o segundo pior índice do Nordeste, empatado com Alagoas e melhor apenas do que o registrado no Maranhão (2,8%), e nem mesmo os Estados com os melhores resultados atingiram a meta proposta pelo Movimento Todos pela Educação, que é de 28,3%.

O problema é gravíssimo e atinge todo o país. Portanto, é necessário identificar as principais dificuldades que os alunos do Ensino Médio têm na aprendizagem de determinados conteúdos matemáticos que podem auxiliar em diversos outros conteúdos dentro dessa disciplina. Dessa forma, serão propostas ao professor do Ensino Médio algumas situações didáticas para que o aluno tenha um maior contato com os problemas e/ou objetos envolvendo a teoria piagetiana, a fim

---

<sup>2</sup> Disponível em: <<http://www.todospelaeducacao.org.br/educacao-na-midia/indice/30182/professores-dao-aula-sem-preparo/>> Acesso em: 02 set. 2015



**III CONEDU**

CONGRESSO NACIONAL DE  
E D U C A Ç Ã O

de que esse aluno assimile e acomode os conhecimentos necessários, de uma forma mais significativa e prazerosa.

Diante desses desafios, o objetivo principal desse artigo é a criação de novas situações didáticas que contribuam para a aprendizagem dos alunos, referentes aos conteúdos que envolvem o plano cartesiano e outros conteúdos correlacionados, no sentido de ajudar aos professores do Ensino Médio a se apropriarem de novos métodos com base na abordagem piagetiana.

Para isso é necessário identificar as principais dificuldades enfrentadas pelos alunos sobre os conteúdos abordados, definir situações didáticas que estimulem os alunos a buscarem soluções para diversos problemas, baseados na teoria piagetiana, e estimular os professores a aplicarem estas situações didáticas no cotidiano da sala de aula, favorecendo a construção do conhecimento por parte dos educandos.

O Plano Cartesiano é bastante utilizado na produção de gráficos de funções, onde os valores relacionados ao eixo das abscissas constituem o domínio e ao eixo das ordenadas, a imagem da função, facilitando a observação do comportamento dessas funções em alguns pontos importantes, por isso, o Sistema de Coordenadas Cartesianas é considerada uma ferramenta essencial na Matemática.

Uma das principais aplicações associadas ao plano cartesiano envolve os estudos geográficos e a criação do atual sistema de posicionamento, o GPS. O Sistema de Posicionamento Global possibilita a localização exata de qualquer objeto na terra, desde que tenha um receptor de sinais GPS, informando a latitude, a longitude e a altitude com o auxílio de satélites em órbita da Terra. Uma das utilizações mais comuns que envolve o uso do GPS é encontrada em alguns automóveis, visando sua localização e ainda auxiliando no seu trajeto, informado as possíveis rotas para alcançar o seu destino.

## **RESULTADOS E DISCUSSÃO**

Para localizar as principais dificuldades que os alunos do Ensino Médio encontram no estudo do plano cartesiano, foram realizadas visitas às escolas estaduais do município nas quais foram aplicados questionários avaliativos para os alunos do 3º ano do Ensino Médio, que continham 6 (seis) questões abertas, abrangendo vários conceitos da matemática, conforme descrição abaixo:

- Questão 01: Representar pontos no plano cartesiano com as coordenadas previamente fornecidas.



## III CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE  
E D U C A Ç Ã O

- Questão 02: Calcular a distância entre dois pontos no plano, exigindo, dessa forma, o conhecimento prévio do Teorema de Pitágoras.
- Questão 03: Representar o ponto médio entre outros dois pontos com as coordenadas previamente fornecidas.
- Questão 04: Determinar a área do triângulo formado por três pontos com as coordenadas previamente fornecidas.
- Questão 05: Verificar se três pontos já fornecidos na questão são colineares.
- Questão 06: Determinar a equação geral da reta que passa por dois pontos com as coordenadas previamente fornecidas.

Para que houvesse uma comparação entre o desempenho individual de cada escola, os questionários foram aplicados em número exato de 10 alunos em cada instituição. A análise foi feita questão por questões e os resultados estão apresentados em gráficos, onde é demonstrado o total de alunos/escolas que acertaram a questão avaliada. Para facilitar o entendimento dos gráficos, cada escola foi identificada com uma letra do alfabeto.

Na questão de número 01, pedia-se que fossem representados no plano cartesiano, pontos com as coordenadas já fornecidas, a fim de identificar a capacidade dos alunos em localizar os pontos através dos eixos das abscissas e das ordenadas. Em relação a essa primeira situação, esperava-se um melhor desempenho dos educandos, já que se tratava de uma questão de nível elementar. No entanto, o percentual de acertos ficou abaixo do esperado, alcançando a marca de 63,33%, na questão de número 02, pedia-se para calcular a distância entre dois pontos do plano, os quais já eram fornecidas as coordenadas. Nessa segunda situação, talvez por exigir um prévio conhecimento do Teorema de Pitágoras, o percentual de acertos ficou muito abaixo do resultado da questão anterior, alcançando a marca de 16,66%, ou seja, dos 30 alunos avaliados, apenas 5 acertaram, na questão de número 03, pedia-se que fosse representado no plano cartesiano o ponto médio entre dois pontos com as coordenadas já fornecidas, com o objetivo de identificar a capacidade dos alunos em localizar esse ponto através de métodos algébricos ou noções geométricas intuitivas. Por ser semelhante à primeira situação, esperava-se um resultado melhor, no entanto, apenas 30% dos alunos acertaram, na questão de número 04, pede-se para determinar a área de um triângulo formado por três pontos com coordenadas já fornecidas, a fim de identificar a



