A CONTRIBUIÇÃO DE CONTEÚDOS MATEMÁTICOS PARA A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE FUNÇÃO LINEAR AFIM

Carlos Alex Martins Oliveira [1]
Danielle de Freitas Marques Lima [2]
Francisca Helen Cardoso Gonçalves [3]

RESUMO

O objetivo do estudo é analisar as resoluções de problemas de função linear e analisar sua relação com outros conteúdos, sendo todos os conteúdos da matemática, podendo ajudar em outras matérias como física, química e biologia, entre outros. Os assuntos que se relacionam com funções lineares afins são geometria analítica, semelhança de triângulos e proporção. Iremos mostrar que problemas de função linear podem ser resolvidos por outros assuntos da matemática. Antes de começarmos a explicação de função linear afim também será feito um histórico sobre função, analisando desde onde surgiu até como se chegou às definições dos dias atuais. Para chegarmos à escolha desse tema foi-se analisada a vivência profissional dos autores, em sala de aula, pois fora percebida a dificuldade dos alunos e também o fato de que fazendo relação entre conteúdos matemáticos poderiam os ajudar a resolverem problemas de função linear afim. Por isso, buscaram-se também trabalhos acadêmicos que apontam pontos importantes sobre o tema. Foi feita uma pesquisa bibliográfica e procuramos compreender alguns processos cognitivos que contribuem para a seguinte pesquisa e para chegarmos a conclusões plausíveis.

Palavras-chave: Função Linear Afim, Pesquisa Bibliográfica, Função, Geometria.

INTRODUÇÃO

O tema abordado foi escolhido devido a sua relevância para o ensino e aprendizagem dos estudantes de Ensino Médio, uma vez que sua utilização traz para o aluno a aproximação prática do ensino de funções lineares afins, conteúdo obrigatório do currículo escolar do ensino de matemática, com o cotidiano dos estudantes.

Desde a fase de aluno, percebemos que nas aulas de função linear afim a interação entre esse conteúdo e os demais, não apenas na disciplina de matemática como também em conteúdos de outras disciplinas promovem a interdisciplinaridade mesmo que de forma indireta.

Verificou-se que, uma das grandes dificuldades encontradas pelos alunos é de relacionar alguns conteúdos matemáticos, entre si. Verificou-se em vários estudos, inclusive no cotidiano da carreira profissional docente dos autores que os alunos rejeitam alguns conteúdos

[1] Mestre do Curso de Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo - UNIAN, calexmo@hotmail.com;
[2] Especialista pelo Curso de Educação Matemática da Universidade Estadual do Ceará - UECE, daniellelira75@gmail.com;
[3] Mestranda do Curso de Gestão da Educação Pública da Universidade Federal de Juiz de Fora -UFJF, helengoncalves.hcs@gmail.com;

matemáticos. Isso suscita a dúvida de que se fossem relacionados conteúdos na sua forma de resolução, talvez houvesse menos dificuldades no aprendizado.

O papel da Matemática no contexto escolar é desenvolver habilidades relacionadas à representação, compreensão, visualização e análise, bem como à contextualização sociocultural, pois essas habilidades auxiliam os alunos na resolução de problemas práticos do cotidiano, nos problemas internos à própria Matemática e nos problemas relacionados a outras áreas do conhecimento, tais como a Física, a Química, a Biologia, entre outras. O conceito de função potencializa além das conexões internas à própria Matemática, a descrição e o estudo, por meio da leitura, interpretação e construção de gráficos, do comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento (MAGGIO e SOARES, 2009).

O objetivo geral é investigar a integração da função linear com outros conteúdos da matemática no processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Como objetivos específicos, pretende-se verificar em que medida a contribuição de outros conteúdos favorece a resolução de problemas de função linear afim e, também, estudar sobre assuntos afins de modo a embasar da melhor forma a temática abordada neste trabalho.

METODOLOGIA

Este estudo descreve e analisa uma Sequência Didática sobre Funções Lineares Afins. Sequência didática é um termo em educação para definir um procedimento encadeado de passos, ou etapas ligadas entre si para tornar mais eficiente o processo de aprendizagem (RAMOS, 2014).

