

## **JEAN PIAGET E A TORRE DE HANÓI: MOVIMENTOS DE TOMADA DE CONSCIÊNCIA**

Sandrelena da Silva Monteiro; Gabriella de Souza Ebeling; Gabriela Teixeira Paula; Mônica Marja Silveira Consentino;  
Orientadora: Sandrelena da Silva Monteiro

(Universidade Federal de Juiz de Fora; [sandrele.monteiro@ufjf.edu.br](mailto:sandrele.monteiro@ufjf.edu.br))

### **Introdução**

Nosso grupo de pesquisa é formado por uma professora do ensino superior, duas professoras da educação básica, três alunas e um aluno da graduação, duas mestrandas e um intérprete de libras, tendo dentre nós diferentes áreas de formação acadêmica (Pedagogia, Biologia, Química, Educação Física e Geografia). Em nossos encontros temos realizado um movimento de estudo das obras de Jean Piaget buscando um entendimento de como os conceitos por ele construídos e/ou trabalhados podem ajudar a pensar a educação nos dias atuais. Nesse movimento, temos voltado a atenção especialmente no sentido de pensar a formação de professores, tanto inicial, quanto continuada.

Em um destes movimentos nos encontramos com o conceito de tomada de consciência (PIAGET, 1977, 1978). Ao estudar o livro Tomada de Consciência, nos detivemos de forma mais demorada no capítulo que tratava da tomada de consciência das ações ao operar com a Torre de Hanói. Tal parada rendeu não apenas bons estudos, diálogos e risadas, mas também o entendimento da estrutura e funcionamento do objeto sob análise.

Quanto ao entendimento do conceito de tomada de consciência, Piaget diz que:

O senso comum forma uma idéia totalmente insuficiente (para não dizer errônea) da tomada de consciência, representando-a como uma espécie de modo de ver que projetaria esclarecimentos sobre realidades até então obscura, mas sem nada mudar (assim como uma lanterna acesa num canto qualquer torna bruscamente tudo visível, sem modificar nada nas proposições ou relações dos objetos). Ora, a tomada de consciência é muito mais do que eu isso, pois consiste em fazer passar alguns elementos de um plano inferior inconsciente a um plano superior consciente, e que esses dois estágios não possam ser idênticos, a não ser se não houvesse problema e a passagem fosse fácil, o que não é o caso. A tomada de consciência constitui pois uma reconstrução no plano superior do que já está organizado, mas de outra maneira, no plano inferior (PIAGET, 1978, p. 230).

Aqui apresentamos o movimento de estudo que foi oportunizado pela torre de Hanói, tendo como principal conceito a ser pensado o de tomada de consciência em Jean Piaget.

### **Metodologia**

Em nosso movimento de pesquisa fazemos uso especialmente de duas perspectivas de pesquisas: o Paradigma Indiciário proposto por Carlo Ginzburg (1987) e o método clínico de Jean Piaget (1926).

O Paradigma Indiciário (GINZBURG, 1987) nos auxiliou, no movimento de estudar e encontrar indícios teóricos que nos possibilitaram construir recursos para pensar a formação docente, e, em especial a prática nesse processo de formação. Aqui buscamos um olhar mais cuidadoso para elementos que a primeira vista pareciam insignificantes ou até mesmo

irrelevantes, mas que, faziam-se carregados de sentidos e significados que possibilitaram problematizar a relação entre a teoria estudada e prática realizada.

Quanto ao Método Clínico de Jean Piaget (1926) nos ajudou a ter “olhos de ver”. Para o autor o “bom experimentador deve, efetivamente, reunir duas qualidades muitas vezes incompatíveis: saber observar, ou seja, deixar a criança falar, não desviar nada, não esgotar nada e, ao mesmo tempo, saber buscar algo de preciso, ter a cada instante uma hipótese de trabalho” (PIAGET, 1926, p.11). Percebemos que muitas vezes desenvolvemos ações no cotidiano da formação docente, mas sem consciência do que estamos fazendo. Fazemos por fazer, ou fazemos sem nos darmos conta da dimensão deste fazer e então perdemos muitas oportunidades de melhor estar no movimento da formação tanto a nossa, quanto a dos alunos da graduação e/ou docentes que já se encontram no cotidiano escolar. Ao nos ensinar a fazer perguntas, Jean Piaget nos ensina também a saber ouvir.

