

## RELATO DE EXPERIÊNCIA - OFICINA O ENSINO DA RELAÇÃO DE EULER: UMA NOVA PERSPECTIVA A PARTIR DA CONSTRUÇÃO DE POLIEDROS NA ÁGUA

Elba Cristina Rodrigues Santos<sup>1</sup>  
Daisy Verusca Gomes de Sousa<sup>2</sup>  
Dayse Daniela de Carvalho dos Anjos<sup>3</sup>  
Mércia Conceição Monte de Amorim Gonçalves<sup>4</sup>

### RESUMO

A geometria plana e espacial está sempre presente tanto no nosso dia a dia quanto no estudo do discente em formação e também, dos docentes em atuação. Ela apresenta extrema importância na vida acadêmica por desenvolver no aluno suas habilidades, competências, resolução de problemas além da admissão das suas propriedades que são utilizadas para solucionar questões de diversas formas na área da matemática. Esta pesquisa teve como principal objetivo analisar a forma como alguns professores e alunos da licenciatura em matemática que trabalham e podem trabalhar a Relação de Euler em sala de aula juntamente em conteúdos de geometria plana e espacial. Esta pesquisa foi realizada na Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), Centro Acadêmico do Agreste (CAA) através de uma oficina “O Ensino da Relação de Euler: Uma nova perspectiva a partir da construção de poliedros na água” com utilização de sólidos geométricos de acrílico com líquido colorido dentro, e também, através do manuseio destes sólidos outros sólidos surgiam em decorrência. A pesquisa é de caráter qualitativo e para a coleta dos dados foi utilizado um questionário com perguntas abertas.

**Palavras-chave:** Geometria, Relação de Euler, Lúdico, Aprendizagem Matemática.

### INTRODUÇÃO

Realizamos no Encontro de Matemática do Agreste Pernambucano (EMAP) da UFPE-CAA uma oficina sobre a Relação de Euler com a utilização de sólidos geométricos de acrílico. É importante destacar, que os sólidos possuíam uma abertura no qual era possível pôr líquido colorido dentro, e assim, conforme os participantes movimentavam esses sólidos novos surgiam onde o líquido parava. Deste modo, Scheffer (2006, p.97) afirmar que “o exercício de observação, descrição, representação e análise, encontradas e destacadas,

<sup>1</sup> Graduanda do Curso da Universidade Federal de Pernambuco - UFPE, [elba\\_rodrigues1@hotmail.com](mailto:elba_rodrigues1@hotmail.com);

<sup>2</sup> Graduanda do Curso da Universidade Federal de Pernambuco - UFPE, [daisy\\_veruska@hotmail.com](mailto:daisy_veruska@hotmail.com);

<sup>3</sup> Graduanda do Curso da Universidade Federal de Pernambuco - UFPE, [dayse.daniela11@gmail.com](mailto:dayse.daniela11@gmail.com);

<sup>4</sup> Graduanda do Curso da Universidade Federal de Pernambuco - UFPE, [merciaecinha@hotmail.com](mailto:merciaecinha@hotmail.com).

favorecem a formação de imagem, o que fundamenta o pensamento geométrico”. Portanto, a utilização do lúdico como método didático no ensino da geometria permite que os conteúdos abstratos tornem-se mais perceptíveis aos alunos.

Por outro lado, a crescente demanda por aulas mais didáticas tem modificado o perfil dos professores de matemática, visto que para Fainguelernt (1995) o ensino da geometria não deve ser reduzido apenas à aplicação de fórmulas, mas sim, na construção desse conhecimento fazendo relação entre os conteúdos.

Portanto, após a apresentação das situações com os sólidos acrílicos pedimos que os participantes nos apresentassem por meio de anotações quantos e quais sólidos conseguiram encontrar, como também, quantas faces diferentes em cada sólido surgiram. Para finalização da oficina, entregamos um questionário para que os participantes nos expusessem o que acharam da utilização dos sólidos de acrílico como método didático para o ensino das relações de Euler, além disso, como essa experiência pode proporcionar aos alunos uma aprendizagem significativa na identificação das faces, arestas, vértices, áreas e volumes destes sólidos.

De acordo com o exposto, os resultados foram muito positivos sobre a possibilidade do uso dos sólidos acrílicos no ensino das relações de Euler, pois é um material que pode ser manuseado, conseqüentemente, permite uma melhor visualização e percepção para os alunos.