Cervo (2007, p. 61) explica que “a pesquisa bibliográfica é o meio de formação por excelência e constitui o procedimento básico para os estudos monográficos, pelos quais se busca o domínio pelo estado da arte sobre determinado tema. Constitui geralmente o primeiro passo de qualquer pesquisa científica”.

Por fim, para esta investigação de cunho bibliográfico, utilizaram-se livros, textos, dissertações, monografias, revistas científicas e artigos. Através das concepções de diversos pesquisadores, pode-se investigar, correlacionar fatos ou fenômenos sem manipulá-los. Este trabalho almeja descobrir com maior precisão a frequência com que um fenômeno ocorre, bem como, sua relação e conexão com os outros, sua natureza e suas características.

Cervo (2007) menciona que através do estudo descritivo pode-se observar, registrar, analisar e correlacionar fatos ou fenômenos (variáveis) sem manipulá-los, busca compreender as diversas situações e demais aspectos do comportamento humano.

O experimento visa a fornecer informações concretas. Representa um método que abrange diversas abordagens específicas de coletas e análise de dados, sendo utilizado para responder as discussões que o investigador não possui muito controle sobre o fenômeno estudado.

DESENVOLVIMENTO

A definição de função foi se desenvolvendo no decorrer dos anos, possuindo como suporte os saberes disponíveis em cada fase, surgindo à necessidade e o interesse em generalizar e ampliar seus conceitos. Para Zuffi (2001) não há um consenso entre os autores, a respeito da origem do conceito de função, em razão do seu próprio aspecto intuitivo.

Alguns pesquisadores consideram que os Babilônios (2000 a.C.) possuíam um instinto de funcionalidade em seus cálculos com tabelas sexagesimais de quadrados e de raízes quadradas que eram destinadas a um fim prático. A autora acima diz que as tabelas, entre os gregos, faziam a conexão entre a Matemática e a Astronomia,mostravam evidência de que estes percebiam a ideia de dependência funcional, pelo emprego de interpolação linear.

Chaves e Carvalho (2004) afirmam que esta noção surgiu em tempos mais remotos, pois foi entendido que todas as relações criadas pelas civilizações antigas para a invenção do número, necessidade primeira da matematização, constituía o “instinto de funcionalidade”. Quando associaram os dedos às quantidades, e quando viram que estes já não eram mais suficientes e buscaram outros elementos para contar/enumerar estavam vivenciando a interdependência de variáveis que fluíam para a formação de sistemas de numeração cada vez mais adequados/práticos.

Para Youschkevich (1976), o desenvolvimento da noção de função divide-se em três etapas principais: Antiguidade, Idade Média e Período Moderno. Palermo (2002) explica que o conceito de função é antigo. Desde a antiguidade havia casos de dependência entre duas quantidades, mas o conhecimento que se tinha dos fatos não foi suficiente para proporcionar as noções gerais de quantidades variáveis e de função.

O autor expõe que na Idade Média, na ciência europeia do século XIV, casos de dependência entre duas quantidades começaram a ser expressos de forma geométrica e mecânica. Cada caso concreto de dependência entre duas quantidades era definido muito mais por descrição verbal ou por gráfico, do que por fórmulas.

Entre os séculos XVI e XVII as expressões analíticas das funções prevaleceram em detrimento das descrições verbais ou representações gráficas e a classe das funções analíticas, sendo expressas através de somas de séries infinitas passa a ser a principal classe utilizada. Os principais responsáveis por essa mudança foram Descartes (1569-1650) e Fermat (1601-1665).

No século XVII, os pesquisadores trabalhavam de forma independente, conseguiam aplicar a álgebra à geometria, culminando com a moderna Geometria Analítica, apresentando o método analítico para introduzir a relação de dependência funcional entre quantidades variáveis, no sentido de que uma delas permite determinar a outra (YOUSCHKEVITCH, 1981, p. 25).

