



## “ENSINANDO FUNÇÃO EXPONENCIAL E O CONCEITO DE LIMITES DE FUNÇÕES PARA O ENSINO MÉDIO UTILIZANDO ATIVIDADES INVESTIGATIVAS”

Márcio Pereira Amaral<sup>1</sup>; Orientador: Lourenço Gonçalves Junior<sup>2</sup>

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo - *marciocotonete@hotmail.com*<sup>1</sup>

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo - *lgoncalves@ifes.edu.br*<sup>2</sup>

**Resumo:** Cientes que o ensino de Cálculo Diferencial e Integral é predominantemente abordado apenas no ensino superior, este trabalho tem o objetivo de apresentar uma possibilidade de inserção do conteúdo de Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Médio, suas ideias intuitivas, como limites de uma função, taxas de variação média, variação, entre outros. A atividade aqui proposta trata-se de materiais manipuláveis para apresentar algumas ideias aos alunos do primeiro ano de ensino médio. Através de uma situação de recorte de folha de papel A4, trabalhamos e discutimos na busca de encontrar o que se pede. Podemos concluir que a inserção do conteúdo de Limite no Ensino Médio é uma opção viável, desde que abordada de forma contextualizada e que seja abordado de forma que não venha a se ater às suas formalidades, que são estudadas no ensino superior, a ideia com este trabalho é introduzir a noção básica do limite de funções sem se ater às suas formalidades estudadas nas aulas de cálculo, mas sim que o estudante tenha uma noção de sua existência e de seu comportamento, visto através de situações que surgem durante a investigação matemática que terá como objetivo principal o ensino de função exponencial nesse caso específico, além de que esta atividade levará também a construção de gráficos, a conceituação do intervalo de valores em qual a função é válida, respectivamente identificaremos ao qual conjunto numérico seus valores pertencem também, e ainda terá por objetivo obter a descrição matemática geral para a função citada, e ainda será abordado a tendência do limite tendendo a zero e ao infinito, no campo dos infinitesimais.

**Palavras-chave:** Ensino Médio; Ensino de Matemática; Limite de uma função; contextualização.

### INTRODUÇÃO

O Cálculo de limites de funções é uma das ferramentas matemáticas mais aplicáveis um exemplo seria uma caixa de água de 1000 litros, embora o valor seja próximo de 1000 litros nunca terá exatamente 1000 litros naquela caixa lembrando que o conceito de limite neste caso busca aproximar ao máximo possível o volume da caixa de 1000 litros. Porém, o ensino de limites tem se restringido ao curso superior. Já nos últimos anos vem se discutindo a inserção no Ensino Médio. Alguns autores de livros didáticos do Programa Nacional do Livro do Ensino Médio (PNLEM) já inserem esse conteúdo em suas obras, porém não o relacionam com as rotinas dos alunos.



**III CONEDU**

CONGRESSO NACIONAL DE  
**E D U C A Ç Ã O**

Dessa forma, o presente trabalho visa uma experiência docente que busque formas de inserir o conceito de limite no Ensino Médio por meio de atividades investigativas. São apresentadas situações problemas como ponto de partida. A partir disso, fazem-se simulações que o aluno vai desenvolvendo em sala e observa-se o comportamento e o professor vai incitando os alunos a desenvolver a atividade e direcionando para onde se deseja chegar, estimula-os a montar gráficos e busca-se encontrar tendências de valores para a variável dependente quando se dá valores a variável independente. Ao final, concluiu-se que a inserção do conteúdo de Limite no Ensino Médio é uma opção viável, desde que abordada de forma contextualizada.

Acreditamos que o conceito de limites deve ser trabalhado junto ao ensino de funções ambos em uma perspectiva construtivista a fim de tornar o ensino mais interessante, mas sem perder o foco no ensino de funções com todas as formalidades inerentes ao ensino médio (construção de gráficos, análise do comportamento das funções) e o conceito de limites de funções iremos apenas introduzir a ideia no campo dos infinitesimais sem nos ater as suas formalidades deixando o mesmo para o ensino superior, para tal iremos dispor de materiais simples que podem ser utilizados em sala de aula como cartolina, tesoura, régua para mostrar alguns exemplos de ensino de funções e algumas propriedades de limites em sala de aula, e com os dados obtidos durante o desenvolvimento das atividades os estudantes irão construindo mentalmente os conceitos de funções e através da anotação dos dados obtidos eles construam os gráficos das funções sendo o professor apenas um mediador para fazer ajustes e orientar nos momentos que o aluno encontrar dificuldade no desenvolvimento da atividade e na construção do conhecimento, acreditou que com esse tipo de atividade o professor muda o seu papel na sala de aula, de emissor do conhecimento para um mediador na construção do mesmo, onde o aluno passa a ter um papel mais ativo no processo de construção do saber, sendo que grande parte do conhecimento foi desenvolvido por ele tornando a tarefa de estudar mais interessante e fixando o conteúdo com mais facilidade.

