O ENSINO DO CÁLCULO INTEGRAL NO CONTEXTO DAS NOVAS TECNOLOGIAS

Caio Henrique Dias Chaves [1]
Ediuza Pinheiro de Souza [2]
Ítalo Thiago de Almeida Castro [3]
Márcio José Corrêa Araújo [4]
Orientador do Trabalho [5]

RESUMO
O presente artigo tem como objetivo fazer um estudo do Ensino do Cálculo integral no contexto das novas tecnologias de desenvolvimento para o processo de ensino e aprendizagem. E a partir da pesquisa bibliográfica traçarmos alguns conceitos. O Cálculo é uma poderosa ferramenta matemática utilizada nas mais variadas áreas da ciência, é por isso está presente na grade curricular básica de muitos cursos de graduação, tais como: Engenharias, Física, Química, Matemática entre outros; e está fundamentado nos conceitos de limite, derivada e integral. A história da Matemática é antiga, quase como a própria história da humanidade; remonta a povos que após inventar a escrita e a se fixar na terra necessitaram vencer a natureza, e com isso desenvolveram a tecnologia e a Matemática. Os conceitos de Cálculo são estudados pela humanidade há séculos, na busca de soluções de problemas envolvendo áreas e tangentes. Esses conceitos foram sendo aperfeiçoados ao longo do tempo. O uso dos Softwares Matemáticos como o Geogebra, é de aplicativos móveis como Calculus Tools vem contribuindo muito para o ensino do cálculo integral. O objetivo deste trabalho é realizar operações matemáticas usando tecnologias.

Palavras-chave: Cálculo integral, Softwares Matemáticos.

ABSTRACT
This article aims to make a study of Teaching Integral Calculus in the context of new development technologies for the teaching and learning process. And from the bibliographic research we draw some concepts. Calculus is a powerful mathematical tool used in various areas of science, so it is present in the basic curriculum of many undergraduate courses, such as: Engineering, Physics, Chemistry, Mathematics among others; and is based on the concepts of limit, derivative and integral. The history of mathematics is ancient, almost like the history of humanity itself; It goes back to peoples who, after inventing writing and settling on the earth, had to overcome nature, and thus developed technology and mathematics. The concepts of Calculus have been studied by mankind for centuries, seeking solutions to problems involving areas and tangents. These concepts have been refined over time. The use of Mathematical Software such as Geogebra is from mobile applications such as Calculus Tools has contributed greatly to the teaching of integral calculus. The purpose of this paper is to perform mathematical operations using technologies.

Keywords: Integral calculus, Mathematical Software.

[1]Graduado pelo Curso de Matemática da Universidade da Amazônia – PA, caiochaves.profmat@gmail.com;
[2]Graduada pelo Curso de Matemática da Universidade Federal - PA, edilza.souza20@gmail.com;
[3] Graduado pelo Curso de Matemática da Universidade da Amazônia – PA, thiagocastro1995@hotmail.com
[4]Graduado pelo Curso de Matemática da Universidade Federal - PA, mjc.araujo@hotmail.com;
[5] Professor orientador: titulação, Faculdade Ciências - UF, orientador@email.com.

1. INTRODUÇÃO

O cálculo diferencial e integral é uma das mais importantes disciplinas a ser estudada nos cursos de ciências exatas e naturais nas universidades brasileiras. No entanto, ele tem sido um dos grandes geradores de reprovação nesses cursos. Sendo assim, ele tem sido alvo de estudo por parte de grandes pesquisadores da área das ciências exatas e tecnologia, que na intenção de otimizar o ensino-aprendizagem desta disciplina, tem buscado métodos e estratégias para diminuir o baixo rendimento dos alunos, nesse sentido, uma das estratégias que vem sendo adotada para o ensino, são as ferramentas computacionais e os softwares de matemática. Estes se constituem em um recurso educacional auxiliar que estimulam e possibilitam que o ensino seja feito de forma dinâmica, tornando mais fácil o aprendizado da disciplina.

