



## O TEODOLITO E AS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NA PRÁTICA

Josimar dos Santos Macêdo Autor (1); Marinaldo dos Santos Macêdo Coautor (1); Catier Ferreira de Lima Coautor (2); Prof.<sup>a</sup> Alécia Lucélia Gomes Pereira Medeiros, Orientadora (3)

Josimar dos Santos Macedo

Universidade Estadual da Paraíba [www.uepb.com.br](http://www.uepb.com.br)

[josimarprofmat@bol.com.br](mailto:josimarprofmat@bol.com.br) Autor (1); [marinaldomacedopj@yahoo.com.br](mailto:marinaldomacedopj@yahoo.com.br) Coautor (1);  
[catier.ferreira@gmail.com](mailto:catier.ferreira@gmail.com) Coautor (2); [alecia\\_lucelia@yahoo.com](mailto:alecia_lucelia@yahoo.com) Orientadora (3)

**Resumo:** A pesquisa intitulada O Teodolito e as Razões Trigonométricas na Prática foi desenvolvida na Escola Estadual do Ensino Médio Senador Humberto Lucena na cidade de Cacimba de Dentro - PB, propõe uma reflexão em face ao ensino e aprendizagem da disciplina Matemática, tendo em vista a necessidade de aumentar o interesse e a aprendizagem dos estudantes nas aulas de Matemática por meio do uso de materiais concreto com a construção do teodolito e da contextualização por meio da Engenharia Civil e da Topografia. Para isso, realizamos aulas teóricas e práticas referente ao conteúdo e aos objetivos propostos para o desenvolvimento desta pesquisa. Para nossas análises, foram aplicadas para os estudantes, atividades com o uso do Teodolito, bem como um questionário a fim de investigar a aceitabilidade deste material como instrumento de ensino da Matemática. Concluímos que teodolito caseiro construído obteve um bom desempenho para medir pequenas distâncias e que foi satisfatório a sua utilização para ensinar as razões trigonométricas. Almejamos também, que esta pesquisa possa contribuir de forma reflexiva e ativa na prática pedagógica do aludido cenário e melhore a aproximação e o desempenho destes estudantes no que tange o estudo da Matemática e dos Materiais Concretos com aplicação na Engenharia Civil.

**Palavras-chave:** Matemática, Engenharia, Teodolito.

### 1. INTRODUÇÃO

A introdução da contextualização e aplicabilidade no ensino da Matemática pode levar o estudante a ter mais contato com a Matemática estimulando a desenvolver os cálculos e oportunizando o raciocínio, a criatividade e a interpretação.

Conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2010, p.78) “Contextualizar o conteúdo que se quer aprendido significa, em primeiro lugar, assumir que todo conhecimento envolve uma relação entre sujeito e objeto”. Nesse sentido, a utilização do teodolito como instrumento de ensino e aprendizagem permite essa contextualização entre o conteúdo a ser ensinado e o estudante, pois o mesmo é um

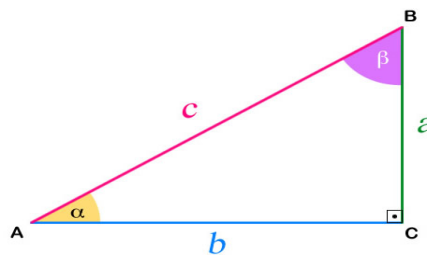


instrumento utilizado por topógrafos e engenheiros. Dessa forma, a utilização do teodolito torna-se uma forma de trabalhar e ensinar as razões trigonométricas na prática.

O conteúdo razões trigonométrica no triângulo retângulo faz parte do conteúdo do Ensino Médio como mostra o descritor do Tema I: Espaço e Forma, da Matriz do 3º ano do ensino médio, citado por Rabelo (2013, p. 24) que o estudante deve aprender: “Resolver problema que envolva razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno e tangente)”. Nesse sentido, esse conteúdo se torna ainda mais relevante para fazer parte da aprendizagem do estudante.

Dado um triângulo retângulo  $ABC$ , e os ângulos  $\hat{A}CB = 90^\circ$ ,  $\hat{B}AC = \alpha$  e  $\hat{A}BC = \beta$  (figura 1), sendo  $\alpha + \beta = 90^\circ$ .

