

TEM DINHEIRO NO LIXO: UMA PRÁTICA EM MODELAGEM MATEMÁTICA

*Aires Francisco de Oliveira¹
Luciana Alves da Silva Costa²
Dr. Adelino Cândido Pimenta³*

Resumo

Este artigo procura mostrar os caminhos percorridos por professores de matemática, ainda sem experiência em Modelagem Matemática, na condução de uma tarefa usando essa metodologia. Atividade desenvolvida em uma escola estadual, com alunos do 9º ano no município de Jataí-GO. As dificuldades encontradas no decorrer da atividade e ações tomadas, como: a escolha do tema, levantamento de dados, formulação de problemas e hipóteses, formulação do modelo e validação, interpretação dos resultados, repostas para o problema e maneira de apresentar os resultados aos interessados. A ideia é que o professor possa trabalhar tópicos de matemática partindo de um problema cotidiano indicado pelos alunos, nesse caso a produção de lixo em sala de aula. Espera-se que o conjunto dessas ações possam auxiliar professores de matemática a se sentirem mais encorajados, em buscar novas práticas em suas aulas e principalmente ousarem pela modelagem matemática como abordagem mais frequente no cotidiano escolar. Essa proposta de trabalho requer uma preparação do professor no sentido de reconhecer e identificar as construções.

Palavras chave: Educação Matemática. Modelagem Matemática. Proposta didática.

HAVE MONEY IN THE GARBAGE: A PRACTICE IN MODELING MATHEMATICS

Abstract

This article tries to show the paths taken by mathematics teachers, still without experience in Mathematical Modeling, in the conduction of a task using this methodology. Activity developed in a state school, with students of the 9th grade in the municipality of Jataí-GO. The difficulties encountered in the course of the activity and actions taken, such as: the choice of theme, data collection, formulation of problems and hypotheses, formulation of the model and validation, interpretation of the results, answers to the problem and way of presenting the results to the interested parties. The idea is that the teacher can work on math topics based on a daily problem indicated by the students, in this case the production of garbage in the classroom. It is hoped that all these actions may help mathematics teachers to feel more encouraged, to seek new practices in their classes and mainly to dare

¹ Mestrando do Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática do Instituto Federal de Goiás, IFG, Jataí, Goiás. airesfo@outlook.com.

² Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática do Instituto Federal de Goiás, IFG, Jataí, Goiás. lucianacpa13@gmail.com

³ Professor Titular, colaborador e pesquisador do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia de Goiás - Câmpus Jataí

for mathematical modeling as a more frequent approach in school everyday. This work proposal requires teacher preparation in order to recognize and identify constructions.

Keywords: Mathematics Education. Mathematical Modeling. Didactic proposal.

Introdução

Há uma inquietação notória no cotidiano escolar a despeito do ensino de Matemática. Muitas são as buscas por alternativas eficazes que contraponham o ensino tradicional e quebre os estigmas de que a matemática ensinada nas escolas não é relevante para a vida do aluno. Constantemente são sugeridas metodologias que buscam caminhos para o ensino de Matemática entre elas a Modelagem Matemática, tem sido utilizada como uma forma de quebrar a forte dicotomia existente entre a matemática escolar formal e a sua utilidade na vida real. Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 28), mostra que “nas últimas décadas, muitos pesquisadores e professores têm defendido a incorporação de atividades de Modelagem Matemática nas aulas de Matemática”.

Muitos são os pesquisadores e estudiosos que nos mostram as dificuldades e resistências na aplicação da Modelagem Matemática, Lozada (2009, p. 12-13), por exemplo, nos mostra algumas:

[...] falta de conhecimento sobre o processo de MM [Modelagem Matemática], dificuldades dos docentes em relação à alguns conteúdos matemáticos, as dificuldades dos alunos em relação à alguns conteúdos matemáticos, a falta de interesse dos alunos e o cumprimento do conteúdo programático, constituíram-se como motivos que impedem a utilização da MM em sala.

