

## A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO SUBSÍDIO DIDÁTICO PARA O COMPONENTE CURRICULAR CÁLCULO I

Paulo Henrique das Chagas Silva<sup>1</sup>

### RESUMO

A resolução de problemas vem se estabelecendo como uma das principais tendências em Educação Matemática. Ela auxilia o professor na sua prática educacional, tornando-o um pesquisador de soluções bem fundamentadas para as questões propostas, e implementando mudanças concretas na construção de novos conceitos e novos conteúdos matemáticos; ao aluno é atribuído o papel de protagonista no processo de aprendizagem, uma vez que ele passa a gerenciar informações, tomar decisões e perceber o caráter utilitário da matemática. Sob esse aspecto, torna-se relevante modificar a metodologia tradicional, pautada em exercícios do tipo *calcule* e *determine* e inserir os preceitos e etapas da resolução de problemas. Este trabalho fundamenta-se principalmente nos trabalhos de George Polya (1995) sobre a heurística da resolução de problemas, e em análise de dados e conteúdo. A atividade proposta consistiu em quatro problemas relacionados ao conteúdo programático das duas primeiras unidades do componente curricular Cálculo I e contou com 132 estudantes de graduação (divididos em grupos) dos cursos de Bacharelado em Ciência e Tecnologia e Bacharelado em Tecnologia da Informação da Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Campus Pau dos Ferros. A análise realizada mostrou que existe, em alguns grupos, dificuldades em escrita, organização e utilização de conectivos lógicos, bem como déficit na organização sistemática das etapas de resolução do problema proposto. Apesar disso, houve uma melhora nas notas do componente curricular em relação à unidade anterior e uma participação ativa dos discentes.

**Palavras-chave:** Resolução de Problemas, Educação Matemática, Aprendizagem, Cálculo I.

### INTRODUÇÃO

Segundo Teixeira (2004), “ensinar matemática é fazer ao aluno um convite à abstração”, esse convite, no entanto, parece que só pode ser aceito quando o professor passa a adotar metodologias de ensino que possibilitem a aproximação entre o que o aluno domina e os significados matemáticos, além de possuir meios para verificar se ele realmente absorveu a nova informação.

A Resolução de Problemas pode ser vista como uma ferramenta facilitadora desse processo, tendência essa que vem ganhando cada vez mais destaque no campo educacional. Diversas literaturas tratam desse assunto, cada uma com um certo tipo de especificidade; o método heurístico – proposto por George Polya em seu livro *How To Solve It<sup>2</sup>* – é a principal delas. Porém, se é unânime ao afirmar que uma situação só se configura como problema se o

---

<sup>1</sup> Mestre pelo Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Federal Rural do Semi-Árido – UFERSA, paulo.silva@ufersa.edu.br.

<sup>2</sup> Foi traduzido para o português com o título *A Arte de Resolver Problemas*.

discente for levado a interpretar o enunciado da questão e estruturar a situação que lhe é apresentada.

Com base nisso, foi desenvolvida uma atividade que consistiu em quatro problemas relacionados ao componente curricular Cálculo I, aplicada à estudantes dos cursos de Bacharelado em Ciência e Tecnologia e Bacharelado em Tecnologia da Informação da Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Campus Pau dos Ferros. A pesquisa objetivou aferir sobre a aceitação da introdução de problemas que fogem dos exercícios tradicionais comumente abordados no componente curricular supracitado, procurando analisar, baseado nos preceitos da Resolução de Problemas, as respostas dadas pelos grupos formados nas três turmas analisadas.

Sobre os resultados obtidos, pode-se destacar as dificuldades apresentadas por alguns grupos em gerenciar informações e notar padrões, além da frequência em erros de notação e formalidade como, por exemplo, definir infinito como um *número muito grande*. Por outro lado, a maior parte dos grupos obtiverem um índice aceitável de acertos, gerando, em média, uma melhora de setenta por cento em relação à unidade imediatamente anterior à atividade proposta.