Tal atitude caracterizou uma revolução na criação da Matemática, uma vez que a utilização de expressões analíticas e as operações que as produzem a partir de regras específicas, conferem ao estudo das funções um caráter de verdadeiro cálculo. O autor supracitado destaca que o método analítico expressou dependência funcional, tornou-se eficiente, de modo que o entendimento de função conquistou um lugar central em todas as ciências exatas.

Neste período, outros intelectuais como Newton (1642-1727) e Leibniz (1646–1716) descobriram o desenvolvimento das séries infinitas. Essa descoberta foi descrita como a mais notável e importante da época, sendo possível representar analiticamente toda relação funcional estudada até então. Leibniz foi responsável pelo termo função que se refere a quantidades geométricas variáveis relacionadas a uma curva, cita-se as coordenadas, tangentes, subtangentes, raios de curvatura, entre outros (YOUSCHKEVITCH, 1981, p. 25).

No século XVIII, o estudioso Johann Bernoulli (1667-1748) conversou com Leibniz através de correspondências e publicou o artigo *Remarques sur ce qu'on a donné jusqu'ice de solutions des problèmes sur les isopérimètres* (representando as soluções de problemas de isoperímetros). Bernoulli criou o conceito de uma função como expressão analítica (fórmula) que envolvia apenas uma quantidade variável e algumas constantes (YOUSCHKEVITCH, 1981).

O método analítico elaborado para representar funções, tornou-se inapropriado para o século XVIII. Nesta fase Leonhard Euler mostrou uma nova definição geral de função que se tornou universalmente reconhecida pela Análise Matemática (PALERMO, 2002).

O Matemático Euler (1707-1783) publicou diversos livros e artigos, foram aproximadamente 530 trabalhos durante sua vida. Deixou vários manuscritos que foram suficientes para aprimorar as publicações da Academia de São Petersburgo. Foi conhecido como um grande escritor que ocupou-se de quase todos os ramos da Matemática Pura e Aplicada, sendo o maior responsável pela linguagem e notações que utilizamos atualmente. Sua obra mais destacada foi *Introduction in analysin infinitorum* (Introdução à análise infinitesimal), sendo dois volumes publicados em 1748. O pesquisador fez uma investigação aprofundada sobre o conceito de função, padronizando este termo, sendo utilizado na análise matemática.

Ramos (2014) menciona que o conceito de funções passou por várias modificações no decorrer dos anos. À medida que a sociedade passou por transformações, sua definição foi sendo reformulada conforme as necessidades. Esse fato demonstra que o objeto matemático função não pode ser considerado como um saber estático e imutável ao longo do tempo. Foram necessários muitos séculos para que se chegasse ao formato que o conceito possui hoje.

O conceito moderno de funções é dado da seguinte maneira: Seja f uma relação entre os conjuntos não vazios A e B, isto é, f é um subconjunto do produto cartesiano de conjuntos A x B. Pode-se dizer que a relação f é uma função de A em B se para todo elemento x de A existe um único elemento y de B tal que (x, y) pertence a f, ou xfy, ou mais simplesmente y = f(x).

Chama-se função linear afim, uma função f que para todo número real x associa o número real y, definido por y = ax + b, onde a e b são constantes reais. O gráfico de uma função linear afim é sempre uma reta.

Iremos fazer uma relação entre função linear afim e outros conteúdos matemáticos (geometria analítica, semelhança de triângulos e proporção). A ideia é mostrar a contribuição da função linear afim nos outros conteúdos, como também o inverso.

Pegaremos um problema e resolveremos com vários conteúdos.

Dado o gráfico da função linear afim abaixo, queremos determinar a sua lei de formação y = ax+b.

