COMO ELEVAR UM NÚMERO A UMA POTÊNCIA COM CELERIDADE

Gilberto Emanoel dos Reis Vogado[1]
Gustavo Nogueira Dias[2]
Pedro Roberto Sousa e Silva[3]
Eldilene da Silva Barbosa [4]

RESUMO

O presente artigo refere-se a uma forma mais simples e rápido de elevar um número ao quadrado ou ao cubo usando as propriedades do quadrado da soma ou o cubo da soma. Atualmente frente as dificuldades de resolução das questões de vestibulares, principalmente o ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio), onde cada vez mais o conteúdo matemático é cobrado de maneira mais extensa, além do raciocínio lógico presente na compreensão da questão, em que se obsta por verificar se o aluno aprendeu bem as quatro operações, principalmente a divisão e potenciação, onde o fator tempo é preponderante no seu resultado, o candidato tem apenas três minutos em média para marcar o resultado correto, desta forma, o desenvolvimento desta aplicação torna-se uma ferramenta muito útil e eficaz.

Palavras Chaves: Quadrado da Soma, Cubo da Soma, Tempo de Resolução.

INTRODUÇÃO

A interação entre professor e aluno e entre alunos é interessante a fim de possibilitar inovações e aperfeiçoamento de métodos e técnicas de ensino, às vezes esquecidos e sem utilidade e por um momento torna-se crucial para o desenvolvimento da ideia central do problema. O professor não pode se considerar toda a fonte de saber e existência em sala de aula; muitas vezes uma ideia absurda e sem nexo torna-se plausível sob outro ponto de vista do conhecimento, importando nesse momento o crescimento intelectual e o desenvolvimento de novas conceitos e métodos aplicados.

---

[1]Doutor, PUC SP (Pontifícia Universidade Católica de São Paulo). Vínculo Institucional: Escola Federal Ten. Rego Barros. gvogado@globo.com.
[2]Doutor, UNR (Universidade Nacional de Rosário), Vínculo Institucional: Escola Federal Ten. Rego Barros. gustavonogueiradias@gmail.com
[3]Mestre em Educação Matematica pela Universidades Estadua do Pará. Vínculo Institucional: Universidade da Amazônia. prof.pedromat@hotmail.com;
[4]Mestre. UNAMA (Universidade da Amazônia).Vínculo institucional: Universidade Rural da Amazônia(UFRA). eldilenebarbosa@gmail.com

O currículo da Educação Básica, particularmente o do Ensino Médio é regido pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, Ensino Médio, 2002), com base nos princípios da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (9.394/96, LDB). A esse respeito, reza o artigo 22 que:

> A educação básica tem por finalidades desenvolver o educando, assegurar-lhe a formação comum indispensável para o exercício da cidadania e fornecer-lhe meios para progredir no trabalho e em estudos posteriores (BRASIL, 1996, p. 22).

Na verdade, a ânsia do professor é tentar repassar os conteúdos de uma maneira bem fácil e acessível ao aluno, utilizando várias transposições didáticas que não são expostas nos livros didáticos e nem nos livros recomendados aos exames vestibulares. Neste sentido a contribuição de Chevallard (1991) é importante:

> Um conteúdo de saber que tenha sido definido como saber a ensinar, sofre, a partir de então, um conjunto de transformações adaptativas que irão torná-lo apto a ocupar um lugar entre os objetos de ensino. O 'trabalho' que faz de um objeto de saber a ensinar, um objeto de ensino, é chamado de transposição didática. (CHEVALLARD, 1991, p.39).

As dificuldades impostas pelos exames vestibulares são inúmeras no mundo da concorrência por uma vaga. Atualmente o Exame Nacional do Ensino Médio, ENEM, propõe um tempo de cerca de três minutos para resolução de questões propostas a um item. A dificuldade vai muito além das habilidades em saber o conteúdo correto; é necessária muita concentração, rapidez nos cálculos e interpretação racional das questões para que se possa resolver em apenas três minutos o item.

O controle do tempo é o maior desafio para o aluno. Uma vez que se demorar muito em resolver uma determinada questão pode-se perder outras mais fáceis que tem a mesma pontuação. Neste aspecto que a exploração de técnicas e métodos que minimizem o tempo de resolução de questões pode ser muito útil ao concorrente a vaga.

Neste caso percebemos a necessidade de montarmos estratégias de ensino ao aluno de modo a formalizarmos o conhecimento específico de uma maneira diferenciada do modo tradicional.