Trabalhar em sala de aula sob a perspectiva da Resolução de Problemas tira o aluno da sua zona de conforto e o situa em um ambiente que promove o desenvolvimento do raciocínio e o pensar criticamente; além de mostrar o caráter utilitário da matemática, já que as situações-problemas podem (e devem) fazer parte da rotina diária do discente, sempre que o conteúdo ministrado assim o permita.

## METODOLOGIA

Para a elaboração do referencial teórico foi feito um mapeamento da discussão, selecionando pesquisas arroladas a partir das palavras *resolução de problemas* e *ensino de cálculo* e, destas, foram retidas as que tinham relação direta com o tema proposto. Sendo assim, destacam-se os trabalhos de George Polya sobre a resolução de problemas, especialmente o seu livro *How To Solve It*.

O Programa Geral da Disciplina de Cálculo I da Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Campus Multidisciplinar de Pau dos Ferros, possui uma ementa que compreende os seguintes conteúdos: números reais, funções elementares e seus gráficos, limites, continuidade, derivadas e aplicações de derivadas, e são divididos em três unidades (dois conteúdos por unidade, respectivamente).

Sendo assim, a atividade proposta foi aplicada em três turmas de Cálculo I – duas turmas com estudantes de Bacharelado em Ciência e Tecnologia e uma turma com estudantes de Bacharelado em Tecnologia da Informação – e contou com um total de 132 alunos, divididos em grupos que variavam de quatro a seis participantes. Esse componente curricular é ofertado no 1º período dos respectivos cursos. A atividade consistia em quatro problemas relacionados com um ou mais dos conteúdos da primeira e segunda unidades que, em sua maioria, procuravam não serem resolvidos de forma direta e mecânica, ou mesmo possuírem uma resposta fechada.

À atividade foi atribuída uma nota que consistiu em 50% da nota da segunda unidade. Em aulas anteriores à proposta foi explicitado a importância da resolução de problemas e dado o destaque de que aos caminhos percorridos para a obtenção da resposta de cada problema seria dada uma relevância maior do que à resposta final propriamente dita. Durou 4 horas-aula e os discentes tinham acesso à calculadoras.

Todos os quatro problemas foram elaborados pelo autor desse artigo, com base em definições, teoremas e textos já conhecidos.

## **A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO METODOLOGIA DE ENSINO**

Trabalhar em sala de aula voltado para a resolução de problemas se encontra nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) como uma iniciativa para o desenvolvimento da atividade matemática, uma vez que “essa opção traz implícita a convicção de que o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução” (BRASIL, 1998, p. 40).

A forma padrão de ensino, baseada na sequência “definição → exemplo → exercícios”, é levada a um patamar superior quando inserimos o conceito de resolução de problemas. Dentro do contexto de educação matemática,

um problema, ainda que simples, pode suscitar o gosto pelo trabalho mental se desafiar à curiosidade e proporcionar ao aluno o gosto pela descoberta da resolução, é comum os alunos passarem muito tempo tentando resolver um problema ou um desafio [...]. Nesse sentido, os problemas podem estimular a curiosidade do aluno e fazê-lo a se interessar pela Matemática. (BRAZ et. all, 2013, p. 149).

Segundo Mendes (2009) dois fatores devem ser notados quando nos aprofundamos nos estudos de resolução de problemas. O primeiro está relacionado à verificação de como os alunos

realizam a tarefa de resolver problemas, notando aquelas que apresentam mais facilidade durante esse processo e identificando quais são as características destes que são primordiais para a resolução de problemas. O segundo é estimular no aluno, através do processo heurístico, a capacidade de resolver problemas, que se resume em organizar, de forma sistemática, certos passos que tenham o intuito de melhorar o desempenho dos alunos durante e execução das tarefas.

O processo de ensino de matemática, através da resolução de problemas, tem o objetivo de tirar o aluno da sua zona de conforto – em aulas que predominam a resolução de exercícios rotineiros, onde o mesmo está acostumado a seguir uma regra preestabelecida, sem que culmine na habilidade de pensar de forma crítica e reflexiva – e situá-lo em um ambiente que promova o desenvolvimento do raciocínio e o pensar criticamente. Segundo Polya (1995, p.5),

O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. Experiência tais, numa idade susceptível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda vida, a sua marca na mente e no caráter (POLYA, 1995, p. 5).