Notadamente a computação dá a possibilidade de trabalhar conceitos matemáticos por meio de softwares educacionais já existentes e gratuitos. Para isso, referente à escolha do ensino do cálculo no contexto das novas tecnologias, foi estabelecida a seguinte questão de pesquisa: que contribuições uma proposta de ensino pautada na articulação entre a visualização e a experimentação, proporcionada pelo ambiente informatizado, pode trazer para a compreensão do conceito de integral em uma disciplina de cálculo?

Nesse sentido, o objetivo deste trabalho consiste fazer um estudo do Ensino do Cálculo integral no contexto das novas tecnologias de desenvolvimento para o processo de ensino e aprendizagem. E como objetivos específicos tem-se: fazer uma análise do ensino do Cálculo integral; relacionar o ensino do Cálculo com tecnologia; e definição dos Softwares.

Para refletir essa questão, Borba e Villarreal (2005) esclarecem que diferentes fatores humanos e não humanos constam de um coletivo pensante onde o conhecimento é produzido. Para tanto, o meio computacional torna-se viável e auxilia os processos de ensino e de aprendizagem. Miskulin et al. (2005) e Scheller et al., (2014) reforçando a ideia, que o software permite que os alunos construam um conhecimento a partir de exercícios que podem ser desenvolvidos em sala, e os ambientes computacionais são extremamente úteis e importantes para a exploração e construção de conceitos matemáticos, porém ressalta-se que os resultados obtidos dependem muito da intervenção do professor, e de como intervém no processo de ensino e de aprendizagem.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesta seção apresentam-se os norteadores teóricos que fornecem a base para a realização desta pesquisa, que são os pontos de partida para a análise e interpretação dos dados. Inicialmente, consideram-se as tecnologias digitais na educação para, na sequência, serem considerados seus impactos no ensino de cálculo.

O uso das novas tecnologias no ensino da Matemática, hoje, não é mais questionado. As discussões estão voltadas para "quando" e "como" utilizar esses novos recursos. Para isso, é fundamental que haja uma mudança curricular e uma postura diferenciada do professor, que segundo Borba (1999, p.285-295)

> A introdução das novas tecnologias – computadores, calculadoras gráficas e interfaces que se modificam a cada dia – têm levado diversas questões. Dentre elas, as preocupações relativas às mudanças curriculares, às novas dinâmicas da sala de aula, ao papel do professor e ao papel do computador nesta sala de aula.

A utilização das Novas Tecnologias no ensino de conteúdos matemáticos deve ser feita de forma criativa e investigativa para que essa ferramenta metodológica auxilie de forma positiva no ensino e aprendizagem da Matemática, provocando mudanças nos papéis do aluno e do professor. Para Valente (1999, p. 43 - 44)

> Caberá ao professor saber desempenhar um papel de desafiador, mantendo vivo o interesse do aluno, e incentivando relações sociais, de modo que os alunos possam aprender uns com os outros e saber como trabalhar em grupo. Além disso, o professor deverá servir como modelo de aprendiz e ter um profundo conhecimento dos pressupostos teóricos que embasam os processos de construção do conhecimento e das tecnologias que podem facilitar esses processos.

Dentro desse contexto, o professor tem o papel de mediador na construção do ensino, incentivando e sugerindo questionamentos e os alunos assumem uma postura de agentes ativos na construção do conhecimento, pois, segundo Penteado (1997, p. 302) "com a presença do computador, a aula ganha novo cenário, refletindo-se na relação professor com os alunos e no papel desempenhado pelos demais atores presentes".

Neste sentido, com a tecnologia computacional, é possível explorar outros aspectos que não seriam adequados ou muito demorados com apenas lápis e papel e mesmo com o auxílio de uma calculadora. A condução de uma atividade através de um software possibilita ao aluno simular e/ou checar determinadas conjecturas, abrindo espaço para novas reflexões e questionamentos.

Acreditamos também que, quaisquer atividades de ensino desenvolvidas em ambientes informatizados devam proporcionar ao aluno o desenvolvimento de habilidades como de ser autônomo, aprender a pensar e criar, resolver problemas e analisar as soluções. Essas ideias comungam com Gravina & Santarosa (1998, p.1), que sugerem uma reflexão sobre o que significa “fazer matemática: experimentar, interpretar, visualizar múltiplas facetas, induzir, conjeturar, abstrair, generalizar e, enfim demonstrar”.