Nesta ótica Cabral, 2017, discorre:

> Há necessidade de um modelo estruturante para as sequências didáticas, não é o abandono das exigências formais do saber disciplinar da matemática, mas que se valorize um cenário didático amplificado que pressupões um olhar mais compassivo em respeito as limitações dos aprendizes, ou seja, é a valorização inicial do ambiente pré-formal de modo diferente do que ocorre no modelo tradicional na qual a formalização precede quaisquer possibilidades de argumentação por parte do aluno, (CABRAL, 2017, p. 42).

2.Descrição do Método

2.1 O Quadrado da Soma

A princípio usamos o quadrado da soma como referência $(a + b)^2 = a^2 + 2\,a.b + b^2$. Dado um número com dois algarismos (ab). O método consiste em $(ab)^2 = a^2 / 2ab / b^2$.

CASO NÚMEROS MENORES QUE 100

Aplicações:

i) $a + b \leq 4$

a) $11^2 = 1^2 / 2.1.1 / 1^2 = 1 / 2 / 1 = 121$

b) $12^2 = 1^2 / 2.1.2 / 2^2 = 1 / 4 / 4 = 144$

c) $13^2 = 1^2 / 2.1.3 / 3^2 = 1 / 6 / 9 = 169$

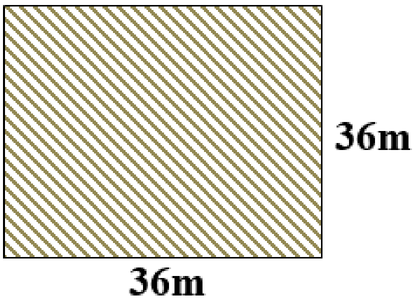
ii) Agora quando $a + b > 4$, o método sofre modificações:

a) $14^2 = 1^2 / 2.1.4 / 4^2 = 1 / 8 / 16 = 1 / 8 + 1 / 6 = 1 / 9 / 6 = 196$

Observe que o 1º algarismo da última casa passou somando com a casa central, pois 1 / 8 / 16, representa 100 + 80 + 16 = 196, e quando desloco o número 1 , na verdade estou deslocando 10 unidades a ser somada com 80 unidades resultando em 90 , que somados com 100 e 6 resulta em 196.

b) Imagine um terreno quadrangular de lado 36 m , como indica a figura 01, abaixo:

Figura 01: Quadrado



Fonte: Dias, 2011.

Para calcularmos a área, teremos:

A = 36²

Quando fazemos 36² obtemos 36² = 3² / 2.3.6 / 6² = 9 / 36 / 36, o que fazer? Passamos somando o algarismo 3 da última casa, com a casa anterior, ficando: 9 / 36 + 3 / 6 = 9 / 39 / 6, logo em seguida passamos o algarismo 3 da 2ª casa somando com a 1ª casa da esquerda para direita, obtendo, 9 + 3 / 9 / 6 = 1296. Segue, abaixo, figura 02:

FIGURA 02: Aplicação do algoritmo

3²/ 2.3.6 / 6²

9 / 36 / 36 =

9 / 36+3 / 6 =

9 / 39 / 6 =

9+3 / 9 / 6 =

12 / 9 / 6 =

1296

Fonte: Dias, 2011.

Matematicamente o que aconteceu? Quando fazemos 36² obtemos 36² = 3² / 2.3.6 / 6² = 9 / 36 / 36, o que significa, 900 + 360 + 36 = 1260 + 36 = 1296.

Quando passamos o 1º algarismo 3, na verdade estamos passando 30 unidades a ser somada com 360, referente a 2ª casa, obtendo 390. Quando passamos o algarismo 3 da segunda casa estamos passando 300 unidades a ser somada com 900 que já existia na 1ª casa da esquerda para direita, ou seja: Quando fazemos 36² obtemos, na figura 03, abaixo:

FIGURA 03: Esclarecimento do método

36² =

3² / 2.3.6 / 6² =

9 / 36 / 36

9 / 360 + 30 / 6 =

9/ 390 / 6 =

900 + 300 + 90 + 6 =

1296

Fonte: Dias, 2011.

Método $(a / b)^2 = a^2 / 2.a.b / b^2$, tomando o devido cuidado para que os algarismos da esquerda da casa das unidades passem somando para casa das dezenas, deixando apenas um único algarismo na casa das unidades. Os algarismos da esquerda da casa das dezenas passem somando para a casa das centenas deixando apenas um único algarismo na casa das dezenas.

iii) Simplificação do método

Com base nas contribuições do quadrado da soma, o processo poderá ser simplificado colocando os números logo abaixo, como se fosse uma operação de soma. Exemplos:

$36^2 =$

Consideramos da seguinte forma:

$3^2 = 9$, portanto vamos colocar 09 mais a esquerda.