O hábito de resolver problemas deve ser algo comum na vida do estudante de um curso na área de ciências exatas, ele deve estar preparado a trabalhar com situações-problemas cada vez mais complexas, pois isso fará com que ele possa desenvolver a persistência e a vontade de buscar soluções diversas. Outro ponto é que essa busca corriqueira fará com que ele adquira autoconfiança para resolver novos problemas que se apresentarão ao longo de sua vida acadêmica e fora dela.

Toda e qualquer situação apresentada no componente curricular Cálculo I pode ser reconhecida como um problema matemático, desde que

exista um reconhecimento dela como tal, e na medida em que não se disponha de procedimentos automáticos que nos permitam solucioná-la de forma mais ou menos imediata, sem exigir, de alguma forma, um processo de reflexão ou tomada de decisões sobre a sequência de passos a serem seguidos. (POZO, ECHEVERRÍA, 1998, p. 15).

O que deve ser posto em destaque é a questão da contextualidade e a relação que duas ou mais disciplinas da matemática, da química e da física têm entre si – interdisciplinaridade – isto é, na resolução de problemas essas conexões são mais do que permitidas, são essenciais. A

relevância cultural do tema, dentro o fora da matemática, sua importância ao longo da história; são todos fatos que devem ser colocados em destaque.

Um dos motivos da resolução de problemas ser tão importante, está no fato dela possibilitar aos alunos a capacidade de gerenciar informações presentes tanto dentro da sala de aula, quanto fora dela. Os conceitos e procedimento matemáticos podem ser ampliados consideravelmente quando se trabalha dentro dessa perspectiva.

Segundo Varizo (1993), é unânime entre os professores de matemática que a resolução de problemas é importante para o processo de ensino-aprendizagem em matemática. Ela ainda comenta as diferentes interpretações por parte dos professores no que poderia ser considerado uma solução de problema. Alguns professores acreditam que resolver problemas é encontrar uma solução correta – o que não teria relação alguma com o processo que levou o aluno até ela – e apenas sua resposta final seria avaliada, a essência do problema em si se resolveria em apenas certo ou errado. Ainda de acordo com Varizo (1993, p. 3),

Esses professores ignoram o fato de que o “*saber como*” não implica o “*saber porque*”, nem o “*saber utilizar*”. Os alunos, ao desenvolverem operações matemáticas pela imitação e memorização, sem compreensão, têm poucas possibilidades de se apropriarem do conhecimento matemático como uma de suas ferramentas para atuar no mundo e, muito menos, como ciência.

Sendo assim, as dificuldades apresentadas pelos alunos em compreender a matemática como um todo devem ser superadas. A resolução de problemas é um tópico importantíssimo na concretização desse processo. Segundo Carvalho (1994, p. 82) “não se aprende Matemática para resolver problemas e, sim, se aprende Matemática resolvendo problemas”. Evitar a mecanização de conceitos e a memorização de fórmulas e tornar o estudo da Matemática em algo prazeroso e, além disso, significativo para o aluno, tem sido um dos maiores objetivos da prática docente nos últimos anos.

Para Polya (1995, p. 11):

Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. Por isso, se um professor “desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas” dos alunos, “apresentando-lhes problemas adequados aos seus conhecimentos” poderá despertar neles o gosto pelo pensamento independente e proporcionar-lhes alguns meios para o concretizarem.

É interessante notar que essa metodologia de ensino – através da resolução de problemas – traz em seu bojo as principais dimensões do trabalho docente: o ensino, aprendizagem e a

avaliação. Entretanto, ao passo em que os alunos se envolvem na tarefa de resolver problemas e professor nota que alguns se envolvem mais, outros menos e têm aqueles para os quais essa tarefa é indiferente. Com isso, diversas formas de avaliação devem ser utilizadas, até aquelas mais formais.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