Figura 1: Triângulo Retângulo



Fonte: <https://www.google.com.br>

Na figura 1 o triângulo é retângulo em  $C$ , sendo:  $\overline{AB} = c$ : a medida da hipotenusa (lado oposto ângulo reto);  $\overline{AC} = b$ : a medida do cateto adjacente ao ângulo  $\alpha$  e  $\overline{BC} = a$ : a medida do cateto oposto ao ângulo  $\alpha$ . Assim o *seno* (*sen*), *cosseno* (*cos*) e *tangente* (*tg*), define como sendo:

$$\text{sen } \alpha = \frac{a}{c}; \text{ cos } \alpha = \frac{b}{c} \text{ e } \text{tg } \alpha = \frac{a}{b} \text{ (Equação I)}$$

No mundo de hoje diante das inúmeras tecnologias existente certamente a Engenharia e a Topografia estão presentes e fazem partem desse grande avanço tecnológicos. A Engenharia e a Topografia caminha juntas para dar sua contribuição nas grandes construções. Borges (2012) cita alguns trabalhos da Engenharia Civil que utiliza a Topografia como meio de realizar um determinado trabalho, tais como: nas construções de edificações, das estradas (rodovias e ferrovias), das barragens, nos trabalhos de saneamento, construções de pontes, entre outros.





**III CONEDU**

CONGRESSO NACIONAL DE  
E D U C A Ç Ã O

Conforme Borges (2012), a maioria das construções realizada ou a se realizar pelo o Engenheiro Civil são necessários vários conhecimentos de Topografia. Para Borges (2012, p. 1) “a Topografia é a ciência aplicada cujo o objetivo é representar, no papel, a configuração de uma porção de terreno com as benfeitorias que estão em sua superfície”. Para ter essa representação o topografo ou o engenheiro utiliza diversos equipamentos, entre ele o Teodolito.

Altimetria é uma das principais divisões da Topografia, segundo Borges (2012, p.2) “pela altimetria que fazemos as medições das distâncias e dos ângulos verticais”. Na aula pratica foi utilizado um teodolito caseiro (construído pelos alunos), segundo Zilkha (2014, p. 21) “O teodolito é um instrumento óptico utilizado na topografia, para realizar medidas de ângulos verticais e horizontais com medidas diretas e indiretas e tem o objetivo de facilitar o cálculo de distâncias e alturas”.

- **Justificativa**

O ensino e a aprendizagem da Matemática é, muitas das vezes, questionado pelo sistema de avaliação, pelos estudantes e pela sociedade, em um contexto marcado pela ausência da aplicabilidade da Matemática que é ensinada, partindo da problemática de que há falta de conhecimento dos educandos. Verifica-se, também, que alguns educandos não possuem nenhum conhecimento que a matemática é aplicada em diversas situações necessárias, úteis e práticas no dia a dia, que existe pessimismo de que a matemática não serve e não tem aplicabilidade e de que os educandos não se dão de conta de que as maiorias das profissões fazem o uso da mesma.

Diante dessa situação, torna-se necessário criar meios de despertar no estudante o interesse pela matemática, a introdução da aula prática no ensino da Matemática seria uma alternativa que pode levar o estudante a ter mais contato com a mesma, evitando passividade dos estudantes no processo de aprendizagem e oportunizando o raciocínio, a criatividade e a interpretação do conteúdo. Para Luckesi (2005), citado por Almeida (2013, p. 2)

Não tem sentido o aluno ter assimilado uma quantidade considerável de conceitos se esses não têm uma relação com a sua vida, com o dia a dia. Relacionar os conteúdos com o cotidiano dá verdadeiro sentido ao ensino-aprendizagem.

- **Objetivos**

Seguindo esse pensamento de Luckesi, este trabalho tem por objetivo geral mostrar a importância e a aplicabilidade da utilização do teodolito nas aulas de Matemática para ensinar



**III CONEDU**

CONGRESSO NACIONAL DE  
E D U C A Ç Ã O

e contextualizar o conteúdo das razões trigonométricas com os estudantes do segundo ano do ensino médio da Escola Estadual do Ensino Médio Senador Humberto Lucena da cidade de Cacimba de Dentro – PB. E tem por objetivos específicos: construir um teodolito utilizando materiais concreto de baixo custo; mostrar a relação existente do conteúdo ensinado na teoria com a pratica e realizar uma aula pratica utilizando o teodolito construído para determinar a altura da caixa d'água da escola.

## 2. METODOLOGIA

As atividades foram aplicadas e desenvolvidas na Escola Estadual do Ensino Médio Senador Humberto Lucena (SHL). Localizada na Rua Manoel Olegário da Silva, s/n, Bairro Santo Antônio, cidade de Cacimba de Dentro – PB. A escola SHL é ainda jurisdicionada a 2ª Gerência Regional de Ensino - Sede na cidade de Guarabira – PB.