3. METODOLOGIA

A Pesquisa apresenta, abordagem qualitativa motivada pela necessidade de compreender como o ensino do cálculo integral se dá no contexto das novas tecnologias; a partir do levantamento de referências teóricos já analisados e publicados por meios escritos e eletrônicos, como livros, artigos científicos, trabalhos de conclusão de cursos, páginas na internet.

Godoy afirma (1995),

> De maneira diversa, a pesquisa qualitativa não procura enumerar e/ ou medir os eventos estudados, nem emprega instrumental estatístico na análise dos dados [...] Envolve a obtenção de dados descritivos sobre pessoas, lugares e processos interativos pelo contato direto do pesquisador com a situação estudada, procurando compreender os fenômenos segundo a perspectiva dos sujeitos, ou seja, dos participantes da situação em estudo. (p. 58).

Assim, o estudo se justifica pela relevância científica, na medida em que poderá orientar ou mesmo fornecer um ponto de partida para estudos posteriores.

3.1 Geogebra e Aprendizagem Matemática

A pesquisa em questão objetiva incorporar recursos tecnológicos a partir do software Geogebra no ensino de cálculo integral, tendo em vista edificar o ensino e aprendizagem dos alunos. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs, 1998) discutem sobre as abordagens tecnológicas na educação no que diz respeito ao computador, afirmando que este pode ser um grande aliado do desenvolvimento cognitivo dos alunos, por oportunizar o desenvolvimento de um trabalho que se adéqua a distintos ritmos de aprendizagem e possibilita que o aluno aprenda com seus erros. Analogamente BORBA E PENTEADO (2001) explana que além de trazer a visualização para o centro da aprendizagem matemática, as novas mídias, como os computadores com softwares gráficos e calculadoras gráficas, permitem que o aluno experimente bastante, de modo semelhante ao que faz em aulas experimentais de biologia e de física.

O software Geogebra, é programa configurado a partir de propriedades matemáticas, constituído com a finalidade da universalização do conhecimento no ambiente escolar. É um aplicativo dinâmico que faz a junção de conceitos de geometria e de álgebra em uma interface gráfica, que promove a construção de vários conceitos no campo matemático.

O Geogebra é um programa atribuído à construção de conceitos e objetos matemáticos. É uma ferramenta de estudo, que abrange tópicos de geometria, álgebra e cálculo. Apresenta relevantes contribuições pela dinâmica de sua funcionalidade. No quadro, que é estático, segundo Chicon et al, (2011), o professor apresenta dificuldades em desvelar correlações entre as incógnitas e suas correspondências no gráfico. Com o Geogebra a aula transfigura-se em formato dinâmico, o aluno visualiza a matemática em movimento. O professor debate em torno dos parâmetros ao movimentar o gráfico. O aluno tem a possibilidade de conceber a essência da matemática.

Segundo os autores, o Geogebra produz uma dimensão que extrapola o plano de visão e imaginário proposto pela educação tradicional, quadro/giz e dos livros-textos, proporciona a partir de seus recursos, a ideia de movimento correspondente à ação dos coeficientes das funções, deste modo o aluno pode observar o efeito gráfico e algébrico.

Vamos então conhecer a interface do GeoGebra ao acessar o programa temos uma janela como a seguinte:

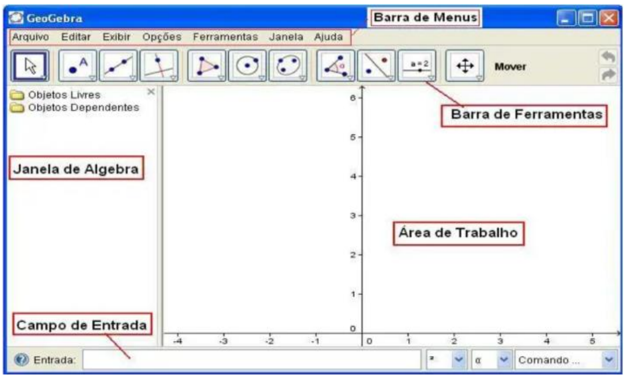

Figura: 1
Fonte: (CHAVES, et al, 2019)

Observamos que a janela inicial está dividida em duas: à esquerda a parte algébrica, que pode seer fechada se necessario, e à direita a parte geométrica. Para reativar a parte algébrica basta ir ao item exibir do menu e clicar em "janela de algebra". Neste mesmo item podemos ativar/ desativar vários eixos, a melhor e o protocolo de construção.