### ANÁLISE GERAL DA ATIVIDADE

Talvez o grande diferencial dos problemas propostos seja o fato de que os mesmos não apresentam o procedimento padrão comumente utilizado nos materiais relacionados ao estudo do cálculo diferencial, que é: *esboce o gráfico da curva..., calcule o seguinte limite, encontre a derivada da função  $f(x)$  definida por...*, só para citar alguns. Vale destacar que esse tipo de abordagem é necessária, pois é uma forma de fixar definições e compreender conceitos que serão importantíssimos para que o discente dê continuidade ao curso; mas isso não deve ser trabalhado de maneira exclusiva. Barbosa (2004, p.39) afirma que

[...] o modelo tradicional do ensino da matemática, que valoriza, em excesso, a função de memorização e o rigor de regras, fórmulas, teoremas, demonstrações, situados no campo da abstração, que o aluno não está acostumado, gera um certo tipo de contaminação científica tanto na aprendizagem do aluno como na prática pedagógica do professor.

Sendo assim, houve uma boa aceitação pelos alunos em relação à atividade proposta, pois ampliou-se a forma de avaliação na disciplina, comumente restrita à provas presenciais e individuais. Dos 31 grupos formados nas três turmas avaliadas, apenas 4 não entregaram a atividade proposta, a estes foi dada a oportunidade de a avaliação presencial corresponder a 100% da nota. No que se refere às notas das unidades, observa-se uma melhora expressiva na segunda unidade (a que foi aplicada a atividade): considerando as três unidades, 87%, 69% e 54% dos discentes das turmas 1, 2 e 3, respectivamente, obtiveram a maior nota na segunda. Não é possível inferir, obviamente, que isso se deve exclusivamente à atividade proposta, uma vez que os fatores “atividade em grupo, maior tempo para entrega da atividade, maior familiaridade com os conteúdos da segunda unidade, etc.” devem ser levados em consideração, mas é verdade dizer que a mesma influenciou significativamente.

## ANÁLISE DOS PROPLEMAS PROPOSTOS

A seguir, apresentaremos os quatro problemas propostos, onde será exposto o que se objetivava com cada um deles, os conteúdos associados e partes das respostas de alguns dos grupos. Não é a intenção desse artigo apresentar a solução detalhada de cada problema, e sim apontar os caminhos seguidos por alguns dos grupos. Os 27 grupos estão distribuídos da seguintes forma: sete na turma 1, dez na turma 2 e dez na turma 3.

Por conveniência, utilizaremos a seguinte notação: GXTY, que representa “Grupo X da Turma Y”.

**Problema 1:** (Torre de Hanoi) Diz a lenda que havia em um templo 3 estacas e  $n$  discos de ouro, de diâmetros diferentes. Inicialmente, os discos estavam enfiados na primeira estaca, em ordem crescente de diâmetro, de cima para baixo. Ocupavam-se os sacerdotes em transferi-los para a terceira estaca, usando a segunda como estaca auxiliar. No processo de transferência, de cada vez, movia-se apenas um disco, de uma estaca para a outra, e jamais um disco poderia ser colocado sobre um disco menor. Quando todos estivessem enfiados na terceira estaca, o mundo acabaria.

A quantidade mínima de movimentos necessários para completar a Torre de Hanoi pode ser expresso por uma função exponencial da forma  $f(n) = a \cdot b^n + c$ , onde  $a, b$  e  $c$  são números inteiros.

- a) Sabendo que  $f(1) = 1, f(2) = 3$  e  $f(3) = 7$ , encontre os valores das constantes  $a, b$  e  $c$ .
- b) Na lenda,  $n = 64$ . Agora, considere as seguintes informações:
  - Os sacerdotes são imortais e surgiram desde o nascimento do planeta Terra, e montam a torre desde então;
  - Os sacerdotes conhecem bem o jogo e sabem como montá-lo com a quantidade mínima de movimentos;
  - Os sacerdotes demoram um segundo para transferir cada disco de uma estaca para a outra;
  - A Terra tem aproximadamente 4.543.000.000 de anos.

De acordo com essa lenda, quantos anos faltam para o mundo acabar?