## **METODOLOGIA**

Esta pesquisa foi realizada na Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), no Centro Acadêmico do Agreste (CAA) na cidade de Caruaru-PE, no qual ocorreu o Encontro de Matemática do Agreste Pernambucano (EMAP). A oficina “O Ensino da Relação de Euler: Uma perspectiva a partir da construção de poliedros na água” que contou com a participação de 1 doutor, 2 mestres, 2 graduados e 1 graduando em licenciatura em matemática. Portanto, ao final da oficina aplicou-se um questionário que tinha como objetivo saber se os participantes costumavam apresentar ferramentas diferenciadas para trabalhar geometria plana e espacial em sala de aula, se já conheciam os sólidos em acrílico e se a participação deles na oficina foi útil para complementar a sua formação. Sendo assim, os resultados obtidos foram bastante satisfatórios.

Adotamos a abordagem do método qualitativo para esta pesquisa, pois ela é mais objetiva ao que se busca, por compreender perfeitamente a necessidade de se aprofundar num

determinado objeto de pesquisa, ou seja, conseguimos de forma mais nítida o que buscamos em relação ao assunto de maior interesse da pesquisa (OLIVEIRA, 2014).

Assim, elaboramos para a oficina quatro atividades a serem desenvolvidas. Na primeira atividade foi à apresentação dos sólidos geométricos de acrílico, onde cada participante escolheu um sólido em meio a vários que apresentamos a eles, com ajuda de um funil, eles colocaram o líquido colorido dentro do sólido faltando alguns centímetros para enchê-lo por completo. À medida que eles movimentavam os sólidos, pedimos que observassem apenas a parte do volume do líquido como um novo sólido e, a partir daí eles tinham, por exemplo, em um prisma de base quadrada, conseguiam observar um prisma de base triangular, outro exemplo era pegar uma pirâmide de base pentagonal e transformá-lo num tronco de pirâmide, ou seja, era possível perceber no novo sólido formado, outras faces diferentes do sólido inicial.

Na segunda atividade a partir da formação em grupos dos participantes, perguntamos qual a quantidade de líquido dentro do sólido irá de alguma forma influenciar na composição das formas geométricas no seu interior, ou seja, mostramos que os participantes também podiam trabalhar volume em sala de aula com esse líquido dentro do sólido e ainda questionar seus alunos colocando a mesma quantidade de líquido dentro de dois ou três sólidos diferentes e perguntar qual desses sólidos apresentam maior quantidade de volume.

Na terceira atividade para os grupos formados anteriormente foram distribuídas uma tabela para descrever suas descobertas, nomear os sólidos encontrados, número de vértices, arestas e faces de cada sólido encontrado.

Por fim, na quarta atividade os grupos apresentaram e discutiram os resultados da tabela.

Após estas quatro atividades aplicamos um questionário estruturado contendo quatro perguntas abertas que segundo Gil (1999, p. 128) é uma “[...] técnica de investigação composta por um número mais ou menos elevado de questões apresentadas por escrito às pessoas, tendo por objetivo o conhecimento de opiniões, crenças, sentimentos, interesses, expectativas, situações vivenciadas etc.”.

As quatro perguntas foram:

Questão 1- Na sua concepção, qual a importância de inovar os recursos didáticos para o ensino da geometria?

Questão 2- Se você é professor e já atua na área, quais recursos didáticos você utiliza para o ensino da geometria? E se você ainda não leciona, acha válida ou aplicaria este recurso?

Questão 3- Sendo os sólidos de acrílico um recurso didático, o que você achou da utilização deles nesta oficina como ferramenta didática para o ensino da geometria?

Questão 4- Achou útil para sua formação profissional ter participado desta oficina?

As perguntas do questionário tiveram como objetivo de avaliar como os docentes e futuros docentes compreendem a importância de buscar novas alternativas didáticas para as suas aulas.

## DESENVOLVIMENTO

A necessidade do homem tornou possível diversas construções. Na matemática não aconteceu de maneira diferente, à geometria surge da carência de recursos que os egípcios tinham com medições de terras. Para Teixeira e Silva (2013), nos afirma que:

A geometria é um ramo da matemática que surgiu inicialmente como um aspecto visual usado em construções de objetos dotados de simetria, em seguida a partir da necessidade do homem ela passa a ser utilizada para medir ou traçar delimitações de terrenos. No Egito antigo havia faixas de terras dos agricultores, quando a água do rio inundava essas faixas destruíam seus limites a maneira que eles encontraram para demarcar novamente essas divisões era através do ângulo reto, na área que não inundava saía uma linha de forma ortogonal até atingir o rio então essa faixa ortogonal a uma linha estabelecida formava o triângulo retângulo a partir dessa ciência empírica surgiram teoremas e axiomas firmados até hoje (TEIXEIRA; SILVA, 2013, p. 4).