Cientes dessas dificuldades, apresentamos neste artigo, uma proposta de trabalho com atividade de modelagem matemática, com o desígnio de que os caminhos e dificuldades mostrados aqui possam servir de estímulos para outros professores na condução da aula com seus alunos.

Considerações importantes sobre Modelagem Matemática e Investigação Matemática na sala de aula

Propor uma pesquisa em sala de aula com alunos de ensino fundamental demanda tempo, prática e conhecimento da turma ao qual se propõe fazer a pesquisa, e é importante saber também que grande parte de nossos alunos não estão habituados a fazer pesquisas, conforme ela deve ser. Uma pesquisa exige habilidades e disciplina para realmente conseguir compreender o problema, é o que explicam Dario Fiorentini e Sergio Lorenzato, *a pesquisa é um processo de estudo que consiste na busca disciplinada/metódica de saberes e compressões acerca de um fenômeno, problema ou questão da realidade*(60) Investigação em Educação Matemática.

Essa pesquisa de coleta de informações e de Constituição de Material de Estudo, na qual os alunos, a partir de um conjunto de ações em sala de aula, e ainda expandido esse procedimento para as demais salas, procuram entender conceitos, hábitos e uma forma de agir para melhorar esse meio. Para isso é importante ressaltar pontos importante da Educação matemática, conforme relata os autores citados anteriormente. *Considerando a educação matemática (EM) uma prática social, o trabalho de campo torna-se uma opção importante, pois fornece elementos que nos permitem compreendê-la e, transforma-la.* (101) *Investigação em Educação Matemática*

Essa busca por esse saber através da matemática, pode mostrar como o conhecimento matemático pode ser construído através da modelagem e como esse conhecimento pode transformar as atitudes de uma pessoa ou de um grupo. João Pedro da Ponte apresenta em seu livro *Investigações Matemática em Sala de Aula* que *Investigar é procurar conhecer o que não sabe* (13), com isso essa investigação parte de um problema diário, que embora os alunos provavelmente saibam que é errado produzir lixo demasiado, é possível que não tenham o conhecimento de como provar isso matematicamente, de forma clara. E ainda de como apresentar isso aos colegas da escola e às outras pessoas de modo geral de forma que elas também o percebam. Jonei Cerqueira em seu artigo *Modelagem na educação Matemática: Contribuições Para o Debate Teórico*, trata a modelagem matemática como uma forma de investigação, em que os alunos têm a possibilidade de aprender certos conteúdo sem os procedimentos prontos e comuns usado pelos métodos tradicionais. (5)

Mudar a forma de agir em sala de aula, procurar novas práticas pedagógicas e acima de tudo aproveitar as possibilidades de fazer junto com os estudantes esse conhecimento matemático para resolver situações diversas, sejam elas oriundas da matemática ou outras áreas do conhecimento. *Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade. O ambiente é colocado aqui em termos de “convite” aos alunos, tomando por referência a argumentação de Skovsmose.* (ibid.)

E por que usar a Modelagem e detrimentos a outras metodologias? Uma resposta possível é a possibilidade de atuar de forma dinâmica e permitir que os estudantes

expandam suas dúvidas e questionamentos apontando eles mesmo caminhos para a solução, como explica Jonei Cerqueira Barbosa:

A meu ver, o ambiente de Modelagem está associado à problematização e investigação. O primeiro refere-se ao ato de criar perguntas e/ou problemas enquanto que o segundo, à busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas. Ambas atividades não são separadas, mas articuladas no processo de envolvimento dos alunos para abordar a atividade proposta. Nela, podem-se levantar questões e realizar investigações que atingem o âmbito do conhecimento reflexivo. (BARBOSA, J. C, 2004. p.04)

Burak (1992, p. 62) entende a modelagem matemática como um “conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões”.

Biembengut (1999, p. 20), em seu livro *Modelagem Matemática & Implicações no Ensino-Aprendizagem de Matemática*, diz que a modelagem é “o processo que envolve a obtenção de um modelo”. E nesse processo a modelagem é uma forma de interligar matemática e realidade, que, na visão da autora, são disjuntas.