$6^2 = 36$, valos inseri-lo mais à direita 36. Vai ficar assim:

0 9 3 6

Realizamos a operação como se fôssemos fazer uma multiplicação:

0 9 3 6

+

Ao lado esquerdo do sinal de mais, fazemos o duplo produto dos dois números: 2ab, portanto: 2.3.6 = 36, segue abaixo, figura 04:

FIGURA 04: Algoritmo

$$\begin{array}{r} 0\,9\,3\,6 \\ 3\,6\,+ \\ \hline 1\,2\,9\,6 \end{array}$$

Fonte: O autor.

O processo vale para qualquer número elevado ao quadrado. Vamos tomar mais um exemplo: 98^2 ?

$9^2 = 81$, $8^2 = 64$, $2 \times 9 \times 8 = 144$, segue figura 05, abaixo:

FIGURA 05: Algoritmo

$$\begin{array}{r} 8164 \\ 144+ \\ \hline 9604 \end{array}$$

Fonte: O autor.

Percebemos que estamos fazendo o quadrado da soma de uma forma mais simplificada. Olhando para $(a + b)^2 =$ temos $a^2 + 2ab + b^2$, é o que fazemos de uma forma mais didática e simples. Elevamos o 1º algarismo e o último ao quadrado e adicionamos o dobro do 1º multiplicado pelo 2º .

CASO NÚMEROS ENTRE 100 E 1000

O processo não e só para números de dois algarismos, mas também para três, quatro ou mais, só que há desvantagens quanto ao trabalho excessivo .

Método $(a / b)^2 = a^2 / 2.a.b / b^2$, tomando o devido cuidado para que os algarismos da esquerda da casa das unidades passem somando para casa das dezenas, deixando apenas um único algarismo na casa das unidades. Os algarismos da esquerda da casa das dezenas passem somando para a casa das centenas deixando apenas um único algarismo na casa das dezenas.

i) 121^2 Vamos separar o número 12 e depois o 1, segue figura 06:

FIGURA 06: algoritmo (entre 100 e 1000)

$$(12 / 1)^2 =$$

$$12^2 / 2.12.1 / 1^2 =$$

$$144 / 24 / 1 =$$

$$144 + 2 / 4 / 1 =$$

$$146 / 4 / 1 =$$

$$14641$$

Fonte: Dias, 2011.

Pelo método simplificado:

121^2 : $12^2 = 144$, $1^2 = 01$, $2 \times 12 \times 1 = 24$, assim:

FIGURA 07: Algoritmo (entre 100 e 1000)

$$\begin{array}{r} 14401 \\ 24\,+ \\ \hline 14641 \end{array}$$

Fonte: O autor.

ii) 146^2 Vamos separar o número 14 e depois o 6, segue figura 08:

FIGURA 08: algoritmo (entre 100 e 1000)

$(14 / 6)^2 =$

$14^2 / 2.14.6 / 6^2 =$

$196 / 168 / 36 =$

$196 / 168 + 3 / 6 =$

$196 / 171 / 6 =$

$196 + 17 / 1 / 6 =$

$213 / 1 / 6 =$

21316

Fonte: Dias, 2011.

Pelo método simplificado:

146^2 : $14^2 = 196$, $6^2 = 36$, $2 \times 14 \times 6 = 168$, segue figura 09:

FIGURA 09: Algoritmo (entre 100 e 1000)

$$\begin{array}{r} 19636 \\ 168+ \\ \hline 21316 \end{array}$$

Fonte: O autor.

CASO NÚMEROS MAIORES QUE 1000

O processo acima de 1000, com certeza é trabalhoso, a exemplo: $1244^2 = (124 / 4)^2 = 124^2 / 2.124.4 / 4^2$ = 15376 / 992 / 16 = 15376 / 992 + 1 / 6 15376 / 993 / 6 = 15376 + 99 / 3 / 6 = 15475 / 3 /6 = 1547536. Observamos que o método se torna inviável pelo exagero dos cálculos.