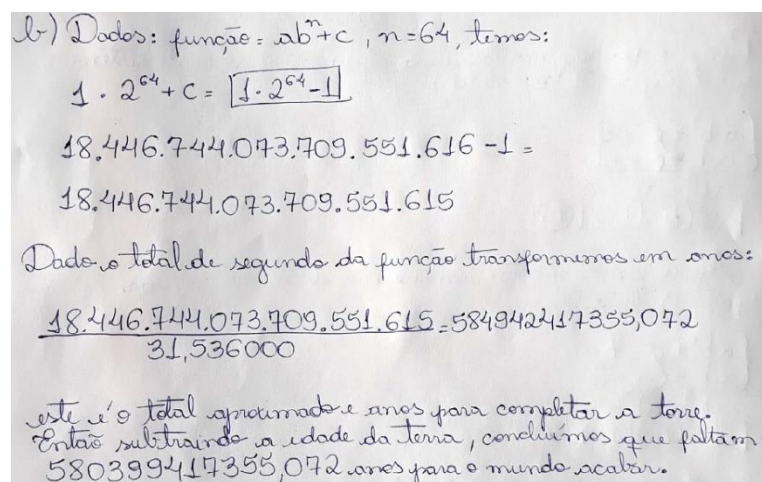
Obs: Considere todos os anos com 365 dias.

Esse problema está intrinsecamente relacionado à unidade 1 do Programa Geral da Disciplina. A saber: números reais, funções elementares e seus gráficos. Temos a função exponencial como a função característica do problema, cujo crescimento, a partir de determinado valor, é muito rápido. O problema talvez cause estranheza ao querer saber “quantos anos faltam para o mundo acabar”, dado que a idade da Terra já é um número significativo. O objetivo é encontrar os valores das constantes e fazer as seguintes conversões segundos → minutos → horas → dias → anos, além de outros detalhes.

Três grupos erraram totalmente o problema (G5T2, G6T2 e G8T3), os demais encontraram as constantes pedidas no item a). Houve muitos erros de notação, como a utilização inadequada de bicondicional (G3T3) e numerações exacerbadas, já que alguns chegaram a enumerar sete equações (G1T3). O G2T2, a partir dos casos iniciais, generalizou o problema e obteve as constantes, mas se equivocou no próximo item ao associá-lo com uma progressão geométrica.

Um dos problemas levantados no item b) foi a dificuldade de se trabalhar com números muito grandes, apesar do auxílio da calculadora. Outro fator preocupante foram os erros ao converter segundos em anos. Cinco grupos “esqueceram” de subtrair da expressão  $2^{64} - 1$  a idade da Terra (G1T1, G7T1, G3T3, G6T3 e G10T3), enquanto o G4T1 deu a precisão até em segundos. A imagem a seguir apresenta a solução do item b) proposta pelo G4T2:

**Figura 1:** Questão 1, letra b, respondida por G4T2.



b) Dados: função =  $ab^n + c$ ,  $n = 64$ , temos:

$$1 \cdot 2^{64} + c = \boxed{1 \cdot 2^{64} - 1}$$

$$18.446.744.073.709.551.616 - 1 =$$

$$18.446.744.073.709.551.615$$

Dado o total de segundos da função transformamos em anos:

$$\frac{18.446.744.073.709.551.615}{31.536000} = 584942417355,072$$

este é o total aproximado de anos para completar a torre.  
Então subtraindo a idade da terra, concluímos que faltam:  
580399417355,072 anos para o mundo acabar.

**Fonte:** Folha de resposta do grupo.

**Problema 2** – Considere a sequência  $a_n = \frac{1}{n!}$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}$  e  $n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

- Obtenha os 12 primeiros termos dessa sequência.
- Qual é o  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  ?



**Problema 3** – Ainda sobre a sequência da questão anterior, considere agora a sequência

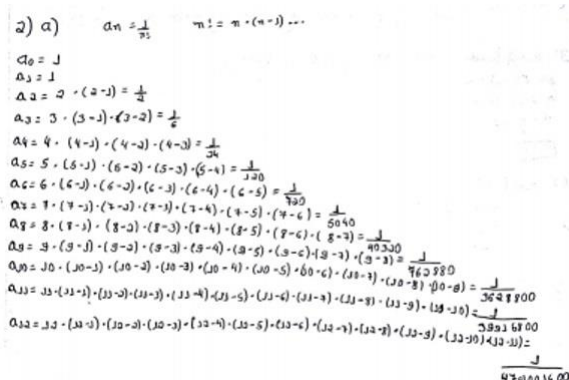
$$S_n = \sum_{i=0}^n a_i.$$

- Obtenha os 12 primeiros termos dessa sequência.
- Qual é o  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ ? Como esse número é chamado?