Assim, a base teórica, junto ao saber olhar, saber perguntar, saber ouvir, saber dialogar tem nos oportunizado um fazer mais consciente.

## **Resultados e Discussão**

A Torre de Hanói, segundo Manoel (2018) é um jogo criado pelo matemático francês Edouard Lucas, em 1883, inspirado em uma lenda Hindu que falava sobre um templo na cidade de Benares, na Índia, onde existia uma torre sagrada do bramanismo que tinha como função melhorar a disciplina mental dos jovens monges. O objeto que representa a torre de Hanói consiste em uma base de madeira, na qual estão fixadas três colunas, e cinco discos com tamanhos diferentes e sequenciais, móveis, perfurados no centro de tal forma que possam ser encaixados nas colunas formando uma torre.

Nos dias atuais, especialmente no contexto escolar brasileiro a Torre de Hanói tem presença como um brinquedo a ser explorado livremente pelas crianças, visando desenvolver principalmente a coordenação motora fina.

Desta forma, constituiu surpresa para o nosso grupo de pesquisa, encontrar este mesmo objeto na condição de um instrumento usado por Piaget (1977) em seus experimentos de provas operatórias.

A prova consiste em deslocar um conjunto de discos de uma coluna para a outra tendo uma terceira como intermediária. [...] Onde se pediu ao sujeito que inserisse um a um, cinco discos de madeira com diâmetros diferentes, de tal forma que formasse uma torre. O encaixe dos discos deveria ser em ordem decrescente, no sentido ascendente. [...] Os transportes dos mesmos deveriam obedecer a algumas regras: transportar apenas um disco por vez, colocar o maior sempre embaixo do menor, tentar transportar a torre de uma coluna para a outra usando o menor número possível de deslocamentos. Após os deslocamentos, arguia-se os sujeitos para verificar a consciência da transitividade e a lei da recorrência que requer esse tipo de problema, os quais podem conduzir a elaboração da fórmula  $2^n - 1$ , onde  $n$  é o número de discos (TEIXEIRA, 2018, p. 10).

O experimento realizado por Piaget usando como prova operatória a Torre de Hanói foi o que mais impulsionou os integrantes do grupo de pesquisa a parar, e olhar, mais de perto, indícios que poderiam ajudar a pensar a formação de professores e a tomada de consciência na relação com a prática pedagógica. Ao buscar conhecer, e nesse conhecer a tomada de consciência, das ações necessárias à resolução do desafio, nos propusemos a realizá-lo. A seguir, alguns registros das reflexões do grupo.

*Ao olhar para aquele jogo, imediatamente pensei que seria fácil resolver aquele "quebra-cabeça", porém, depois de 3 ou 4 movimentos, vi o quão complexo era e "travei", não conseguia mudar nenhuma peça de lugar e nem fazer o movimento inverso, não queria voltar atrás no jogo, mesmo que para sair daquela situação a reversão fosse necessária. Por alguns minutos fiquei a pensar nos possíveis movimentos que solucionariam o jogo, mas, mesmo assim, ainda levei algum tempo para conseguir chegar ao resultado final (Jéssica).*

No relato de Jéssica percebemos o esforço necessário à tomada de consciência, a qual se dá, segundo Piaget (1978, p. 230) “por ocasião de uma desadaptação, porque, quando uma conduta é bem adaptada e funciona sem dificuldades não há razão de procurar analisar conscientemente seus mecanismos”.

O mesmo esforço pode ser percebido no relato de Gabriel: *A Torre de Hanói se apresentou como um desafio lógico-matemático bem intrigante. Num primeiro momento houve um estranhamento diante do fato de não poder colocar as peças maiores sobre as menores, um dificultador, quando se tem por objetivo mudar as peças de um ponto para o outro. Após compreender esse processo foi possível observar as possibilidades de trabalho com esse jogo. Dois conceitos que fizeram parte de todo esse trabalho com a Torre foram os de reversibilidade (capacidade de executar movimentos nos dois sentidos do percurso) e o de retroceder.*

A fala de G. Ebeling nos remeteu a explicação de Piaget (1977) quando ressalta o papel das ações no processo de tomada de consciência. Explica o autor que as ações por si só são saberes que constituem a fonte para a tomada de consciência conceituada. Desta forma, ainda que realizada de forma não consciente, em um primeiro momento, é parte fundamental do processo de conscientização.