Caldeira entende que a Modelagem é resultado de projetos ou questões do meio, sem estar amarrados a conteúdo específicos do livro didático, ou de uma matriz de referência, mas que não foge aos conceitos consagrados da matemática. Para ele a Modelagem Matemática pode “oferecer aos professores e alunos um sistema de aprendizagem como uma nova forma de entendimento das questões educacionais da Matemática” (Caldeira, 2005, p. 3)

Barbosa (2001) concebe a modelagem matemática em termos mais específicos, entendendo-a como uma oportunidade para os alunos indagarem diferentes situações por intermédio da matemática, sem procedimentos fixados previamente. apud Tortola e Rezende (2011, p. 3).

E é nesse contexto que colocamos essa proposta de Modelagem Matemática, uma tentativa de estabelecer um pensamento crítico a respeito de situações corriqueiras do dia a dia dos alunos.

Proposta

A proposta foi apresentada ao professor regente da turma de 9º ano da escola Emília Ferreira, que aceitou a parceria e explicou aos alunos o motivo pelo qual mais dois professores de matemática, acompanhará algumas aulas com a turma e explicou também aos alunos a proposta, que tinha como um dos focos tentar resolver ou pelo menos mostrar o problema da produção exagerada de lixo em sala de aula. O método utilizado é o qualitativo, apoiando-se em técnicas de coleta de dados de Constituição de Material de Estudo, também quantitativas. De acordo com Neves (1996, p.01), a pesquisa qualitativa não busca enumerar ou medir eventos. Ela serve para obter dados descritivos que expressam os sentidos dos fenômenos. O estudo foi desenvolvido a partir de:

I-Coleta de dados: feita uma coleta do que ocorre na realidade a ser pesquisada. No caso a produção semanal de lixo por cada sala da Escola Estadual Emília Ferreira de Carvalho. (Anexo 1) Depois disso, esse montante foi analisado pela turma (9º ano), “pesou” a produção de lixo diária e depois foram feitos os cálculos da produção semanal e, ainda, contou-se quantas folhas de caderno ou papel ofício foram descartadas (anexo 2). Esses dados foi o ponto de partida para as conjecturas e problemas considerados pelos alunos e professores, dados foram colocados em tabelas e gráficos (anexo 3) mostrando a produção de lixo por turmas, de forma a verificar a média de lixo produzido por aluno de cada turma. A sistematização teve quantidade de folhas descartadas e o peso de todo o material, em todos os casos, os números foram a base para a construção de um modelo.

Segue exemplo de folha usada pelos alunos para a coleta de dados. A turma foi dividida em cinco grupos com 4 ou cinco estudantes e cada grupo ficou responsável por fazer a coleta de um dia. Foram cinco dias coletando o lixo ao final do dia letivo. É importante lembrar que essa escola funciona em tempo integral.

Afim dos dias de coleta em uma aula seguinte fez-se a “pesagem” do material primeiramente. Usou-se uma balança de mão e primeiramente pesou a saca contendo o material acumulado das dez salas dia a dia. Os resultados foram anotados na tabela a seguir. Na sequência, pesou sala por sala dia a dia e foi anotando. Ao final da pesagem, o lixo foi separado dando uma atenção especial para as folhas de caderno e papel sulfite ou A4, maioria do lixo. Na tabela anotou-se também os tipos de lixo encontrado: papéis de balas e doces diversos, caixas de sucos e garrafas pets foram frequentes.

Os papéis de caderno e A4 foram contados pelos alunos. Cada grupo ficou responsável por fazer essa separação e contagem de um dia e os resultados foram anotados na tabela a seguir.

Com os dados em mãos foram construídas as tabelas de quantidade de massa e números de folhas de caderno. Um detalhe importante, como não somos o professor regente da turma, foi sugerido que os gráficos fossem construídos pelos alunos em aula do professor regente, não tivemos esse retorno em tempo da sequência da atividade, as tabelas foram levadas prontas.