Um exemplo do Cálculo de área no GeoGebra.

Graficamente:

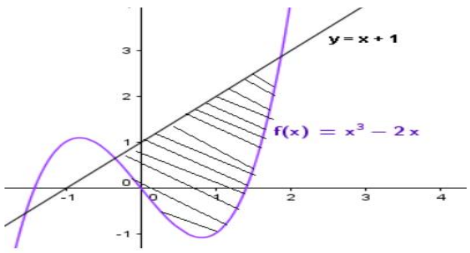

Figura: 2
Fonte: (CHAVES, et al, 2019)

ÁREA = $\int_{X_1}^{X_2}(CURVA\ DE\ CIMA - CURVA\ DE\ BAIXO)dx$

CURVA DE CIMA = $x + 1$

CURVA DE BAIXO = $x^3 - 2x$

PONTO DE INTERSECÇÃO

$x + 1 = x^3 - 2x \ \ \rightarrow x^3 - 3x - 1$

Substituir o intervalo na equação $x^3 - 3x - 1$

$$x_1 = [-1{,}0]$$

$$p(-1) = (-1)^3 - 3 * (-1) - 1 = 1$$

$$p(0) = 0^3 - 3 * 0 - 1 = \ -1$$

a_n	b_n	x_n	$P(x_n)$
-1	0	-0,5	0,375
-0,5	0	-0,25	-0,265

$$x_2 = [1{,}2]$$

$$p(1) = 1^3 - 3 * 1 - 1 = \ -3$$
$$p(2) = 2^3 - 3 * 2 - 1 = 1$$

a_n	b_n	x_n	$P(x_n)$
1	2	1,5	-2,125
1,5	2	1,75	-0,89
1,75	2	1,875	-0,033

$$A = \int_{-0{,}25}^{1{,}875}[\,x^3 - 3x - 1]dx$$
$$A = \frac{x^4}{4} - 3 * \frac{x^2}{2} - x \int_{-0{,}25}^{1{,}875}$$

A = $\frac{1{,}875^4}{4} - 3 * \frac{1{,}875^2}{2} - 1{,}875 - (\frac{-0{,}25^4}{4} - 3 * \left(\frac{-0{,}25}{2}\right) + 0{,}25)$

A = 4,216

3.2 O uso do Calculus tools no ensino do cálculo Integral

O Calculus Tools é um aplicativo de software gratuito da subcategoria Manutenção do sistema, parte da categoria Utilitários do sistema. O aplicativo está atualmente disponível em inglês. O programa pode ser instalado em Androids. O Calculus Tools (version 1.3.5) tem um tamanho de arquivo de 780,14 MB e está disponível para Download, é seguro, mas para sua própria proteção, é recomendado que você verifique o software baixado com seu antivírus.

Este aplicativo é reponsável pela aplicação da matemática, que encontra derivadas, calcula integrais definidas, comprimentos de arco, localiza séries de Taylor, plota gráficos de funções, incluindo campos polares, paramétricos e de declive. Também inclui tabelas integrais e teclado personalizado.

A seguir teremos a interface do Calculus Tools:

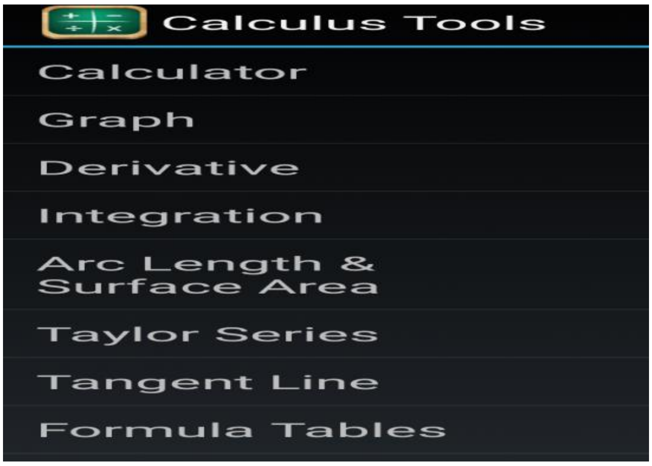

Figura:3
Fonte: (CHAVES, et al, 2019)