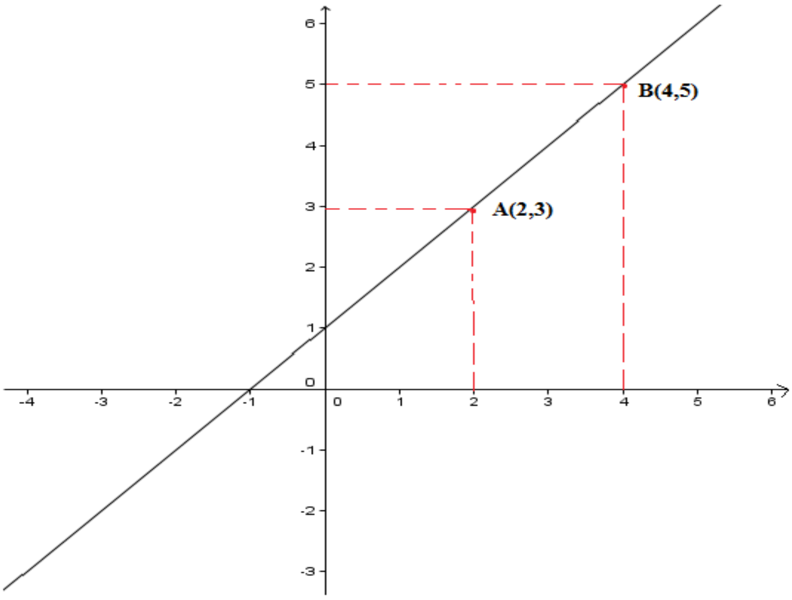

Figura 1: Gráfico de Função Linear Afim

Fonte: PUCMINAS (2013).

Primeiro iremos resolver por Sistemas Lineares.

Sabemos que a lei de formação é da forma y = ax + b, onde (x, y) são as coordenadas de um ponto geométrico da reta que é gráfico da função. Dado o ponto A (2, 3), temos 3 = 2a + b e o ponto B (4, 5), temos 5 = 4a + b. Temos o seguinte sistema:

$$\begin{cases} 2a + b = 3 \\ 4a + b = 5 \end{cases}$$

Resolvendo, encontramos a = 1 e b = 1.

Logo, temos a seguinte lei de formação y = x + 1.

Segundo iremos resolver por Condição de Alinhamento entre Três Pontos (Geometria Analítica).

Como o gráfico de uma função linear afim é uma reta, sabemos que os pontos estão alinhados, logo o determinante da matriz formada entre os pontos é igual a zero. Resolvendo o problema, temos:

$$D = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Logo,

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 5 & 1 \\ x & y & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Resolvendo, temos:

10 + 3x + 4y – 12 – 2y – 5x = 0

-2x + 2y – 2 = 0

2y = 2x + 2

y = 1x + 1

Uma terceira forma seria por semelhança de triângulos (Geometria Plana), temos: Percebe-se que os triângulos AMB e BOP são semelhantes, pois possuem os mesmo ângulos, logo temos:

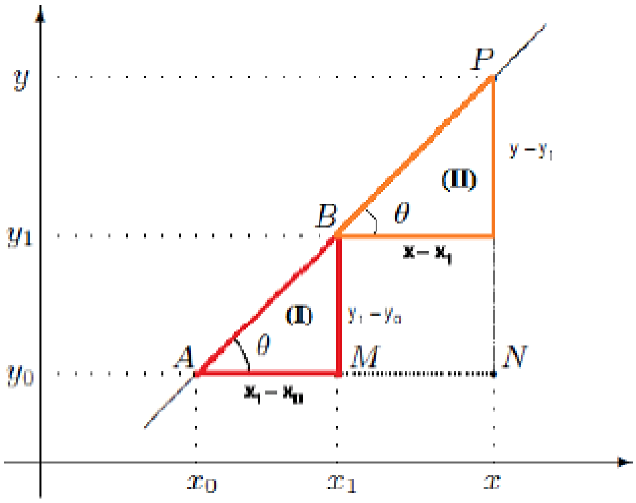

Figura 2: **Estudo sobre Semelhança de Triângulos**
Fonte: PUCMINAS (2013)

Logo,

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

Substituindo nos pontos das questões, temos:

$$\frac{y - 5}{x - 4} = \frac{5 - 3}{4 - 2}$$

Resolvento temos:

y - 5 = x – 4

y = x + 1

Outra forma de resolução (quarta) é resolvendo pela equação da reta (geometria analítica).