Coleta de dados

Grupo: 08 Data: 25/04/2018
 Alunos: Caroline, Mariana, B. Larissa, Gabriela, Bruna da Silva, Ana Carolina, Bruna, Emily Alves.

Volume total: _____
 Volume parcial: _____
 Quantidade (massa): 3430
 Total: _____

Sala 1: 310 Sala 2: 370 Sala 3: 195 Sala 4: 270 Sala 5: 415
 Sala 6: 135 Sala 7: 445 Sala 8: 345 Sala 9: 175 Sala 10: 400

Tipo de lixo encontrado:

(1) Folhas de caderno (2) folha A4 (3) Cartolina (4) Papéis de balas/bombons
 (5) Papéis de bolachas/salgadinhos (6) Copos descartáveis (7) Canudos (8) Caixas de sucos (9) Garrafas petes (10) outros 90%

Número de folhas de caderno ou A4:
 Total: 5400
 Sala 1: 54 Sala 2: 80 Sala 3: 48 Sala 4: 62 Sala 5: 60
 Sala 6: 20 Sala 7: 92 Sala 8: 30 Sala 9: 40 Sala 10: 53

Folha usada pelos alunos para anotações das coletas

II-Num segundo momento, através da Modelagem os estudantes foram convidados a investigar, usando a matemática, essa situação provocada pela coleta do lixo e possivelmente apresentado como um problema da escola. Objetivou estudar, principalmente, operações com os números Reais, estatística, função e gráficos.

A turma foi dividida em grupos de 4 alunos e formou se 5 grupos, sendo que um desses grupos tinha 5 alunos.

Algumas questões importantes serão destacadas aqui. Problemas que surgiram e os alunos buscaram efetuar os cálculos e assim fizeram suas descobertas:

1.ª) A escola Emilia possui em média 300 alunos e cada aluno possui um caderno de 96 folhas de em uma semana foi jogado fora 2207 folhas. quantas folhas serão jogadas fora em 1 mês.

$$\begin{array}{r} 2207,4 \overline{) 96} \\ 192 \quad 22,9 \\ \hline 0279 \\ -192 \\ \hline 0950 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2207 \\ \times 4 \\ \hline 8828 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8828 \overline{) 96} \\ -864 \quad 94 \\ \hline 0188 \\ -96 \\ \hline 92 \end{array}$$

Folha usada pelos alunos para anotações dos problemas e resoluções

Foi muito importante observar o envolvimento dos alunos na tentativa de novas descobertas e encontrar caminhos para solucionar os problemas que eles sugeriram. Muitos foram os erros em cálculos, feitos sem o uso da calculadora. O instrumento foi usado para conferir os resultados posteriormente.

Os estudantes apresentaram seus resultados para a turma e obtiveram conclusões que os alarmaram, provocando reflexões e a necessidade de que todos soubessem o quanto grande era o desperdício na escola e com isso também, se a lógica seguisse.

Os alunos até chegaram no entendimento que cada estudante joga fora 7 folhas de papel por semana e representaram assim: $Y = 7X$, onde X representaria o total de alunos de uma escola qualquer. Mais depois pensou que será que toda a escola produz a mesma quantidade de lixo? Com isso entenderam que aqueles resultados serviam de alerta para todos, mais principalmente para a escola em questão e que não poderia falar como um modelo para todas os resultados obtidos. Com isso os alunos, para mostrarem os resultados aos colegas, fizeram um vídeo e divulgaram na escola.

Alguns autores tratam da Modelagem matemática com a visão seguinte, como apresentam Biembengut e Hein (2003, p. 16) “A Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los

interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. Normalmente se enxerga a matemática e a realidade sem nenhuma relação, principalmente os conteúdos estudados em sala de aula, e a modelagem pode ser um caminho para relacionar e entender a Matemática e a realidade. Os autores dividem o processo de Modelagem em três etapas principais, exibidas a seguir:

1. Etapa – Interação com o problema. Nesta etapa é realizado o primeiro contato entre o aluno e a situação problema o qual, se necessário, faz-se um aprofundamento sobre a questão;

2. Etapa - Matematização. Identificar e formular o problema a partir da identificação de um modelo que pode ser, segundo Biembengut e Hein (2003), como “um conjunto de expressões aritméticas ou fórmulas, ou equações algébrica, ou gráfico, ou representação, ou programa computacional, que levem à solução ou permitam a dedução de uma solução” (p. 14).