Por toda a vida a geometria manteve sua importância por ser muito utilizada tanto no dia a dia como no ambiente escolar e acadêmico. Suas fórmulas e propriedades são essenciais para solução de problemas relacionados à matemática, engenharia, arquitetura e tantas outras áreas de exatas. De forma mais restrita, ela tem sua importância no desenvolvimento do aluno em sala de aula, pois nem sempre é fácil para o professor fazer o aluno compreender a geometria plana ou espacial de maneira clara apenas com aulas teóricas seguidas de exemplos e exercícios.

Segundo Polli e Figueiredo (2017) o uso de materiais manipuláveis nas aulas de matemática possibilita que os alunos consigam construir conhecimento, além de provocar curiosidade e o prazer em descobrir novas atividades. Os materiais manipuláveis são uma ferramenta que possibilitam que o professor possa desenvolver de maneira prática o que também ensina na teoria.

De acordo com Polli e Figueiredo (2017)

Os materiais didáticos manipuláveis constituem um importante recurso didático a serviço do professor em sala de aula. Podem tornar as aulas de matemática mais dinâmicas e compreensíveis, uma vez que permitem a aproximação da teoria matemática da constatação na prática, por meio da ação manipulativa. Tendo como pressuposto a ideia de que o ensino de matemática deve assumir um caráter mais dinâmico, a opção por trabalhar com o conteúdo de Geometria Plana deve-se à experiência prévia da autora com esta área do conhecimento e a expectativa por ampliar os conhecimentos dos alunos no que diz respeito aos saberes geométricos, em um viés que permita uma maior compreensão (POLLI ; FIGUEIREDO, 2017, p. 2).

A geometria fica mais compreendida se for trabalhada com mais desígnio e manipulação, pois a maneira que o aluno tem a possibilidade de manusear um sólido em suas mãos, ele terá uma melhor percepção do formato dele, de suas faces, arestas e vértices. De acordo com Polya (1995, p.10) “[...] para nos convenceremos da presença ou da qualidade de um objeto, desejamos vê-lo e tocá-lo”. Sendo assim, é vantajoso para o aluno não só ter acesso aos materiais físicos, mas também ser exposto pelo professor a situações com condições propícias que os levem a pensar, interagir e buscar seus conhecimentos (LIBÂNEO, 2017).

Portanto, Teixeira e Silva (2013) reconhece o quão importante é a utilização dos recursos didáticos no processo de ensino-aprendizagem, esses recursos permitem um melhor entendimento e compreensão de espaços bi e tridimensionais, esse entendimento através da visualização podem facilitar na construção de saberes mais elaborado.

## **RESULTADOS E DISCUSSÃO**

Iremos nesta discussão dos dados apresentar de maneira sucinta como as atividades foram desenvolvidas, seguidas de comentários, em seguida apresentaremos as respostas referentes ao questionário feito.

Atividade 1- apresentação dos sólidos geométricos de acrílico, onde cada participante escolheu um sólido em meio a vários que apresentamos a eles, com ajuda de um funil, eles colocaram o líquido colorido dentro do sólido faltando alguns centímetros para enchê-lo por completo. À medida que eles movimentavam os sólidos, pedimos que observassem apenas a parte do volume do líquido como um novo sólido e, a partir daí eles tinham, por exemplo, em um prisma de base quadrada, conseguiam observar um prisma de base triangular, outro exemplo era pegar uma pirâmide de base pentagonal e transformá-lo num tronco de pirâmide,

ou seja, era possível perceber no novo sólido formado, outras faces diferentes do sólido inicial.

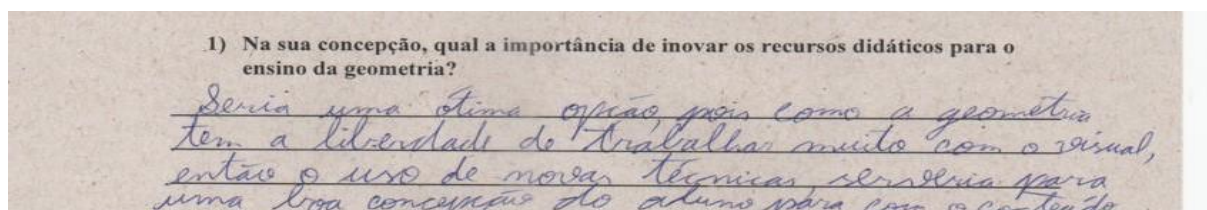
Atividade 2 - a partir da formação em grupos dos participantes, perguntamos qual a quantidade de líquido dentro do sólido irá de alguma forma influenciar na composição das formas geométricas no seu interior, ou seja, mostramos que os participantes também podiam trabalhar volume em sala de aula com esse líquido dentro do sólido e ainda questionar seus alunos colocando a mesma quantidade de líquido dentro de dois ou três sólidos diferentes e perguntar qual desses sólidos apresentam maior quantidade de volume.