A aplicanção do Cálculo de área da figura 1, com a equação $f(x)x^3 - 2x$, no Calculus Tools no intervalo de 1,8794 –0,3473 temos:

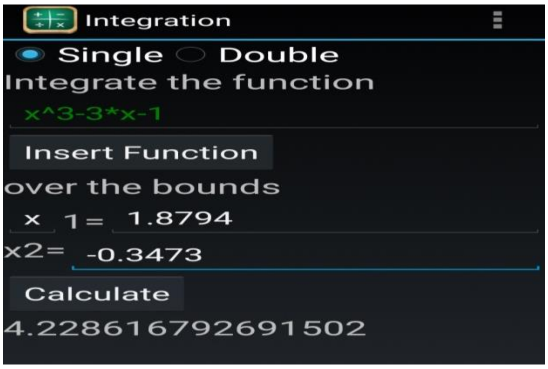

Figura:4
Fonte: (CHAVES, et al, 2019)

4. DESENVOLVIMENTO

A História da Matemática é de grande valia no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Através dessa ferramenta, o professor tem a possibilidade de tornar suas aulas mais contextualizadas, mais integrada com as outras disciplinas, incentivando o aluno à pesquisa. Com isso, o aluno reconhecerá que a Matemática surgiu a partir da busca de soluções para resolver problemas do cotidiano, conhecerá em diferentes momentos históricos e as preocupações dos vários povos, e conforme Portanova (2004, p. 01), também conseguirá fazer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente.

Os conhecimentos da história do Cálculo permitem uma melhor compreensão de como chegar às informações atuais e porque deve-se ensinar este ou aquele conteúdo.

4.1 Uma introdução ao Cálculo Integral

Assim como a derivada, a integral também é um dos conceitos mais importantes do Cálculo, é pode ser utilizada em uma grande quantidade de aplicações. Agora, veremos que a integral está ligada ao problema de determinar a área de uma figura plana qualquer.

Inicialmente, consideremos o seguinte problema: encontrar a área de uma região S que está acima do eixo x e sob a curva $y = f(x)$, para x de a até b. Isso quer dizer que S está limitada pelo gráfico de uma função contínua f (onde $f\ (x) \geq 0$), as retas verticais $x = a$ e $x = b$, e o eixo x.

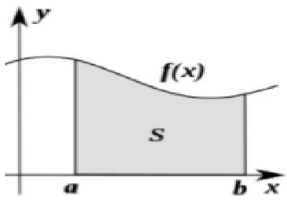

Figura: 5
Fonte: (BRITO, 2013, p. 29).

Um conceito conhecido de área é o da área do retângulo. Calcular a área do retângulo é relativamente fácil, assim como a de outras figuras geométricas elementares, como triângulo e paralelogramo. Assim, a área da região S pode ser calculada aproximando a região por regiões mais simples, das quais já sabemos determinar a área pelos métodos da geometria elementar.

Para isso, vamos fazer uma partição P do intervalo $[a,\ b]$, isto é, vamos dividir o intervalo $[a,\ b]$ em n subintervalos, por meio dos pontos $x_0, x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, x_i, \dots, x_n$, escolhidos arbitrariamente, da seguinte maneira, $a = x_0 < x_1 < x_2 < \cdots < x_i - 1 < x_i < \cdots < x_n = b$. Determinemos o comprimento do i-ésimo subintervalo $[x_{i-1}, x_i]$ como sendo

$$\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$$

Vamos construir retângulos de base $x_i - x_{i-1}$ e altura $f(c_i)$ onde c_i é um ponto do intervalo $[x_{i-1}, x_i]$. Assim, a soma das áreas dos n retângulos, que denotaremos por s_n, será

$$s_n = f(c_1)\ \times \Delta x_1 +\ f(c_2) \times \Delta x_2 + \cdots + f(c_n) \times \Delta x_n$$

Que pode ser reescrito por

$$s_n = \sum_{i=1}^{n} f(c_i) \times \Delta x_i$$

A soma acima é chamada de Soma de Riemann da função f relativa à partição P. Quando n cresce, é "natural" esperar que a soma das áreas dos retângulos aproxime da área S sob a curva.