No problema 3, optou-se por usar o termo *sequência* ao invés de *série* pelo fato de que os discentes só estarão familiarizados com este termo no final do componente curricular Cálculo II. Em ambos os problemas é pedido os primeiros termos de determinadas *sequências*, o que se torna uma tarefa relativamente simples, ao mesmo tempo em que mostra a noção intuitiva de limite. No problema 2, o discente pode verificar facilmente o que acontece com o valor de uma fração quando vamos aumentando o seu denominador, mantendo constante o numerador. Já o problema 3 está associado à convergência de série mas, antes disso, é apresentado no Cálculo I o limite fundamental  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ , onde  $e \cong 2,718$ . O objetivo é que o discente note que o limite pedido no item b) é justamente a constante de Euler.

Todos os estudantes chegaram à resposta final no item b) da problema 2, apesar de cometerem alguns erros de execução, como afirmarem que  $\frac{1}{0} = 0$  (G5T1); outros ainda consideraram apenas o fatorial e escreveram as respectivas frações no final, como mostrado na figura 2. Já no problema 3, o G1T1 começou o somatório de  $i = 1$ , concluindo que a série convergia para 2, talvez por falta de opções, uma vez que chegou em valores como 1,718..., que não apresenta padrão reconhecido. Dois grupos (G5T1 e G6T1) utilizaram erroneamente a fórmula da soma dos termos dos n primeiros números naturais, e concluíram que a soma pedia tendia ao infinito. O G10T3 concluiu que a série convergia para 3, mesmo já sendo definido o número e em aulas anteriores. Percebe-se esse equívoco ao verificar a figura 3.

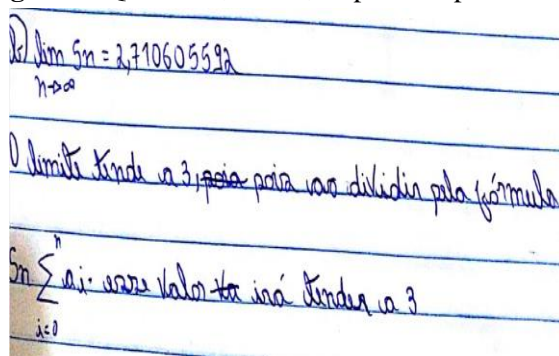
**Figura 2:** Questão 2, letra a, respondida por G1T3. **Figura 3:** Questão 3, letra b, respondida por G10T3.



2) a)  $a_n = \frac{1}{n}$   $n! = n \cdot (n-1) \dots$

$a_0 = 1$   
 $a_1 = 1$   
 $a_2 = \frac{1}{2} \cdot (2-1) = \frac{1}{2}$   
 $a_3 = \frac{1}{3} \cdot (3-1) \cdot (3-2) = \frac{1}{6}$   
 $a_4 = \frac{1}{4} \cdot (4-1) \cdot (4-2) \cdot (4-3) = \frac{1}{24}$   
 $a_5 = \frac{1}{5} \cdot (5-1) \cdot (5-2) \cdot (5-3) \cdot (5-4) = \frac{1}{120}$   
 $a_6 = \frac{1}{6} \cdot (6-1) \cdot (6-2) \cdot (6-3) \cdot (6-4) \cdot (6-5) = \frac{1}{720}$   
 $a_7 = \frac{1}{7} \cdot (7-1) \cdot (7-2) \cdot (7-3) \cdot (7-4) \cdot (7-5) \cdot (7-6) = \frac{1}{5040}$   
 $a_8 = \frac{1}{8} \cdot (8-1) \cdot (8-2) \cdot (8-3) \cdot (8-4) \cdot (8-5) \cdot (8-6) \cdot (8-7) = \frac{1}{40320}$   
 $a_9 = \frac{1}{9} \cdot (9-1) \cdot (9-2) \cdot (9-3) \cdot (9-4) \cdot (9-5) \cdot (9-6) \cdot (9-7) \cdot (9-8) = \frac{1}{362880}$   
 $a_{10} = \frac{1}{10} \cdot (10-1) \cdot (10-2) \cdot (10-3) \cdot (10-4) \cdot (10-5) \cdot (10-6) \cdot (10-7) \cdot (10-8) \cdot (10-9) = \frac{1}{3628800}$   
 $a_{11} = \frac{1}{11} \cdot (11-1) \cdot (11-2) \cdot (11-3) \cdot (11-4) \cdot (11-5) \cdot (11-6) \cdot (11-7) \cdot (11-8) \cdot (11-9) \cdot (11-10) = \frac{1}{39916800}$   
 $a_{12} = \frac{1}{12} \cdot (12-1) \cdot (12-2) \cdot (12-3) \cdot (12-4) \cdot (12-5) \cdot (12-6) \cdot (12-7) \cdot (12-8) \cdot (12-9) \cdot (12-10) \cdot (12-11) = \frac{1}{479001600}$