*É engraçado e curioso ver a reação das pessoas diante da torre de Hanói. Cada uma, com suas dificuldades, tinham reações diferentes. A princípio, os jogadores achavam legal, relembavam alguma brincadeira e logo se perguntavam: como se joga mesmo? Notei que conforme as regras eram ditas a maioria das pessoas ficavam confusas. Os alunos com identidade e afinidades voltadas para o raciocínio matemático, matematizaram todo o processo, percebendo (tomada de consciência) a existência de um padrão a ser feito para concluir o jogo com os 31 movimentos. Porém, ao se depararem com o movimento de retroceder havia uma hesitação, pois se pararmos para pensar, não estamos acostumados a fazer este movimento nos jogos. Outro detalhe que observei, enquanto as pessoas jogavam, é que, quanto mais você repete uma ação, mais fácil será a tomada de consciência dos mecanismos desta ação (G. Ebeling)*

Essa situação aconteceu de forma bem explícita na experiência de Flávia: *Após ser avisada sobre as regras do jogo, fiquei olhando as peças e tentando movê-las, sem nenhuma pretensão consciente. Eram apenas repetições motoras. Confesso que quis passar todas as peças de um lado ao outro, sem provocar esforços mentais. Porém, os integrantes do grupo salientaram a importância de pensar as ações, para alcançar êxito no resultado. Após 6 minutos de várias tentativas, sem consciência, consegui terminar pela primeira vez. Diante deste fato vale pontuar que, a proposta da Torre de Hanói parece simples, mas leva a uma reflexão acerca dos processos que constituem a nossa Tomada de Consciência em relação às experiências pelas quais passamos.*

*Inicialmente, não consegui resolver o problema proposto pela Torre de Hanói, tive um bloqueio, pois me lembrou um desafio lógico não cumprido em outra circunstância. Foi necessário que eu primeiro voltasse àquele, resolvesse-o, para que então pudesse estabelecer uma relação com a torre de Hanói. A partir de então, coloquei-me a imaginar quais movimentos seriam necessários à resolução do problema, não fiz nenhuma ação física usando os discos. Buscava um procedimento para resolver o problema. O pensamento que me ocorreu foi o de numerar, observar e equacionar o movimento das peças. Assim, encontrei*

*um sentido lógico e constrói instruções rápidas e simples com o objetivo de que qualquer pessoa, ao seguir as instruções, conseguisse realizar o procedimento com apenas 31 movimentos, quantidade mínima necessária para execução da ação com cinco discos. Nesse exercício de estudo e conceituação da ação, percebi a regularidade na repetição dos movimentos, podendo então chegar à compreensão da equação fundamental da torre de Hanói:  $2^n - 1$  (Mônika).*

Ao falar de possíveis lacunas ou deformações que acontecem no processo de tomada de consciência em crianças ainda pequenas, Piaget (1978) chama a atenção para o fato de que muitas vezes pensamos que a criança não compreendeu nada de sua ação, mesmo tendo sido ela bem sucedida, mas que um olhar mais atento mostraria que “ela compreendeu seu essencial, mas em ação e não pelo pensamento, logo por esquemas sensório-motores e não representativos” (p. 229). O que percebemos no relato de Mônica é que nela, o movimento de aprendizagem e tomada de consciência se dá, nesse momento da sua vida, primeiro pela representação, só então ela se sente a vontade para testar as ações motoras. Esse entendimento provocou muitos questionamentos: Porque isso acontece? Quantos de nossos alunos e alunas em sala de aula têm processos semelhantes e não nos damos conta de suas especificidades?

*A torre de Hanói permite aprimorar os conhecimentos no campo da coordenação motora, reversibilidade, identificação de cores, ordem crescente e decrescente, raciocínio lógico e mais do que isso, aproxima pessoas na busca de sua solução e permite autoconhecimento, na medida em que há a tomada de consciência dos nossos limites e potencialidades (Raquel).*

A Torre de Hanói, além de permitir a realização de movimentos motores trabalhando predominantemente a coordenação motora fina, nos possibilita a compreensão de vários outros elementos ligados à aprendizagem, dentre eles atenção voluntária, planejamento com ações reversíveis, dentre outros.