Chamamos norma da partição P o comprimento do seu subintervalo mais longo dado por

$$\| P \| = \max\{\Delta x_i; i = 1, 2, 3, \dots, n\}.$$

Definição 1: A medida da área A da região S que está sob um gráfico de uma função contínua f é

$$A = \lim_{\|P\| \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(c_i) \times \Delta x_i,$$

Se esse limite existir.

O limite acima parece em muitos outros problemas físicos, não somente em problemas de área. Isso nos motiva a seguinte definição:

Definição 2: Seja $f(x)$ uma função limitada definida no intervalo fechado $[a,\ b]$ e seja P uma partição qualquer de $[a,\ b]$. A integral de $f(x)$ no intervalo $[a,\ b]$, denotada por $\int_a^b f(x)\ dx$, é dada por

$$\int_a^b f(x)\ dx = \lim_{\|P\| \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(c_i) \times \Delta x_i,$$

desde que exista o limite. Nesse caso, temos que:

(i) $\int$ é o sinal de integração;

(ii) $f\ (x)$ é a função integrando;

(iii) $d\ (x)$ é a diferencial que identifica a variável de integração.

Propriedades da integral definida:

As demonstrações das propriedades da integral definida não serão demonstradas e podem ser encontradas em (STEWART, 2013, p. 337-348).

Sejam $f(x)$ e $g\ (x)$ funções integráveis no intervalo fechado $[a,\ b]$ e seja k uma constante real qualquer, temos as seguintes propriedades:

(i) $\int_a^b kf(x)\, dx = k \int_a^b f(x)\, dx$.

(ii) $\int_a^b (f(x)) \pm g(x))\, dx = \int_a^b f(x)\, dx \pm \int_a^b g(x)\, dx$

(iii) Se $a < c < b$, então

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx.$$

(iv) Se $f(x) \geq 0$ para todo $x \in [a, b]$, então

$$\int_a^b f(x)\,dx \geq 0.$$

(v) Se $f(x) \geq g(x)$ para todo $x \in [a, b]$, então,

$$\int_a^b f(x)\,dx \geq \int_a^b g(x)\,dx.$$

(vi) $$\left| \int_a^b f(x)\,dx \right| \leq \int_a^b |f(x)|\,dx.$$

Considerações: Calcular uma integral através do limite das Somas de Riemann é geralmente uma tarefa trabalhosa. Assim, se tem a importância do Teorema Fundamental do Cálculo (Figuras 5 e 6).

O Teorema Fundamental do Cálculo, Parte 1 Se f for contínua em $[a, b]$, então a função g definida por

$$g(x) = \int_a^x f(t)\,dt \qquad a \leqslant x \leqslant b$$

é contínua em $[a, b]$ e derivável em (a, b) e $g'(x) = f(x)$.

Figura: 6
Fonte: (STEWART, 203, p. 351).

Teorema Fundamental do Cálculo, Parte 2 Se f for contínua em $[a, b]$, então

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$$

onde F é qualquer primitiva de f, isto é, uma função tal que $F' = f$.

Figura: 7
Fonte: (STEWART, 203, p. 351).

Dessa forma Teorema Fundamental do Cálculo nos permite calcular integrais de maneira muita mais fácil.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Sendo assim vale ressaltar que, no processo histórico da matemática podemos perceber que o Cálculo Diferencial e Integral não surgiu pronto e acabado na cabeça de um único homem. O Cálculo tem uma história de um longo desenvolvimento que se inicia na antiguidade e estende-se até os tempos modernos. Com o destaque de dois grandes matemáticos Newton e Leibniz.

O Cálculo tornou-se uma disciplina indispensável na formação científica do homem contemporâneo, os conhecimentos que se adquire num curso de Cálculo Diferencial e Integral capacita o aluno a analisar e resolver diversos problemas. Conhecer a história do Cálculo e como ela se desenvolveu é participar da sua reconstrução e reconhecer seu valor para a Educação Matemática da atualidade.