3. Etapa – O Modelo Matemático - Nesta etapa verificamos a validação do Modelo que obtivemos na etapa anterior e analisaremos sua confiabilidade de sua utilização na situação modelo e, caso não seja confiável, alunos e professores deverão retornar à segunda etapa na busca de uma melhor adequação do mesmo.

III- Após apresentar os resultados para todos os envolvidos diretamente e indiretamente da escola, os alunos, com a orientação dos professores, produziram um vídeo, mostrando os resultados e a forma de aprendizado.

No entanto nesse processo pode ser que as conjecturas sugeridas não tenham o fim esperado, tendo o professor que intervir no processo e mudando o formato inicial da modelagem, o que ainda permanece dentro do proposto, conforme diz o Jonei Cerqueira em seu artigo *Modelagem na educação Matemática: Contribuições Para o Debate Teórico*:

Analisando os estudos sobre Modelagem, nacional e internacional, podemos classificar os casos de Modelagem de três formas diferentes:

Caso 1. O professor apresenta a descrição de uma situação-problema, com as informações necessárias à sua resolução e o problema formulado, cabendo aos alunos o processo de resolução. Uma experiência de Franchi (1993) pode ilustrar este caso (ver 9 secção1). Ela colocou uma situação-problema aos alunos, que

realizaram a investigação. Não foi preciso que eles procurassem dados fora da sala de aula; todo o trabalho se deu a partir da situação e do problema oferecido pelo professor.

2) Caso 2. O professor traz para a sala um problema de outra área da realidade, cabendo aos alunos a coleta das informações necessárias à sua resolução. Ilustremos com uma experiência de Biembengut (1999). Ela apresentou aos alunos o problema “O que é preciso para construir uma casa?”. Eles tiveram que buscar dados fora da sala de aula e fazer algumas simplificações que ajudassem a resolver o problema.

3) Caso 3. A partir de temas não-matemáticos, os alunos formulam e resolvem problemas. Eles também são responsáveis pela coleta de informações e simplificação das situações-problema. É via do trabalho de projetos. Devido à falta de espaço, limitamo-nos a remeter às experiências relatadas em Bassanezi (1990), Borba, Meneghetti e Hermini (1997), Biembengut (1990, 1999) e Franchi (1993). (BARBOSA, 2001, p.8)

Atividades de modelagem matemática, em geral, não estão focadas na abordagem de um conteúdo específico – como se costuma observar em “exercícios de fixação”, frequentemente utilizados nas aulas de Matemática –, mas na obtenção de um modelo matemático que seja capaz de responder ao problema proposto para investigação. É este caminhar que suscita a abordagem de diferentes conteúdos matemáticos, conforme a situação e os sujeitos envolvidos.

Considerações Finais

Para nós professores o trabalho foi muito importante dentro da construção de conhecimento, tivemos muitas dificuldades em entender os caminhos da modelagem e acreditamos não ter chegado ao modelo sugerido pela metodologia, precisaríamos talvez de mais tempo com a turma para a continuidade da atividade. Lembrando que fora os dias de coletas usamos 4 aulas de 50 minutos para desenvolver esse trabalho e, diante de nossa pouca experiência com a modelagem matemática e ainda as dificuldades encontradas na prática dos alunos, no trabalho de grupos e entendimento da dinâmica sugerida, acreditamos ser possível alcançarmos resultados melhores. O que se discute em relação aos pressupostos da Modelagem Matemática nas práticas de sala de aula, numa dimensão sociocultural, está em nos posicionarmos na questão epistemológica e não somente na metodológica. O mais interessante de todas essas propostas é o fato de que elas se complementam. É difícil, num trabalho escolar, desenvolver a matemática de forma rica para todos os alunos se enfatizarmos apenas uma linha metodológica única. A melhoria do ensino de matemática envolve, assim, um processo de diversificação metodológica. Por fim este visa abrir caminhos para a continuação de aprimoramento para adoção da metodologia apresentada.

