

ENSINO DE VETORES: SEQUÊNCIA DIDÁTICA FUNDAMENTADA NA ENGENHARIA DIDÁTICA.

César Marcos do Nascimento Lucas¹
Raimundo Nonato Barbosa Cavalcante²

INTRODUÇÃO

A preocupação com o ensino-aprendizagem do objeto matemático vetor surgiu com a prática enquanto docente do Ensino Médio e intensificou-se durante o Mestrado Profissional em Matemática em Rede (PROFMAT). Lecionando Geometria Analítica para Licenciatura em Matemática, comprovamos as deficiências apresentadas pelos discentes com relação a este Objeto Matemático - OM. Consideramos a importância desse objeto matemático tanto para aplicação em outros assuntos abordados no Ensino Médio, como em Geometria e Física, quanto para o estudo de outros tópicos da Matemática Superior, como a Álgebra Linear.

Baseando-se no exposto acima, realizamos uma Sequência Didática - SD fundamentada na Engenharia Didática - ED. Para a SD, escolhemos o OM vetor, com foco na aprendizagem do conceito de vetor a partir da ideia de segmento orientado.

Nas etapas iniciais da ED, a saber: análises preliminares e concepção e análise a priori verificamos o baixo nível de conhecimento sobre o OM considerado e identificamos que a exploração das Representações Semióticas - RS dos vetores, potencializada pela utilização do Geogebra, pode facilitar a aprendizagem deste OM e construímos a SD.

Na etapa de experimentação e de análise a posteriori e validação aplicamos a SD e, mediante observação das atividades desenvolvidas pelos alunos, comprovamos algumas hipóteses, como o baixo conhecimento dos alunos com relação ao objeto matemático vetor e a importância da exploração das Representações Semióticas para a compreensão do conceito de vetores.

METODOLOGIA

O presente trabalho representa uma pesquisa de natureza qualitativa de caráter experimental, na qual é utilizada a Engenharia Didática como metodologia, tendo como sujeitos da pesquisa alunos de uma turma de Geometria Analítica, disciplina ofertada no início da Licenciatura em Matemática. Contamos com teste diagnóstico, aulas de nivelamento e posterior aplicação da metodologia no ensino de vetores quando também contamos com aulas no laboratório de informática para visualização e manipulação de vetores com o software de Geometria Dinâmica, o Geogebra.

Para a realização deste trabalho, as análises preliminares foram realizadas mediante pesquisa bibliográfica, buscando autores que fizeram estudos sobre a ED e/ou sobre o objeto matemático em questão, tentando identificar elementos que pudessem contribuir para a construção da SD. Dentre as leituras realizadas, destacamos Alves (2016); Bittar (2003); Damm (2012); Lucas (2017); Machado (2012) e Martins (2015). Dentre os autores consultados, identificamos alguns elementos que podem contribuir para a construção da segunda etapa da ED. Tais elementos serão descritos a seguir:

¹ Mestre em Matemática pelo PROFMAT na Universidade Federal do Piauí – UFPI. cesar.lucas@ifpi.edu.br;

² Mestre em Matemática pelo PROFMAT na Universidade Estadual do Ceará–UECE. nonath.edms@gmail.com;

- (1) – Existe uma multiplicidade de formas e formalizações em torno da noção de vetor (vetor da física, vetor geométrico e vetor elemento de um espaço vetorial). Tal multiplicidade implica o uso de diferentes linguagens, representações e modos de pensar.
- (2) – Os vetores são de extrema importância como objeto matemático, como facilitador para resolução de problemas da Geometria e para estudos de disciplinas do Ensino Superior, como Álgebra Linear.
- (3) – Dada a importância das representações desse objeto matemático e as atividades de tratamento e conversão (DUVAL, 2003), o Geogebra torna-se um potencializador para o ensino desse conteúdo.

Diante dos elementos identificados na primeira fase, elaboramos a segunda fase da ED: concepção e análise a priori. Nesta etapa da ED, foram elaborados o teste diagnóstico e a atividade (conceito de vetor), que foram aplicados na etapa seguinte da ED.

Com o teste diagnóstico, pretendeu-se saber se o aluno era capaz de fazer conversões entre os Registros Algébricos (Representação Numérica e Representação Vetorial), Registro Figural (Representação Gráfica e Representação Geométrica) e Registro da Língua Natural (Representação da Língua Natural), e se dentro de cada registro conseguiram fazer os devidos tratamentos. A atividade (conceito de vetor) foi elaborada para explorar o conceito de vetor a partir da ideia de segmento orientado. Com a realização da atividade, o aluno estará visualizando diversos representantes de um vetor em duas de suas representações, a algébrica e a geométrica.

A etapa de experimentação deu-se com aplicação do teste diagnóstico e aplicação da SD. Com o teste diagnóstico, percebemos que muitos alunos não conseguiram resolver os problemas propostos por não saberem realizar atividades de conversão. Problemas em que o registro era diferente do registro de chegada foram, na maioria dos casos, deixados sem resposta pelos alunos.