Na realização da aula prática foi utilizado um teodolito construído com materiais concretos, no qual não tem a mesma precisão e exatidão do teodolito profissional mecânico e eletrônico (Figura 2 e 3). Os materiais que foram utilizados para construir o teodolito de medir ângulos verticais foram os sugeridos por Granja (2012, p.48):

Transferidor de  $180^\circ$  com orifício no centro, linha de costura, caixa de papelão que fique de pé em uma superfície horizontal, canudinho ou um pequeno tubo vazado, percevejo, uma peça qualquer que possa ser amarrada na linha (por exemplo, uma arruela ou porca).

Esses materiais são de basto custo e de fácil acessibilidade pelos estudantes, os procedimentos seguidos para construir o teodolito caseiro (Figura 4) foram os mesmos sugeridos por Granja (2012, p. 48 a 52).

Figura 2: Teodolito Eletrônico



Fonte: ZILKHA, Esther (2012)



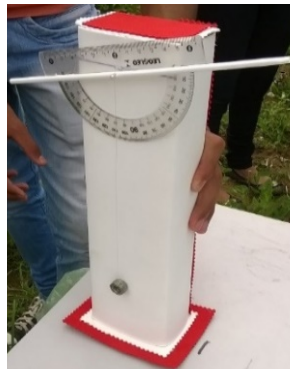


Figura 3: Teodolito Mecânico



Fonte: ZILKHA, Esther (2012)

Figura 4: Teodolito caseiro construído pelos alunos



Fonte: Própria

Para coleta dos dados e informações as atividades foram aplicadas aos 68 estudantes do turno da tarde nas três turmas do 2º ano do Ensino Médio. As atividades foram desenvolvidas em 10 horas/aulas. Sendo que as quatro primeiras foram para expor e explicar o conteúdo das Razões Trigonométricas. Na qual os estudantes tiveram a oportunidade de ver e aprender os conceitos e aplicações do conteúdo e apresentarem suas dúvidas com relação a trigonometria, as quais foram debatidas em sala de aula.

Nas duas aulas seguintes foi feita uma atividade (exercício) envolvendo as razões trigonométricas. Na sétima e oitava aula foram feitas uma revisão geral do conteúdo e apresentado com o *data show* uma situação de como determinar a medida da largura de um lago utilizando o teodolito por meio de uma atividade encontrada na internet no *site* objetos educacionais.



**III CONEDU**

CONGRESSO NACIONAL DE  
E D U C A Ç Ã O

Os estudantes foram divididos em grupo de 4 a 6 alunos, que receberam cópias do livro de Granja (2012) que continha a lista dos materiais e dos procedimentos para a construção de um teodolito caseiro e foram orientados para construir o teodolito em casa.

Na nona e décima aula os grupos chegaram na sala com os teodolitos construídos (Figura 4), os mesmos foram orientados que a turma iria para as proximidades da caixa d'água da escola e que cada grupo iria utilizar seu teodolito para medir o ângulo oposto em relação a altura da caixa d'água e utilizando as razões trigonométricas determinar a altura da mesma, da seguinte maneira:

- Primeiro, o grupo iria colocar uma bancada a uma certa distância ( $d$ ) da pilastra da caixa d'água e o seu teodolito sobre ela, na qual esta distância seria medida utilizando uma trena, que seria a medida da base do triângulo retângulo.
- Depois o grupo iria nivelar a altura que se encontrava o teodolito com a pilastra utilizando uma mangueira de nível e medir a altura ( $h$ ) que seria a distância vertical do teodolito com relação a chão no “pé” da pilastra.
- O participante do grupo iria utilizar o teodolito para medir o ângulo ( $\alpha$ ) entre a horizontal e topo da caixa d'água.
- E por fim diante dos dados os grupos devia calcular a medida  $a$  utilizando a tabela trigonométrica dos ângulos disponível no livro didático e utilizar a definição da tangente da equação I.
- Concluindo que a medida da altura da caixa d'água ( $H$ ) é dada por:  $H = h + a$ .

Os grupos foram orientados que entregasse nas aulas seguintes um relatório descrevendo os procedimentos da aula prática e que respondesse um questionário que serviria como base para elaboração de um artigo. O modelo do relatório e o questionário foram entregues a cada grupo.