Assim, cabe ressaltar que o uso da tecnologia vem se tornando mais presente e crescendo em todos os ambientes de nossa sociedade, especialmente na educação. Eles afirmam que as instituições de ensino estão se apoiando cada vez mais em recursos provenientes das novas tecnologias para auxiliar o processo de ensino e aprendizagem. Assim, podemos dizer que o uso de programas como auxílio para a construção de conhecimento é um objeto de aprendizagem.

Portanto para finalizar, o uso de tecnologias para o processo de ensino e aprendizagem em matemática é importante no sentido de contribuir para que o ensino esteja articulado entre visualização e experimentação e que este seja proporcionado pelos mais diversos instrumentos, entre eles o informatizado como por exemplo a utilização Geogebra e Calculus Tools no que tange o conceito da abordagem sobre o a disciplina de cálculo, pois está servirá de base para outras disciplinas, assim, é necessário que os estudantes possam de fato compreende-lá.

REFERÊNCIAS

BORBA, Marcelo de C. M. G. Penteado. **Informática e Educação Matemática**. Autêntica, 2001.

BORBA, M. C. **Tecnologias da informática na educação matemática e reorganização do pensamento.** In: BICUDO, M. A. V. (org). Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999.

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. V. **Humans-With-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization**. v. 39, New York: Springer, 2005.

BRASIL, Ministerio da Educação e Cultura**, Parametros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental**. 5ª a 8ª série, Brasilia, SEF, 1998.

BRITO, Janilson Claydson Silva. **O Cálculo Diferencial e Integral como ferramenta interdisciplinar no Ensino Médio**. Teresina: PROFMAT, 2013.

CHICON, Thays Roberta; FERNANDES, Ivania Maria librelotto; LIMA, Cláudia Santos; MELO, Maria Christina Shettert; NEDEL, Vera Lúcia; WILSMANN, Leomir. Geogebra e o **Estudo da Função Quadrática**. Parada Benito: UNICRUZ- Universidade de Cruz Alta, 2011. Disponível em: <http://www.unicruz.edu.br/16_seminario/artigos/agrarias/GEOGEBRA%20E%20O%20ESTUDO%20DA%20FUNÇÃO%20QUADRÁTICA.pdf>. Acesso em: 15 maio 2019.

GODOY, A. S. **Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades**. Revista de Administração de Empresas / EAESP / FGV, v. 35, n° 2, mar/abr 1995. Disponível em: Acesso em: 12 de julho de 2016.

MISKULIN, R. G. S.; AMORIN, J. A.; SILVA, M. R. C. **As Possibilidades Pedagógicas do Ambiente computacional TELEDUC na Exploração, Disseminação e Representação de Conceitos Matemáticos.** In.: BARBOSA, R. M. (Org.). Ambientes Virtuais de Aprendizagem. Porto Alegre: Artmed, 2005.

PORTANOVA, Ruth. **História da Matemática: um recurso metodológico**? PUCRS, 2004. Disponível em: < http://www.sbmac.org.br/cnmacs/2004/cd_cnmac/files_pdf/10494a.pdf>. (Acesso em 05 maio. de 2019).

PENTEADO, M.G. **O Computador na Perspectiva do Desenvolvimento Profissional do Professor**. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação – Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 1997.

ROCHA, M. D. **Desenvolvendo Atividades Computacionais na Disciplina Cálculo Integral e Diferencial I: Estudo de uma Proposta de Ensino Pautada na Articulação entre a Visualização e a Experimentação.** Universidade Federal de Ouro Preto. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, 2010.

SCHELLER, M.; VIALI, L.; LAHM, R. A. A Aprendizagem no Contexto das Tecnologias: Uma Reflexão para os Dias Atuais. **Revista Renote – Novas Tecnologias na Educação**. v. 12, n. 2, 2014.

STEWART, James. **Cálculo, volume I**; [tradução EZ2 Translate]. -- São Paulo: Cengage Learning, 2013.

VALENTE, J.A. **O Computador na Sociedade do Conhecimento**. Campinas: UNICAMP/NIED, 1999.