Os relatos aqui apresentados apontam para movimentos de tomada de consciência a partir das ações realizadas com a Torre de Hanói. Interessante perceber que essa consciência não se restringiu ao exercício do jogo, mas transcendeu-o permitindo pensar a relação da teoria e prática na atuação docente. O entendimento foi no sentido de que muitas vezes atuamos de forma a apenas repetir ações aprendidas, mas sem uma consciência das implicações das mesmas no processo educativo. Percebemos também que, se a tomada de consciência não se faz por simples repetição mecânica das ações práticas, também não se faz por mero estudo teórico. Mas sim, quando há um obstáculo a ser superado, e, ao ser afetado e de alguma tivermos necessidade de superá-lo, fizermos a escolha por fazê-lo. Como bem expressa Piaget,

O que desencadeia a tomada de consciência é o fato de que as regulações automáticas (por correções parciais, negativas ou positivas, de meios já em atuação) não são mais suficientes e de que é preciso, então, procurar novos meios mediante uma regulação mais ativa e, em consequência, fonte de escolhas deliberadas, o que supõe o uso da consciência (PIAGET, 1977, p. 198).

É nesse sentido que o diálogo e as reflexões em torno dos experimentos realizados por Jean Piaget, buscando entender o processo de tomada de consciência, tem nos levado a problematizar a prática pedagógica docente, que muitas vezes acontece sem que haja um escolha consciente da parte do professor.

## Conclusões

Debruçados sobre os estudos e reflexões oportunizados pelos experimentos de Jean Piaget, neste momento, especialmente, os apresentados no livro “A Tomada da Consciência” de Jean Piaget (1977), foi possível perceber e compreender diversas questões ligadas ao processo de compreensão, percepção, representação e conceituação desenvolvido pelo ser humano ao longo dos estados de desenvolvimento. Desde ações puramente motoras até tomada de consciência, quando do uso de conceitos complexos como transitividade, seriação, antecipação, retroação dentre outros.

Além dos processos apreendidos com as experiências descritas por Piaget, várias outras questões puderam ser levantadas, não só em relação às ações das crianças, mas também com relação às ações dos adultos, durante os estudos e a prática com a Torre de Hanói. Pode ser destacado, por exemplo, a importância da existência de variadas estratégias, recursos e metodologias de ensino quando se pensa na relação ensino e aprendizagem. Isso se constata quando percebemos nitidamente as diferentes processos de aprendizagem revelados entre os integrantes do grupo, dentre elas: procedimento de tentativa de acerto e erro, acompanhamento de um roteiro contendo instruções detalhadas, tentativas com e sem auxílio de alguém que já havia dominado os passos, construção de equações matemáticas a partir da percepção da regularidade no movimento das peças, dentre outros.

Essas reflexões nos fazem pensar não somente na Torre de Hanói em si, mas também nas práticas pedagógicas. A forma como devemos pensar nos alunos, e a responsabilidade que é quando se tem a função de ensinar.

## Referências

GINZBURG, Carlo **Sinais: Raízes de um paradigma indiciário.** In: GINZBURG. C. Mitos, emblemas, sinais: morfologia e história. São Paulo: Companhia das Letras, 1987.

MANOEL, Luís Ricardo da Silva. Torre de Hanói. Disponível em: [http://www.ibilce.unesp.br/Home/Departamentos/Matematica/labmat/torre\\_de\\_hanoi.pdf](http://www.ibilce.unesp.br/Home/Departamentos/Matematica/labmat/torre_de_hanoi.pdf) Acesso em 28 de agosto de 2018.

PIAGET, Jean. Os problemas e os métodos. In: \_\_\_\_\_. **A representação do mundo na criança.** Rio de Janeiro: Record, 1926. p 5-32.

PIAGET, Jean. **A tomada de consciência.** São Paulo: Melhoramentos/EDUSP, 1977.

PIAGET, Jean. **Problemas de Psicologia Genética.** São Paulo: Abril Cultural, 1978.

TEIXEIRA, Leny Rodrigues Martins. Comparação do desempenho de escolares de 2º Grau em três provas operatórias: permutação, quantificação de probabilidades e Torre de Hanói. In: Psic. Teor. e Pesq., Brasília, v. 6, nº 1, p. 3-22. Disponível em: <http://periodicos.unb.br/index.php/revistaptp/article/download/20411/14505> Acesso em 28 de agosto de 2018.