A taxa média de variação y em relação à x, quando x varia em qualquer intervalo, é igual a constante a, que é o coeficiente de x na função.

Sendo a equação da reta:

$y = y_0 + a(x - x_0)$ e $a = tg\ \alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ sendo a (taxa de variação ou a tangente de alfa).

(83) 3322.3222
contato@conedu.com.br
www.conedu.com.br

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Quando estudamos a história de função, percebemos que não é tão acessível perceber que outros conteúdos poderão contribuir para a resolução de problemas do conteúdo função linear afim.

Poderia se esplanar mais outros assuntos e perceber que também poderiam ser usados para resolver problemas de função, porém esses exemplos dados nos ajudam em uma grande quatidade de problemas e em boa parte do conteúdo de função linear afim.

Quando analisamos as resoluções feitas da mesma situação-problema, não podemos definir qual é a reslução mais “fácil” ou mais “difícil”, pois a ideia do estudo é exatamente mostrar várias possibilidades de resolução para que o estudante tenha, a partir de sua maior proximidade de conteúdos, uma maior facilidade na resolução dos problemas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Podemos perceber que existe uma grande quantidade de conteúdos, da própria Matemática, que conseguem se relacionar e contribuir para o processo de ensino e de aprendizagem do conteúdo função linear afim.

É importante entender a história da função, pois pecebemos que para a resolução desses problemas que envolvem gráficos, lei de formação e cálculo com funções, esses coteúdos como Geometria Analítica e Geometria Plana não apareceram na criação do conteúdo, porém servem como suporte, caso seja preciso.

Podemos também analisar que esses gráficos e problemas de função linear afim também são usados em outras matérias, como física e química, pois a relação de função está muito presente nesses conteúdos, logo o nosso estudo nos dá também a chance de o estudante resolver problemas não só de matemática, mas sim do que for preciso quando o assunto se relaciona com função linear afim.

Se depois de estudado o conteúdo o estudante tiver a oportunidade de analisar todos esses conteúdos, ele será favorecido para ambos os lados, tanto para resolver problemas de função linear afim, como estudando, por exemplo, geometria analítica e ver que pode resolver o problema por função linear afim.

REFERÊNCIAS

CASSIRER, E. Hauptschriften zur Grundlegung der Philosophie. Hamburg: F. M; 1966.

CERVO, A. L. *Metodologia Cientifica*. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007.

CHAVES, M. I; CARVALHO, H. C. *Formalização do conceito de função no ensino médio: uma sequencia de ensino-aprendizagem*. VII Encontro Nacional de Educação Matemática, Recife, Anais, pp.1 – 18, 2004.

MAGGIO, D; SANTIAGO, M. A. S. *Registros de Representação Semiótica e Função Afim: Análise de livros didáticos de matemática do ensino médio*. 2009. Disponível: <http:www.periodicos.ufsc.br>. Acesso: 7 de abr, 2014.

OLIVEIRA, C. A. M. *Análise de Sequência Didática sobre Funções Lineares Afins em um Ambiente de Geometria Dinâmica*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós Graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo. São Paulo, 2015.

PALERMO, L. *Migração Reversa no Tempo: Uma abordagem multifocal.* Dissertação de Mestrado – COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2002.

RAMOS, C. S. *Um Experimento Apoiado na teoria dos Registros de Representações Semióticas sobre o ensino de Função Linear Afim em um Ambiente Computacional. Dissertação em Educação de Matemática*. São Paulo: Universidade de Anhanguera, 2014. 189p.

PUCMINAS. Função Linear Afim. 2013. Disponível em <www.matematica.pucminas.br >. Acesso: 18 de set, 2014.

YOUSCHKEVITCH, A. P. *Le concept de fonction jusqu'au milieu du XIX e siècle.* Paris: Brochure APMEP. n. 41, p. 7-68, 1981.

ZUFFI, E. M. *Linguagem na Educação Matemática*. 2010. Disponível: <http:www.uspdigital.usp.br>. Acesso: 12 de mai, 2014.