A aplicação da SD foi realizada no Laboratório de Informática. Como nem todos conheciam o Geogebra, dispomos de uma aula para apresentar as noções básicas e que seriam aplicadas na realização da atividade proposta. Durante a realização da atividade, percebemos uma motivação dos alunos por estarem em um ambiente “diferente” do tradicional, experimentando, explorando o aspecto visual do objeto matemático em questão. Sempre que necessário, intervimos para fazer o aluno refletir sobre as representações e sobre os processos de tratamento e conversão.

Na quarta etapa da ED, com a aplicação do teste diagnóstico, concluímos nossas hipóteses. Boa parte dos alunos chega ao ensino superior sem noções básicas do conceito de vetores. Com a realização da atividade, verificamos o quanto é importante a aplicação do Geogebra para o ensino de vetores, possibilitando que o estudante explore a visualização para a formação de conceitos ao invés de somente realizar processos algorítmicos.

METODOLOGIA (OU MATERIAIS E MÉTODOS)

O ensino de vetores na disciplina de Matemática ainda não faz parte da maioria das Escolas de Educação Básica, no entanto, pesquisas diversas direcionam para a necessidade de inserir este assunto no currículo de Matemática, seja como objeto matemático ou como uma ferramenta para aplicação a outros tópicos do Ensino Médio, como Geometria Analítica e Geometria Espacial.

Em sua dissertação de mestrado, Cabral (2014) aborda uma proposta do estudo de vetores no plano e no espaço no 3º ano do ensino médio como uma perspectiva de um ganho para os estudos Geometria Analítica. A autora relata que no estudo da disciplina de Geometria Analítica, no Mestrado Profissional de Matemática (PROFMAT), “verificou-se que a

introdução do estudo de vetores é de simples compreensão e uma ferramenta poderosa para a Geometria Analítica” (CABRAL, 2014, p.06). Os ganhos seriam relativos a uma melhora na visualização de alinhamento e três pontos, da equação da reta e de seus vetores tangentes e normais, além de simplificar a resolução de exercícios.

A maneira como os vetores devem ser abordados no Ensino Médio é citada nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio, documento elaborado pelo Ministério da Educação e publicado em 2006. Segundo este documento:

“É desejável, também, que o professor de Matemática aborde com seus alunos o conceito de vetor, tanto do ponto de vista geométrico (coleção dos segmentos orientados de mesmo comprimento, direção e sentido) quanto algébrico (caracterizado pelas suas coordenadas). Em particular, é importante relacionar as operações executadas com as coordenadas (soma, multiplicação por escalar) com seu significado geométrico. A inclusão da noção de vetor nos temas abordados nas aulas de Matemática viria corrigir a distorção causada pelo fato de que é um tópico matemático importante, mas que está presente no ensino médio somente nas aulas de Física.” (OCEM, 2006, p.77).

Percebemos que muitos alunos terminam o ensino médio sem o devido conhecimento sobre o conceito de vetor, e destes, alguns passam a cursar uma licenciatura em Matemática e sentem grandes dificuldades ao cursarem uma disciplina como Geometria Analítica.

Para a construção da SD adotamos a ED como metodologia de pesquisa. Essa metodologia que vem sendo utilizada em pesquisas experimentais desde a década de 1980, tendo como finalidade analisar situações didáticas, objeto de estudo da Didática da Matemática (Cf. MACHADO, 2012, p. 233).

Artigue (1988) *apud* Machado (2012, p. 235) caracteriza a Engenharia Didática [...] como um esquema experimental baseado sobre “realizações didáticas” em sala de aula, isto é, sobre a concepção, a realização, a observação e a análise de sequências de ensino.

A ED é organizada em quatro fases: análises preliminares, concepção e análise a priori, experimentação e análise a posteriori e validação. Faremos um resumo das fases, de acordo com Machado (2012).

- **Primeira fase:** análises preliminares. É a fase de embasamento da concepção da engenharia, feitas através de levantamento bibliográfico, fazendo considerações sobre o quadro teórico geral e sobre os conhecimentos didáticos já adquiridos sobre o assunto em questão.
- **Segunda fase:** concepção e análise a priori. Esta fase comporta uma parte de descrição e outra de previsão. O professor/pesquisador elabora a proposta de ensino baseado nas informações colhidas na primeira fase, faz previsões das dificuldades que poderão surgir nas aulas, como também prevê o que se pretende ensinar em cada etapa de sequência de ensino.
- **Terceira fase:** experimentação. A fase da experimentação é clássica. É a fase da realização da engenharia com uma certa população de alunos. Ela se inicia no momento em que se dá o contato pesquisador/professor com a população de alunos objeto da investigação.
- **Quarta fase:** análise a posteriori e validação. Essa fase se apoia sobre todos os dados colhidos durante a experimentação constante das observações realizadas durante cada sessão de ensino, bem como das produções dos alunos em classe ou fora dela. É da confrontação das análises a priori e a posteriori que se validam ou se refutam as hipóteses levantadas no início da engenharia.