## **OBJETIVOS GERAIS**

Desenvolver métodos para o ensino de funções e o conceito de limites de funções para o ensino médio utilizando uma perspectiva construtivista.

## **Objetivos específicos**

(83) 3322.3222

contato@conedu.com.br

[www.conedu.com.br](http://www.conedu.com.br)



**III CONEDU**

CONGRESSO NACIONAL DE  
E D U C A Ç Ã O

Utilizar atividades investigativas para despertar o interesse dos alunos no ensino de funções.

Melhorar a aprendizagem da matéria utilizando investigação matemática no processo educacional.

Tornar o aluno parte do processo de ensino buscando que ele construa o modelo matemático de determinado tipo de função ao final da atividade.

Fazer com que o aluno tenha uma posição ativa no processo de ensino – aprendizagem, e abandone a posição de apenas receptor e reproduzidor de métodos apresentados pelo professor.

Tornar o conteúdo de funções mais interessante para os alunos do ensino médio.

E fazer a ligação entre o conteúdo explicado na escola e o meio social em qual o aluno está inserido.

Utilizando a atividade descrita abaixo ensinar ao aluno todos os conceitos de função exponencial referentes ao ensino médio.

Paralelamente ao ensino de funções, apresentar aos estudantes uma noção básica sobre limites de funções apresentando até em alguns casos algumas de suas propriedades.

## **METODOLOGIA**

Para o desenvolvimento das atividades iremos utilizar diversos métodos diferentes, mas a principal metodologia utilizada serão pesquisas realizadas em materiais didáticos específicos do ensino médio e do ensino superior e buscar atividades experimentais que ajudem ao aluno a construir os conceitos necessários para o real aprendizado das características da função exponencial e a interpretação de seus dados e resultados obtidos.

## **DESENVOLVIMENTO**

Para abordar os conceitos de limites para alunos do ensino médio o professor precisa ter criatividade para levar esse assunto ao aluno sobre a perspectiva de situações práticas a fim de que o aluno através de situações reais ele consiga construir os conceitos sobre funções exponenciais e algumas noções básicas sobre limites.

Para isso o professor precisa unir situações do cotidiano com a matéria estudada.

Para tanto iremos elaborar uma sequência de atividades para a função exponencial e então induzir o estudante através dos passos previamente orientados em cada etapa a construir os conceitos necessários para este modelo de função.



## ATIVIDADE

Conceituando função exponencial e Limite tendendo a zero e ao infinito na mesma atividade.

1º passo

Pegar uma folha de cartolina e cortá-la em duas partes iguais

2º passo

Cortar cada parte obtida em outras duas partes iguais.

3º passo

Ir repetindo o processo até onde o professor achar necessário, ou que seja possível para o aluno fazer o corte.

**Obs.:** é importante que em cada etapa o aluno anote em quantas partes a folha foi dividida. Para a posterior compreensão do processo e construção de seu gráfico.

**Obs.:** é importante que em cada etapa o aluno anote que a área de cada parte nova da folha cai pela metade em relação à etapa anterior. Para a posterior compreensão do processo e construção de seu gráfico

Após iremos contar quantos quadrados foram obtidos em cada etapa, é importante que o aluno monte uma tabela com a quantidade de quadrados obtidos em cada etapa, e outra tabela com os dados da área obtida em cada etapa do corte e novamente provocaremos os alunos com os seguintes questionamentos:

O que acontece com a quantidade de retângulos obtidos em cada etapa?

A quantidade de retângulos de cada etapa esta tendendo a um valor específico?

Se continuarmos a recortar os quadrados é possível determinar um número máximo de quadrados obtidos?

Esses questionamentos serão necessários para a construção da tabela com os dados e sua interpretação, para posterior construção do gráfico.

FASE	1	2	3	4	5
QUANTIDADE	1	2	4	8	16

Paralelamente a isso deve se anotar em cada etapa o q acontece com a área em cada etapa também.