**III CONEDU**

CONGRESSO NACIONAL DE  
E D U C A Ç Ã O

capacidade dos alunos na resolução da questão, utilizando os conhecimentos acumulados, envolvendo Determinantes, Geometria Analítica e Geometria Plana. Em relação a essa questão, esperava-se um resultado regular, por exigir um conhecimento mais elevado do aluno, no entanto, o resultado ficou também inferior às expectativas, alcançando a marca de 6,66%, na questões de número 05 e 06, desejava-se respectivamente verificar o alinhamento entre três pontos do plano e obter a equação da reta que passa por dois pontos já fornecidos, tendo como objetivo na questão de número 05 a identificação de que o aluno seria capaz de confirmar o alinhamento dos pontos através de argumentos válidos, e na questão de número 06, identificar se o aluno seria capaz de encontrar a equação da reta. Nesta última, esperava-se resultados mais satisfatórios, tendo em vista se tratar de um conteúdo que envolve função do 1º grau que é bastante visto durante o Ensino Médio. Em relação às duas proposições, embora o nível das questões tenha apresentado um grau de dificuldade mais elevado, não era esperado um resultado tão amargo (0% de acertos)

## CONCLUSÕES

Considerando o interacionismo de Piaget, a construção do conhecimento somente ocorrerá se os alunos cooperarem na troca de informações entre os sujeitos envolvidos no processo de aprendizagem e o objeto estudado, seja utilizando jogos ou outras situações didáticas, como já foi mencionado. O que faz a diferença no uso dessas situações na área da educação não são os objetos em si, mas o que os educadores podem propor através desses objetos, sempre de forma aplicada ao desenvolvimento da aprendizagem.

Os resultados obtidos formulam indícios favoráveis de que a ocorrência da aprendizagem, promovida através da aplicação de didáticas lúdicas vinculadas à utilização de jogos, possui um significativo potencial para a acomodação dos conceitos matemáticos. Dessa forma, buscamos através deste artigo expor as principais situações didáticas propostas por Guy Brousseau, contendo as características da teoria de Jean Piaget, servindo como tema motivador para futuras ações de professores.

Acreditamos que a implantação de jogos como proposta interdisciplinar é o de melhorar o processo de aprendizagem desses alunos, além de motivá-los na apresentação de um conteúdo lúdico em situações didáticas, ou seja, espera-se que essa experiência fomente nos alunos a capacidade de atribuir significados aos conteúdos matemáticos, estimulando-os também a se tornarem alunos mais criativos e com pensamento crítico, conforme lhes forem apresentados novos conteúdos.



**III CONEDU**

CONGRESSO NACIONAL DE  
E D U C A Ç Ã O

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOULOS, Paulo; Camargo, Ivan de. **Geometria Analítica: Um Tratamento Vetorial**. 3 ed. São Paulo: Prentice Hall, 2005.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino**. Tradução de Camila Bogéa. São Paulo, SP: Ática, 2008.

CHIAROTINO, Z. **"Psicologia e epistemologia genética de Jean Piaget"**. São Paulo: EPU, 1988.

DANTE, L.R. Matemática. 1 ed. São Paulo: Ática, 2004. Coleção (Matemática - Ensino Médio)

DI PINTO, M. A. **Ensino aprendizagem da geometria analítica: as pesquisas brasileiras da década de 90**. São Paulo: PUC – SP, (Dissertação de Mestrado), 2000.

EVES, H. W. **Introdução a História da Matemática**. Campinas, SP: UNICAMP, 1995.

LORENZATO, Sérgio Aparecido. **Laboratório de ensino Matemática e materiais didáticos manipuláveis**. In: LORENZATO, Sérgio (org.). O Laboratório de ensino de matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2006.

MELLO, G. N. **Formação inicial de professores para educação básica: uma revisão radical**. Disponível em: <<http://www.crmariocovas.sp.gov.br>>. Acesso em: 12 jul. 2015.

PETTY, A. L. S. **Ensaio sobre o Valor Pedagógico dos Jogos de Regras: uma perspectiva construtivista**. São Paulo, SP, 1995. 133p. Dissertação de Mestrado. Instituto de Psicologia, USP.

PIAGET, Jean. **Seis estudos de psicologia**. Tradução de Maria Alice Magalhães d'Amorim & Paulo Sérgio Silva. Rio de Janeiro: Forense, 1972.

RICHT, Adriana. **Projetos em geometria analítica usando software de geometria dinâmica: repensando a formação inicial docente em matemática**. Rio Claro: UNESP, (Dissertação de Mestrado), 2005.

SANTAROSA, L. M. C. **Paradigmas educacionais para a construção de ambientes digitais: visando pessoas com necessidades especiais – PNEEs**. In: Congresso Tecnoneet – CIIEE 2006. As tecnologias na escola inclusiva: novos cenários, novas oportunidades. Murcia: FG Draf, 2006, v. 1. p. 35-42.

TODOS PELA EDUCAÇÃO. **De Olho nas Metas 2013-14: Sexto relatório de monitoramento das 5 Metas do Todos Pela Educação**. Disponível em: [http://www.todospelaeducacao.org.br/arquivos/biblioteca/de\\_olho\\_nas\\_metas\\_2013\\_141.pdf](http://www.todospelaeducacao.org.br/arquivos/biblioteca/de_olho_nas_metas_2013_141.pdf). Acesso em: 12 jul. 2015.