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os dados foram colhidos mediante as atividades aplicadas, o relatório e o questionário e por meio das observações durante as aulas. Nos permitiram realizar uma reflexão significativa em face das práticas de ensino e sobre as concepções da utilização do teodolito no ensino da Matemática. Também foi possível verificar o grau de satisfação dos estudantes





quanto às aulas e suas opiniões a respeito desta relação de ensino e aprendizagem utilizando o teodolito, como bem veremos a seguir, no registro dos resultados expressos nos gráficos.

Primeiramente vamos expor a *tabela 1* e *2* com algumas medidas encontradas pelo os cinco grupos dos 13 formados, dos quais cometeram um menor erro na determinação da altura da caixa d'água.

*Tabela 1:* Medidas encontradas pelos grupos dos estudantes.

| Grupo | Medida ( $d$ ) | Ângulo ( $\alpha$ ) | Medida ( $y$ ) | Medida ( $a$ ) |
|-------|----------------|---------------------|----------------|----------------|
| 1     | 6,3            | 50                  | 1,20           | 7,51           |
| 2     | 6,7            | 44                  | 1,25           | 6,47           |
| 3     | 7,1            | 42                  | 1,30           | 6,39           |
| 4     | 6,7            | 48                  | 1,25           | 7,44           |
| 5     | 6,9            | 47                  | 1,25           | 7,40           |
| $x^*$ | 6,9            | 45                  | 1,25           | 6,90           |

$x^*$  Não representa nenhum grupo, seria a situação ideal.

*Tabela 2:* Medidas encontradas pelos grupos dos estudantes.

| Grupo | Altura ( $H$ ) | Erro  | Erro percentual |
|-------|----------------|-------|-----------------|
| 1     | 8,71           | 0,51  | 6,2%            |
| 2     | 7,72           | -0,48 | -5,8%           |
| 3     | 7,69           | -0,51 | -6,2%           |
| 4     | 8,69           | 0,49  | 6,0%            |
| 5     | 8,65           | 0,45  | 5,4%            |
| $x^*$ | 8,15           | -0,05 | -0,6%           |

As medidas  $d$  e  $h$ , os estudantes mediram utilizando a trena, o ângulo  $\alpha$  foi utilizando o teodolito caseiro, a medida  $a$  foi obtida utilizando a definição da tangente, equação I e medida  $H$  foi somando  $h$  com  $a$ . O erro foi obtido fazendo a diferença entre  $8,2 m$  com a medida  $H$ , o  $8,2 m$  foi a medida da caixa d'água, nesse caso ela foi utilizada como medida real da caixa d'água.

Pela tabela dá pra observa que o erro percentual teve uma variação de 6,2% para mais ou para menos, apesar de que outros grupos obtiveram o erro percentual maior, observa-se também que o menor erro encontrado pelos estudantes foi de 5,4%, ocasionado pela observação do ângulo de inclinação que foi de  $47^\circ$  ao vez de ser de  $45^\circ$ , pelo fato de considerar que o erro percentual encontrado pelos estudantes foi mais pela a observação do ângulo, como podemos observar no grupo  $x$  que seria a



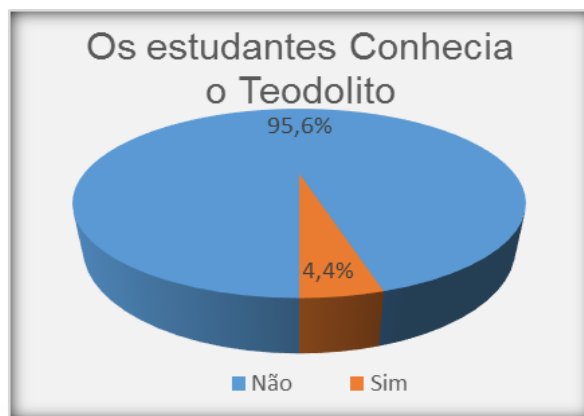
# III CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE  
E D U C A Ç Ã O

situação ideal assim por nós considerado, pois o erro absoluto seria apenas de 0,6%, ou seja, menos de 1%, já que não consideramos nessas medições a parte decimal dos ângulos. Então concluímos que esse teodolito caseiro construído obteve um bom desempenho para medir pequenas distância, pois casos os estudantes tivessem tido mais precisão nas observações dos ângulos os erros cometidos teriam sido menores. Pode-se também incluir para ter ocorrido os erros o fato de que algumas medidas foram arredondas e aproximadas.