FASE	1	2	3	4	5
------	---	---	---	---	---



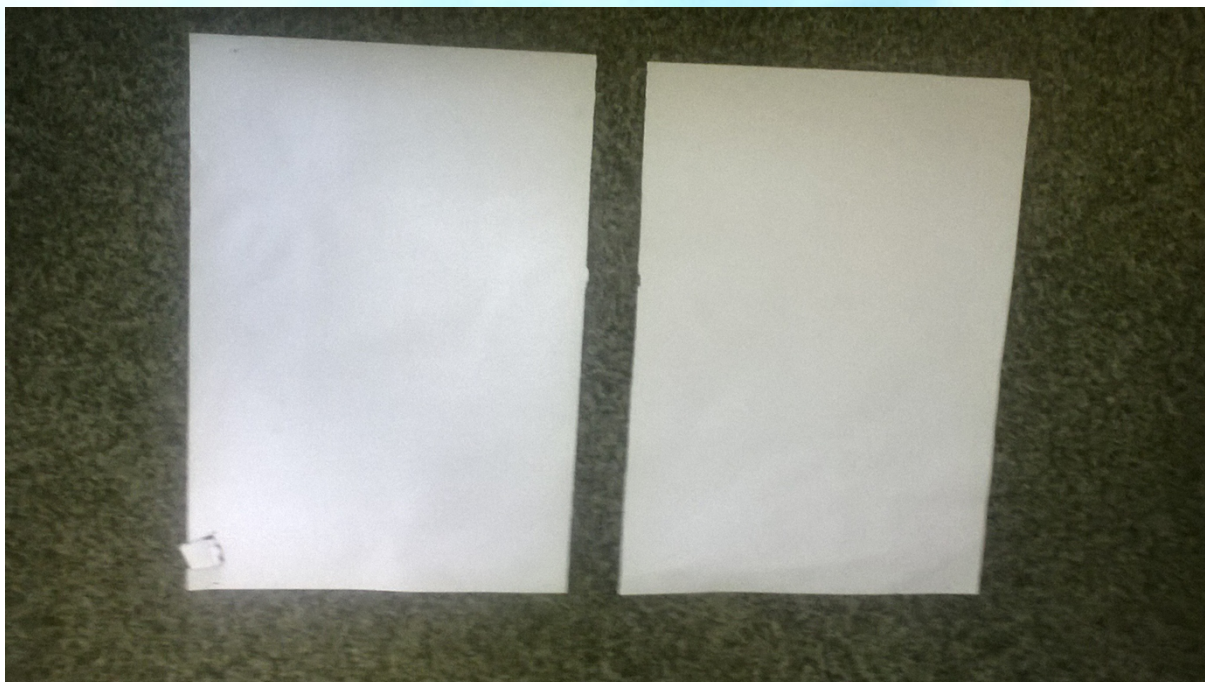
**III CONEDU**

CONGRESSO NACIONAL DE  
E D U C A Ç Ã O

ÁREA	1	0,5	0,25	0,125	0,0625
------	---	-----	------	-------	--------

Observe que com a realização desse processo e anotação dos dados obtidos em cada etapa, em uma tabela e após induzi-los a construir um gráfico, não só estaremos ensinando limites tendendo a zero e ao infinito (utilizando-se como referência a área de cada retângulo em cada etapa, que vai caindo pela metade) para os alunos como também podemos utilizá-lo para ensinar função exponencial de uma forma prática e simples onde o aluno com a manipulação dos dados obtidos estaria construindo os conceitos sobre limites e também "descobrir a função exponencial" e não apenas reproduzindo o conhecimento apresentado pelo professor. É importante observar que os dados obtidos com essa simples atividade, dão a noção de como é o comportamento de uma função exponencial. Além de que o professor deve também incitar aos alunos que com os dados obtidos em cada etapa do processo de corte em retângulos, eles montem um gráfico FASE x QUANTIDADE com o objetivo de que com os próprios estudantes fazendo esse gráfico eles vejam como é o comportamento de uma função exponencial e acreditamos também que com isso se torne mais clara para eles a interpretação dos dados obtidos, quando dispostos em um gráfico.

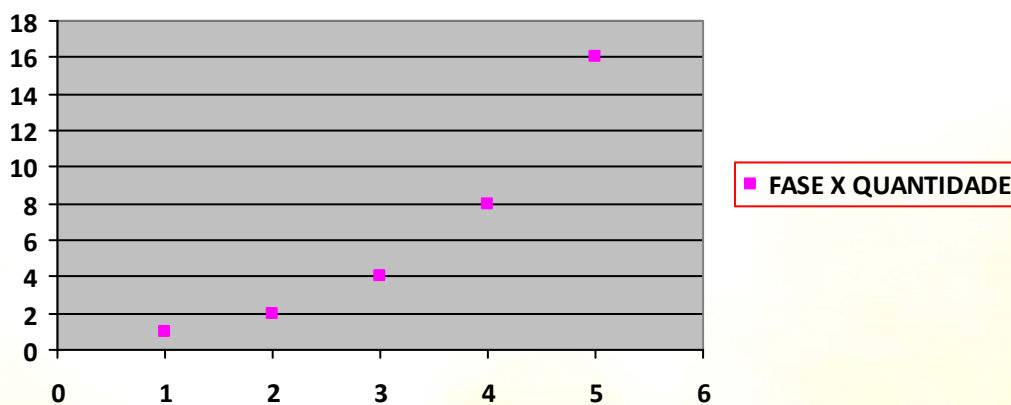
Etapa 1: folha A4 inteira(sem imagem)