**Fonte:** Folha de resposta do grupo.



De  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 2,710605592$

O limite tende a 3, pois para um divisão pela fórmula

$$S_n = \sum_{i=0}^n a_i$$

esse valor tá indo tender a 3

**Fonte:** Folha de resposta do grupo.

**Problema 4** – “O Guia do Mochileiro das Galáxias” é uma série de livros de ficção científica cômica criada por Douglas Adams (1952 – 2001), que trata das aventuras vividas pelo inglês Arthur Dent e pelo seu amigo alienígena Ford Prefect, logo após a Terra ter sido destruída para dar continuidade à construção de uma via expressa hiperespacial.

No volume 2 dessa trilogia de cinco livros (como o autor costumava chamar) há uma informação inusitada sobre o universo:

**População:** *Nenhuma.*

*É fato conhecido que há um número infinito de mundos, simplesmente porque há espaço infinito para que esses mundos existam. Todavia, nem todos são habitados. Assim, deve haver um número finito de mundos habitados. Qualquer número finito dividido por infinito é tão perto de zero que não faz diferença, de forma que a população de todos os planetas do Universo pode ser considerada igual a zero. Disso podemos deduzir que a população de todo o Universo também é zero, e que quaisquer pessoas que você possa encontrar de vez em quando são meramente produtos de uma imaginação perturbada.*

*(O Restaurante no fim do universo, pág. 105)*

Do ponto de vista do Cálculo, comente sobre essa informação.

Esse talvez se configure como o problema mais “diferente” da atividade proposta. O objetivo é que os discentes associem a afirmação acima com o *limite no infinito*, e julguem, dentro dos preceitos vistos na disciplina, a sentença. Foi esperado que eles soubessem diferenciar afirmações como “tão próximo de zero quanto se queira” de “igual a zero”.

As figuras 4 e 5 retratam algumas das respostas satisfatórias:

**Figura 4:** Questão 4, respondida por G5T2.

4- A citação retrata algo amplamente estudado no contexto de limites no cálculo.  
Nos limites com um “x” tendendo a infinito, a expressão “ $\frac{n}{x}$ ”, onde “n” é tão próxima de zero que consideramos esse o resultado. Isso acontece porque qualquer número que seja, dividido pela limitada quantidade que é o infinito, o resultado é praticamente nada. Porém mesmo que no limite consideramos esse número igual a zero ele não deixa de ser diferente de zero, apenas seu limite tende a zero, ou seja, por mais que seja uma quantidade mínima na verdade que é o inverso, ainda existem mundos habitados.

**Fonte:** Folha de resposta do grupo.

**Figura 5:** Questão 4, respondida por G3T2.

04-1 A questão trata de “limites no infinito”, ou seja, quando os valores de “c” tendem ao infinito.  
Sobre a frase “Qualquer número finito dividido por infinito é tão perto de zero que não faz diferença”, podemos concluir que o sentido no qual ele falou é que “O número tende a zero”. Ou seja, o limite de uma função  $f(x) = \frac{a}{x}$ , quando o x tende ao infinito é igual a 0.