Vamos expor os gráficos resultantes da aplicação de um questionário aplicados aos estudantes. No *gráfico 1*, referente a primeira questão foi perguntado se os estudantes já conheciam o Teodolito, antes daquelas aulas?

*Gráfico 1: Os Estudantes Conhecia o Teodolito?*

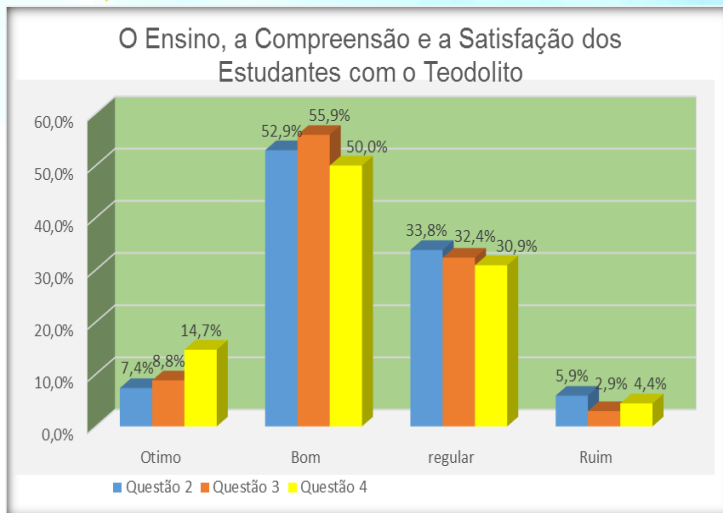


No *gráfico 1*, mostra que 4,4% dos estudantes conhecia ou já tina visto falar do teodolito e 95,6% responderam que não conhecia o teodolito antes das aulas, mostrando que aula contribui significativamente para que os estudantes possuíssem um pouco de conhecimento sobre o teodolito.

Nos *gráficos 2* e *3* referente a segunda, terceira, quarta, quinta e sexta questão do questionário, os estudantes escoliam um dos itens: Ótimo, Bom, Regular ou Ruim.

*Gráfico 2: O Ensino, a Compreensão e a Satisfação dos Estudantes com o Teodolito*





Na *questão 2*, pode-se observar que os estudantes aprovaram o Teodolito como instrumento de ensino na Matemática, pois apenas 5,9 % dos estudantes consideram ruim esse item. Isso mostra que o teodolito pode ser empregado nas aulas de Matemática, mesmo que ele não tenha sido construído na sua história com essa finalidade. Na *questão 3*, observa-se que apenas 4,4% dos estudantes responderam que o teodolito não contribuiu para sua compreensão do conteúdo, o número bastante pequeno considerando que 55,9% dos estudantes responderam que o teodolito ajudou-os a compreender o conteúdo. Na *questão 4*, com relação ao grau de satisfação dos estudantes com o Teodolito, podemos dizer que 97,1% dos estudantes se mostraram satisfeitos com o teodolito.

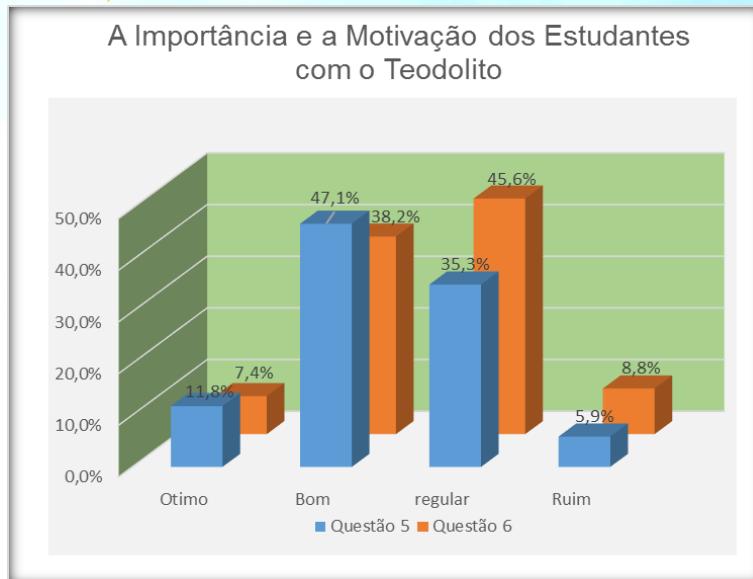
Na quinta questão foi perguntado como os estudantes consideram importante de ensinar as razões trigonométricas utilizando o teodolito? Na sexta perguntamos como os estudantes classificam o uso do teodolito nessas aulas de Matemática em relação a motivá-lo a estudar. Os resultados encontram-se no *gráfico 3*.