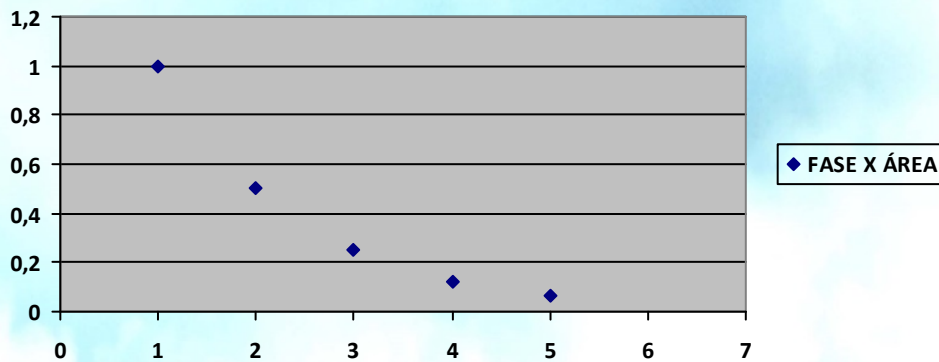


Etapa 2: folha A4 em 2 partes.

Etapa 3: folha A4 em 4 partes.(sem imagem)

Etapa 4: folha A4 em 8 partes, e assim sucessivamente (sem imagem).





A partir da conclusão dessas etapas o professor deve induzir os alunos a procurarem uma representação matemática para esse modelo obtido.

Que seria  $2^x$ .

E em seguida perguntar a eles quais os valores q x poderia assumir, observe q se eles já chegaram até aqui compreendendo de verdade o que fizeram, eles já saberão dizer que os possíveis valores de x são 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8,.....,∞.

E então pergunte a eles a qual conjunto numérico esses números pertencem (deixe que eles busquem isso) até que definam que esses números pertencem ao conjunto  $Z^{++}$ .

Agora finalmente peça-os para encontrarem uma representação matemática geral para esse tipo de comportamento matemático para que sob sua supervisão eles compreendam que a quantidade de retângulos terá essa representatividade em linguagem matemática:

**Quantidade de retângulos será igual a  $2^x$ .**

$$Q = 2^x$$

Deixaremos a etapa da área como exercício de verificação do aprendizado (lembrando que a função que representará a **área será  $1/2^x$** ).

Para finalmente definir que a função exponencial terá como representação matemática:

$$F(x) = A^x$$

## MATERIAL

Folha de papel A4



Tesoura

Régua

## CONCLUSÃO

Essa é só uma atividade utilizando investigação matemática que poderíamos utilizar para ensinar os conceitos de limites tendendo ao infinito e a zero se considerarmos a área de cada quadrado que cai pela metade em cada etapa para o ensino médio, com essa atividade observamos que é possível e simples de fazer e ensinar conceitos básicos de limites a alunos do ensino médio, porém este ensino depende muito da abordagem que o professor da ao assunto, pois o ensino de limites com suas formalidades realmente é algo muito difícil para o nível de ensino médio, mas as ideias de limites e algumas de suas propriedades podem de forma simples e prática serem plantadas no imaginário dos estudantes desse nível escolar podendo até vir a verificar essas propriedades em funções já estudadas ou utilizando o conceito de limites paralelo ao ensino de função como foi realizado na atividade, com o intuito de que se for necessário no nível superior o seu conhecimento, o aluno já tenha vivenciado alguma coisa sobre limites, mesmo sem ter escutado o termo "limite".

Além de que mesmo que não seja necessário em momento algum de sua vida acadêmica o aluno compreenda que esse conceito explica diversos fenômenos naturais.

Da mesma forma poderíamos proceder para o ensino do conceito de derivadas e para o conceito de integral fazendo as devidas inserções que direcionem para o conteúdo que se deseja ensinar na mesma atividade.

## BIBLIOGRAFIA

DOMIFUINI, Lucas IF-SC, 2011; **Limite de uma Função Viável para o Ensino Médio.**

disponível em:

<<http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cnem/cnem/principal/re/PDF/RE48.pdf>>.

Acesso em 14 de Julho de 2015;

MOLON, Jaqueline, Santa Maria-RS, 2013, **Calculo no Ensino Médio: Uma abordagem, possível e necessária com auxilio do software geogebra.** Disponível em:

<<http://bit.proformat->





**III CONEDU**

CONGRESSO NACIONAL DE  
**E D U C A Ç Ã O**

[sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/165/2011\\_00024\\_JAQUELINE\\_MOLON.pdf?sequence=1](http://sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/165/2011_00024_JAQUELINE_MOLON.pdf?sequence=1). Acesso em 10 de Março de 2016;

(83) 3322.3222

[contato@conedu.com.br](mailto:contato@conedu.com.br)

[www.conedu.com.br](http://www.conedu.com.br)