Representação:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a}{x} = 0, a \in \mathbb{R}^+$$

**Fonte:** Folha de resposta do grupo.

Ao analisar as demais respostas, foi encontrada as mais variadas justificativas. O G5T1 afirma que o limite “está tão perto de zero que será igual a zero”, enquanto o G7T01 diz que “nunca será 0”. Já o G1T2 comenta que a afirmação apresentada no problema “contradiz a definição de limites, pois ele nunca será 0”. Ocorreu também alguns equívocos sobre a noção de infinito. O G4T2 define infinito como “um número tão grande quanto se possa imaginar”.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Resolução de Problemas é uma prática de ensino que vem sendo cada vez mais difundida ao longo dos anos. Ela é uma das responsáveis pela aproximação entre estudante e saber, mediado pelo professor. Sua utilização em sala de aula faz com que seja ofertada ao discente a oportunidade de discutir e enfrentar situações além do eventual *calcule e determine*. Um dos fatores que mais influencia na qualidade do ensino e aquisição do conhecimento é a disponibilidade do aluno para aprender, e esse papel de protagonista no sistema educacional parece que só é atingido quando o professor adota metodologias que facilitem esse processo e desperte a motivação do mesmo.

É verdade dizer que nem sempre é possível (e fácil) mostrar o caráter utilitário da matemática; apontar uma aplicação no dia a dia da função exponencial é bem mais simples do que apontar a da constante de Euler, por exemplo. Mas a construção do conceito e sua validação é fundamental.

Os quatro problemas apresentados procuraram, antes de tudo, verificar como estava a absorção das definições apresentadas em aulas anteriores, bem como analisar a escrita, organização e utilização dos conectivos e procedimentos sequenciais para que se tenha uma *boa resolução* do problema. A resposta final não teve um peso tão significativo quando as etapas pelas quais passaram para a sua obtenção. Era esperado que os discentes notassem o crescimento acelerado da função exponencial, a convergência de sequências e séries e suas respectivas relações com limites e constantes irracionais, que infinito é diferente de número muito grande, e todos esses objetivos foram alcançados pela maioria dos grupos.

Houve uma melhora na nota de grande parte dos alunos em relação à unidade imediatamente anterior. Não é possível afirmar que isso de seu exclusivamente à atividade proposta, mas é correto dizer que ela foi uma influenciadora direta de tal resultado. É sugerido, para trabalhos futuros, um estudo mais aprofundado e que dure um tempo maior. Espera-se também um comparativo entre turmas em que essa metodologia foi ou não implementada.

Ademais, esse estudo mostrou que é viável trabalhar sob a perspectiva da Resolução de Problemas, sem que se deixe de lado toda a teoria e formalização de conceitos que o componente curricular Cálculo I exige.

## REFERÊNCIAS

ADAMS, D. N. **O Restaurante no Fim do Universo**. São Paulo: Arqueiro, 2010.

BARBOSA, M. A. **O insucesso no ensino e aprendizagem na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral**. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2004.

BRASIL; MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRAZ, R. F. S.; et. al. **Algumas Concepções no Ensino da Matemática: tendências e atualidades**. Angicos – RN: EdUFERSA, 2013.

CARVALHO, D. L. **Metodologia do ensino da matemática**. 2. ed.rev. São Paulo: Cortez, 1994.

MENDES, I. A. **Matemática e investigação em sala de aula: Tecendo redes cognitivas na aprendizagem**. 2 ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

POLYA, G. **A arte de resolver Problemas**. 2. reimpr. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

POZO, J. I.; ECHEVERRÍA, M. D. P. P. **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

TEIXEIRA, L. R. M. **Dificuldades e erros na aprendizagem da Matemática**. Encontro Paulista de Educação Matemática, 7, 2004, São Paulo. Anais... São Paulo: SBEM, 2004, p. 1-14.

VARIZO, Z. C. M. **O Ensino da Matemática e a Resolução de Problemas**. In: Revista Interação Fac. Educ. UFG, 17(1-2): 1-21, jan/dez, 1993.