*Gráfico 3*: A Importância e a Motivação dos Estudantes com o Teodolito



# III CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE  
E D U C A Ç Ã O



Observa-se que na *questão 5*, apenas 5,9% dos estudantes não aprovaram a importância de se ensinar as razões trigonométricas utilizando o teodolito em contrapartida 47,1% consideram que foi bom ter estudado as razões trigonométricas utilizando o mesmo. E por fim na *questão 6*, 91,2% dos estudantes consideraram que o teodolito motivou a estudar as razões trigonométricas.

#### 4. CONCLUSÕES

A grande maioria dos estudantes do ensino médio ainda não compreendeu por que estudar e onde se aplica a matemática, os mesmos ainda não perceberam que no dia a dia a sociedade se utiliza da Matemática as vezes de maneira simples e outras vezes complexas.

O Teodolito não foi desenvolvido com intuito de ensino mais como foi visto pode se tornar um bom instrumento de ensino. Ao utilizar o concreto, a contextualização a aplicabilidade na Matemática o processo de ensino e aprendizagem torna-se mais prazeroso e atrativo, assegurando-se ao estudante uma educação mais participativa e ativa.

A utilização do concreto, neste caso o teodolito, quando bem empregado no contexto escolar contribui de certo modo fundamentalmente para reverter situações de desinteresse pela Matemática, como foi observado nos resultados, dando assim aos alunos a oportunidade de buscar em outros meios saberes relevantes para o bom desenvolvimento da Matemática.





**III CONEDU**

CONGRESSO NACIONAL DE  
E D U C A Ç Ã O

Possibilitando ao estudante saberes diversificados e deixando de ser um mero espectador para ser construtor do seu saber.

O interessante é que o Teodolito possibilitou juntar o conteúdo de matemática, o concreto e a aplicação da matemática na Topografia e na Engenharia, despertando no estudante um interesse mais agradável pela a matemática e pela engenharia.

De modo geral utilização do Teodolito contribuir de forma reflexiva, participativa e ativa dos estudantes na compreensão dos conteúdos de Matemática além de familiariza-los com a Engenharia Civil e a Topografia.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, Dionara freire. Andreia C Vieira. Artigo: **Utilizando o Teodolito no Ensino da trigonometria**. Encontro Brasileira de matemática, Curitiba – PR, 2013. Disponível em: [http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/132\\_208\\_ID.pdf](http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/132_208_ID.pdf). Acessado em 31/03/2016.

BANCO, Internacional de Objetos Educacionais. **Utilizando o teodolito para determinar a largura de um lago**. Disponível: <http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/bitstream/handle/mec/852/teodolito.swf>. Acessado em 02/04/2016.

BORGES, Alberto de Campos. **Topografia: Aplicada à Engenharia Civil**. Volume 1. 2ª edição 18ª reimpressão 2012. Editora Blucher, São Paulo, 1977.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática Contexto e Aplicações**. Volume 1 e 2. 2ª ed. Editora ática, São Paulo, 2013.

GRANJA, Carlos Eduardo e José Luiz Pastore. **Atividades experimentais de Matemática nos anos finais do ensino fundamental**. 1ª Edição. Editora Somos Mestres, São Paulo, 2012.

GONÇALVES, José Aberto, Sergio Madeira e J. João Sousa. **Topografia: Conceitos e Aplicações**. 3ª edição Atualizada e Aumentada. Editora. Lidel (edições técnicas). Lisboa – Porto, 2012.



**III CONEDU**

CONGRESSO NACIONAL DE  
E D U C A Ç Ã O

Triângulo retângulo. Disponível em: <https://www.google.com.br>. Acessado em 27/04/2016.

ZILKHA, Esther. **Utilização do GeoGebra na Construção de Instrumentos: Teodolito.**

**PROFMAT – IMPA.** Rio de Janeiro, 2012. Disponível em:

[http://www.impa.br/opencms/pt/ensino/downloads/PROFMAT/trabalho\\_conclusao\\_curso/201](http://www.impa.br/opencms/pt/ensino/downloads/PROFMAT/trabalho_conclusao_curso/2014/esther_zilkha.pdf)

[4/esther\\_zilkha.pdf](http://www.impa.br/opencms/pt/ensino/downloads/PROFMAT/trabalho_conclusao_curso/2014/esther_zilkha.pdf). Acessado 09/05/2016.