2.2 O Cubo da Soma

O método também serve para expoente 3, ou elevar ao cubo, claro que empregamos o cubo da soma: $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2.b + 3.a . b^2 + a^3$. Usamos de uma maneira diferente: $a^3 / 3.a^2.b / 3.a . b^2 / b^3$.

i) Vamos elevar 11 ao cubo, segue figura 10:

FIGURA 10: algoritmo (cubo da soma)

$$11^3 =$$

$$1^3 / 3 .1^2.1 / 3 . 1 . 1^2 / 1^3 =$$

$$1 / 3 / 3 / 1 =$$

$$1331$$

Fonte: Dias, 2011.

ii) Vamos elevar 12 ao cubo, segue figura 11:

FIGURA 11: algoritmo (cubo da soma)

$12^3 =$

$1^3 \;/\; 3.1^2 . 2 \;/\; 3. 1 . 2^2 / 2^3 =$

1 / 6 / 12 / 8 =

1 / 6 + 1 / 2 / 8 1 / 7 / 2 / 8 =

1728

Fonte: Dias, 2011.

iii) Vamos elevar 49 ao cubo, segue figura 12:

FIGURA 12: algoritmo (cubo da soma)

$49^3 =$

$4^3 / 3.4^2.9 / 3.4.9^2 / 9^3 =$

64 / 432 / 972 / 729 =

64 / 432 / 972 + 72 / 9 =

64 / 432/ 1044 / 9 =

64 / 432 + 104 / 4 / 9 =

64 / 536 / 4 / 9 =

64 + 53 / 6 / 4 / 9 =

117 / 6 / 4 / 9 =

117649

Fonte: Dias, 2011.

Neste último caso percebemos que os cálculos se tornaram grandes demais, porém demonstra bem o resultado eficaz para qualquer caso.

Método $(a + b)^3 = a^3 / 3.a^2.b / 3.a . b^2 / b^3$, tomando o devido cuidado para que os algarismos da esquerda da casa das unidades passem somando para casa das dezenas, deixando apenas um único algarismo na casa das unidades. Os algarismos da esquerda da casa das dezenas passem somando para a casa das centenas deixando apenas um único algarismo na casa das dezenas. Os algarismos da esquerda da casa das centenas passem somando para a casa das unidades de milhar deixando apenas um único algarismo na casa das centenas.

iii) Simplificação do método

Com base nas contribuições do cubo da soma, o processo poderá ser simplificado colocando os números logo abaixo, como se fosse uma operação de soma. Exemplos:

Vamos elevar 49 ao cubo, utilizando o método simplificado:

Iremos seguir o cubo da soma: $(a + b)^3 = a^3 + 3 . a . b^2 + 3 . a^2 . b + b^3$

49^3: $4^3 = 64$, $3.4.9^2 = 972$, $3.4^2.9 = 432$ e $9^3 = 729$,

Inserimos os dados como se fosse uma conta de multiplicação, segue figura 13:

FIGURA 13: Algoritmo (cubo da soma)

```
064729
   972 +
  432  +
--------
117649
```

Fonte: O autor.

CASO NÚMEROS MAIORES QUE 1000

O processo acima de 1000, com certeza é trabalhoso. O método para números acima de 1000 torna-se inviável pelo exagero dos cálculos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com base nestes métodos percebemos que inserindo a prática em sala de aula, estaremos contribuindo para uma maior agilidade nos cálculos como também aumentando a segurança de dados corretos de forma a permitir ao aluno uma ferramenta ágil e segura possibilitando uma melhora na performance do uso do tempo de resolução de provas, principalmente do modelo atual, que além de exigir o raciocínio lógico, também segue um modelo conteudista, onde o candidato necessita lembrar de conteúdo específicos da matemática para resolver a questão se deparando no entremeio com cálculos numéricos que de certa forma lhe impedem de avançar para a próxima questão, tornando o seu desempenho fraco frente aos diversos conteúdos e cálculos encontrados.

Dessa forma, inserindo este conteúdo nas aulas do ensino médio, espera-se que seu desempenho volte a ser satisfatório no quesito cálculo numérico e tempo para realizar as operações, obtendo assim um melhor aproveitamento das questões com o aumento de sua média final.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. **Lei nº 9.394 de 20 de dezembro de 1996.** Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/LEIS/L9394.htm Acesso em: 29 de maio de 2019.

________. **Parâmetros Curriculares Nacionais + Ensino Médio**: Orientações Educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências da Natureza, matemática e suas Tecnologias. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Brasília: MEC, SEMTEC, 2002.

CHEVALLARD, Y. ***La transposition didactique: du savoir savant au savoir enseigné***. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1991.

CABRAL, N. F. **Sequências didáticas: estrutura e elaboração**. Belém PA, Editora SBEM, 2017.

DIAS, G. N. **Práticas do Ensino da Matemática: A Realidade da Sala de Aula** – Edição Independente. Belém, 2011.

LDB. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação**. MEC. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica e Tecnologia, 1996.