Atividade 3 - os grupos formados anteriormente foram distribuídos uma tabela para descrever suas descobertas, nomear os sólidos encontrados, número de vértices, arestas e faces de cada sólido encontrado.

Atividade 4 - os grupos apresentaram e discutiram os resultados da tabela. Foi bem gratificante para nós, pois a cada nova etapa que trabalhamos com eles várias sugestões foram surgindo, os próprios participantes que até então não se conheciam foram informando como os outros podiam trabalhar com esses sólidos de acrílico. Além disso, nos passaram informações de como era difícil dar aula de geometria sem ferramentas adequadas para que o aluno pudesse ter uma noção do que eles ensinam em suas aulas, ou seja, essa oficina abriu portas para vários pontos positivos e ao final dela, os participantes afirmaram ter gostado muito da experiência e das dicas para trabalhar geometria plana e espacial.

A seguir iremos apresentar os resultados relacionados ao questionário.

Questão 1- Na sua concepção, qual a importância de inovar os recursos didáticos para o ensino da geometria?



1) Na sua concepção, qual a importância de inovar os recursos didáticos para o ensino da geometria?

A inovação em recursos didáticos é sempre importante e ainda mais quando se trata da geometria já que os alunos apresentam uma

→ *questão da folha*

grande defasagem talvez por ser difícil de explicar detalhes apenas no plano tridimensional.

1) Na sua concepção, qual a importância de inovar os recursos didáticos para o ensino da geometria?

FUNDAMENTAL PARA APROXIMAR SEMPRE MAIS OS ALUNOS DA GEOMETRIA AJUDANDO-OS A DESCOBRÍ-LA EM TODA PARTE

Nesta primeira pergunta, pode-se notar que todos os participantes concordam na importância de inovar em sala de aula, pois ajudaria principalmente os alunos que apresentam dificuldade de compreensão em geometria plana e espacial.

Questão 2- Se você é professor e já atua na área, quais recursos didáticos você utiliza para o ensino da geometria? E se você ainda não leciona, acha válida ou aplicaria este recurso?

2) Se você é professor e já atua na área, quais recursos didáticos você utiliza para o ensino da geometria? E se você ainda não leciona, acha válida ou aplicaria este recurso?

Costa de trabalhar como o Geogebra por através de sua janela 3D, os alunos conseguem identificar com mais facilidade os assuntos.

2) Se você é professor e já atua na área, quais recursos didáticos você utiliza para o ensino da geometria? E se você ainda não leciona, acha válida ou aplicaria este recurso?

O auxílio de alguns objetos que utilizamos no dia a dia, atividades com o geogebra. Sim, muito válido esse novo método e de ótimo aproveitamento.

2) Se você é professor e já atua na área, quais recursos didáticos você utiliza para o ensino da geometria? E se você ainda não leciona, acha válida ou aplicaria este recurso?

Software de geometria espacial, objetos do dia a dia que tenham formas dos sólidos à serem trabalhados, jogos dos sólidos geométricos em madeira, sólidos feitos com palitos de churrasquinho e bolinhas de isopor.

Nesta segunda pergunta os professores nos informam quais métodos costumam utilizar, Software Geogebra é um dos mais utilizados, realmente é de grande ajuda e interação, porém, em discussão, eles informaram que nem sempre as escolas possuem computador ou uma quantidade que supra as quantidades de alunos que precisam utilizá-los, o que se torna um obstáculo para realizar uma aula atrativa.

Questão 3- Sendo os sólidos de acrílico um recurso didático, o que você achou da utilização deles nesta oficina como ferramenta didática para o ensino da geometria?

3) Sendo os sólidos de acrílico um recurso didático, o que você achou da utilização deles nesta oficina como ferramenta didática para o ensino da geometria?

Muito bom, através dos sólidos em acrílico o aluno ao observar, adquiriu um conhecimento mais amplo, na curiosidade, troca de conhecimentos, observação das diversas faces e formas que eles se desenvolvem.

3) Sendo os sólidos de acrílico um recurso didático, o que você achou da utilização deles nesta oficina como ferramenta didática para o ensino da geometria?

Espectacular visto que podemos usar nossa criatividade e criar inúmeros sólidos geométricos.

3) Sendo os sólidos de acrílico um recurso didático, o que você achou da utilização deles nesta oficina como ferramenta didática para o ensino da geometria?