Anexo 1



Lixo produzido nos cinco dias



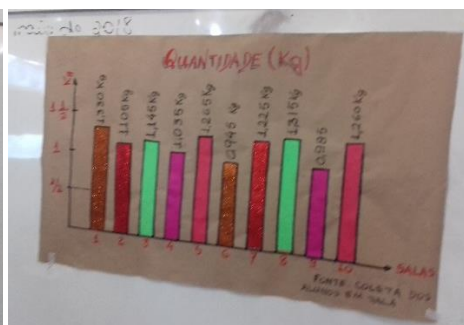
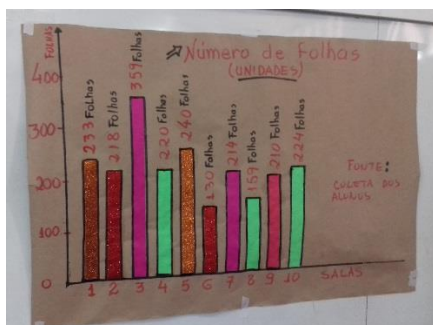
“Pesagem” do lixo

Anexo 2



Separação do lixo

Anexo 3



Gráficos mostrando a produção diária de lixo e folhas de cadernos

REFERÊNCIAS

- ABRANTES, P., PONTE, J. P. da, FONSECA, H. et al. **Investigações matemáticas na aula e no currículo**. [Lisboa]: Associação de professores de matemática, 1999. 226p.
- BARBOSA, J. C. (2001). **Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico**. In: 24ª RA da ANPED, Anais... Caxambu.
- BARBOSA, J. C. **Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico**. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. Anais... Rio Janeiro: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.
- BARBOSA, J. C. **O que pensam os professores sobre a modelagem matemática?** Zetetiké, Campinas, v. 7, n. 11, p. 67-85, 1999.
- BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática na Sala de Aula**. Anais do VIII ENEM – Minicurso GT 10 – Modelagem Matemática, p. 04 2004.
- BASSANEZI, R. C. **Modelagem como metodologia de ensino de matemática**. In: Actas de la Séptima Conferência Interamericana sobre Educación Matemática. Paris: UNESCO, 1990. p. 130-155.
- BECKER, F. (1993). **A epistemologia do professor: o cotidiano da escola**. Petrópolis, RJ, Vozes.
- BIEMBENGUT, M. S. (1990). *Modelagem matemática como método de ensino aprendizagem de matemática em cursos de 1º e 2º graus*. Dissertação de Mestrado. Rio Claro, Unesp
- BIEMBENGUT, M. S. *Modelação Matemática como método de ensino-aprendizagem de Matemática em cursos de 1º e 2º graus*. Rio Claro: IGCE/UNESP, 1990. 210p. (Dissertação, Mestrado).
- BLIKSTEIN, P. **Digital Fabrication and 'Making' in Education: The Democratization of Invention**. In J. Walter-Herrmann & C. Büching (Eds.), *FabLabs: Of Machines, Makers and Inventors*. Bielefeld: Transcript Publishers, 2013
- BURAK, Dionísio. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem**. 1992. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas

CALDEIRA, A. D. (2004). **Modelagem matemática na formação do professor de matemática:** desafios e possibilidades. In: ANPED SUL. Anais... Curitiba: UFPR. 1CD-ROM.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática:** da teoria à prática. Campinas: Papirus, 1996. 121p.

FIorentini, D. & Lorenzato, S. (2006). **Investigação em Educação Matemática:** percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados

FREIRE, P., FAUNDEZ, A. **Por uma pedagogia da pergunta.** 4. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1998. 158p.

SKOVSMOSE, O. **Cenários de investigação.** Bolema – Boletim de Educação Matemática, Rio Claro (SP), n. 14, p. 66-91, 2000.