CONSIDERO QUE ESTA FERRAMENTA AMPLIA AS POSSIBILIDADES DE INTERAÇÃO, PERCEPÇÃO E CONCLUSÕES.



Nesta terceira pergunta, podemos ver como foi bem aceito a utilização do uso dos sólidos geométricos com líquido dentro, eles podem proporcionar ao aluno inúmeras possibilidades de polígonos num só poliedro através do seu manuseio movimentado os sólidos e buscando os mais diferentes sólidos.

Questão 4- Achou útil para sua formação profissional ter participado desta oficina?

4) Achou útil para sua formação profissional ter participado desta oficina?  
Sim, na troca de conhecimentos dos  
participantes

4) Achou útil para sua formação profissional ter participado desta oficina?  
SIM, SÓ CONHECIA O MATERIAL POR FOTOS, JÁ SOLICITEI  
A COMPRA DESSE MATERIAL PARA A ESCOLA, MAS AINDA,  
NÃO FUI AGENDADA.

4) Achou útil para sua formação profissional ter participado desta oficina?  
BASTANTE, ALÉM DE NÃO CONHECER ESTE MÉTODO,  
FOI MUITO VIÁVEL PARA MINHA CAPACIDADE DE  
FAZER A ADAPTAÇÃO A TRABALHAR COM MEUS ALUNOS.

E por fim nesta quarta pergunta observa-se a satisfação dos participantes em participar da oficina, foi muito gratificante porque todos gostaram muito e informaram que também irão solicitar à escola e fazer uso dos sólidos em suas aulas.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A geometria em si é bastante ampla e com muitos detalhes, ficando às vezes difícil tanto o docente fazer o aluno compreender todos os seus componentes como também é difícil para o discente relacionar todas as informações apenas teoricamente. A maneira positiva que os participantes interagiram durante toda oficina foi muito proveitosa, pois, ficou bem mais fácil analisar a coleta de dados da pesquisa, porque a todo instante eles dialogavam e nos contavam como o nosso método poderia ajudar alunos com dificuldade em geometria plana e

espacial, e como seria proveitoso que as escolas pudessem investir mais em ferramentas que possibilitasse uma melhor aprendizagem para o aluno de acordo com o conteúdo trabalhado.

E essas interações foram essenciais para nós graduandos, pois se tratavam de opiniões de professores, mestre e doutor, ou seja, pessoas com uma carga de experiência bastante relevante para nós. Contudo, através da pesquisa podemos observar com é importante e interessante que os alunos pudessem ter acesso a ferramentas no dia a dia em sala de aula. Além disso, com a análise da pesquisa podemos sugerir que os professores invistam mais tempo na fabricação de suas próprias ferramentas, que possam reservar um tempo com os alunos e possam construir materiais que os ajudem na compreensão do conteúdo através de materiais recicláveis, porque melhor que apresentar um material que auxiliem os alunos nas aulas, é fazer os próprios alunos construírem suas ferramentas de estudo.

## REFERÊNCIAS

FAINGUELERNT, Kaufmam Estela. O ensino da geometria no 1º e 2º graus. **Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**, Blumenau, ano III, n. 4, 1995, p. 45-53.

GIL, Antônio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 1999.

LIBÂNEO, José Carlos. **Didática** [livro eletrônico]. São Paulo: Cortez, 2017. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?hl=ptBR&lr=&id=q3MzDwAAQBAJ&oi=fnd&pg=PT4&dq=info:0VYDpJ8z324J:scholar.google.com/&ots=bTLgByAcf&sig=HkxL55yJD7ORmGRpP8J7POq-BH0#v=onepage&q&f=false>>. Acesso em: 09/08/2019.

OLIVEIRA, Maria Marly de. **Como fazer pesquisa qualitativa**. 6. ed. Rio de Janeiro: Vozes: 2014.

POLLI, Cileide Teixeira da Silva; FIGUEIREDO, Helenara Regina Sampaio. **Possíveis Aplicações dos Materiais Manipuláveis no Ensino de Geometria para os anos iniciais**. Unioeste de Cascavel- Paraná (Encontro Paraense de Educação Matemática.) 2017.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. – 2. reimpr. – Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

TEIXEIRA, Suelly Gomes; SILVA, Mayra Darly da. **Uma Proposta de Estudo da Relação de Euler com alunos cegos.** Canoas - Rio Grande do Sul, 2013.

SCHEFFER, Nilce. O LEM na discussão de conceitos de geometria a partir das mídias: Dobradura e Software dinâmico. In: Lorenzato, Sérgio (org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores.** Campinas: Autores Associados, 2006, p. 93-112.