Considerando as representações sugeridas pelas Orientações Curriculares para o Ensino Médio fomos levados à Teoria dos Registros de Representações Semióticas, de acordo com esta Teoria a comunicação em Matemática se estabelece por meio de suas

representações. O aluno deve conhecer representações de um objeto dado, saber fazer tratamentos em cada uma delas e, além disso, deve saber mudar de uma representação para outra (DUVAL, 2003). Este autor considera que são três as atividades cognitivas fundamentais de representação ligadas à *semiósisis*: formação, tratamento e conversão, (DUVAL, 2009, p.54).

Os softwares encontram-se cada vez mais presentes em nosso cotidiano. Pesquisadores em Educação Matemática, como Souza(2010) e Alves(2012), propõem sequências de ensino para conteúdos de matemática amparados pela tecnologia. Um dos softwares bastante utilizados por professores/pesquisadores desta área é o Geogebra, gratuito e que permite uma visualização dos objetos matemáticos em mais de uma representação, incluídas as tradicionais geométrica e algébrica. Para Alves (2012, p.322) a tecnologia e, notadamente, o software Geogebra, pode proporcionar o entendimento e a descrição geométrica-dinâmica de definições e teoremas.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Analisando uma questão do teste diagnóstico: Seja $u = (5, 4)$ e $w = (1, 3)$. Determine as coordenadas do vetor u , tal que: (a) $u = v + w$; (b) $u = v - w$; $u = 2v - 3w$. Percebeu-se que há dois registros de partida: o das representações numéricas e o das representações vetoriais, e um de chegada: o registro das representações numéricas. Os vetores v e w foram representados nos registros das representações numéricas, e o vetor u no registro da representação vetorial. A solução deveria ser apresentada no registro das representações numéricas.

A atividade (Conceito de vetor) pode ser consultada em Lucas (2017), e foi elaborada para ser desenvolvida com o auxílio do Geogebra, pois este permite a exploração de ao menos duas representações dos vetores. Trabalha-se o conceito de vetor a partir da ideia de segmento orientado.

Fazendo uso dos recursos do Geogebra, o aluno visualizou diversos representantes de um vetor em duas de suas representações, algébrica e geométrica. Após a realização dessa atividade, esperava-se que o aluno tivesse compreendido o significado das representações de um vetor, vetores iguais e vetores paralelos e fosse capaz de fazer conversão entre estas duas formas de representar este objeto matemático.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir de estudo bibliográfico, identificou-se elementos que dificultam o ensino-aprendizagem de vetores no Ensino Médio. Para amenizar tais dificuldades, percebeu-se que a abordagem didática pode ser de fundamental importância. Assim, foi construída uma Sequência Didática, fundamentada na Engenharia Didática, na Teoria das Representações Semióticas e utilizando o Geogebra para potencializar a exploração dessas representações, mostrando uma possibilidade de abordagem para o ensino de vetores.

Acreditamos que a partir desta SD estamos contribuindo com as pesquisas em Educação Matemática. Outras SD semelhantes relacionadas a esse mesmo objeto matemático poderão ser elaboradas, por exemplo para abordar o conceito conversão, adição, multiplicação de vetor por um número real, entre outros.

Palavras-chave: Engenharia Didática; Sequência Didática, Vetores, Representações Semióticas, Geogebra.

REFERÊNCIAS

ALVES, F. R. V. **Interpretação geométrica de definições e teoremas:** o caso da análise real. In: *Conferência Latinoamericana de Geogebra*. Montevideu, 322-329. Disponível em: <http://www.geogebra.org.uy/2012/home.php>. Acessado em: 02 set. 2019.

ALVES, F. R. V (2016). Engenharia Didática para a generalização da sequência de Fibonacci: uma experiência num curso de licenciatura. *Educ. Matem. Pesq.*, São Paulo, v.18, n.1, p.61-93.

BITTAR, M. **O ensino de vetores e o registro de representação semiótica.** In: MACHADO, S.D.A (org). *Aprendizagem em Matemática: Registro de representação semiótica*. Campinas, SP: Papyrus, p. 71-94, 2003.

BRASIL, MEC, SEB. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio.** Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: 2006.

CASTRO, R. M. P. **Introdução do estudo de vetores no ensino médio:** Um ganho significativo para o estudo da Geometria Analítica. 2014. Dissertação(Mestrado em Matemática) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza.

DAMM, R.F. **Registros de Representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática.** In: MACHADO, S.D.A (org). *Educação matemática: Uma (nova) introdução: 2ª ed. 2ª reimp* – São Paulo: EDUC, 2012 p. 167-188.

DUVAL, R. **Registro de Representação Semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática.** In: MACHADO, S.D.A (org). *Aprendizagem em Matemática: Registro de representação semiótica*. Campinas, SP: Papyrus, p. 11-33, 2003.

DUVAL, R. **Semiósis e Pensamento Humano:** registros semióticos e aprendizagem intelectuais. Coleção contexto da ciência. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

LUCAS, C. M. N. **Elaboração de uma sequência de Ensino de Vetores por meio da Sequência Fedathi e exploração de suas representações com uso do Geogebra.** 2017. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal do Piauí, Parnaíba.

MACHADO, S.D.A. **Engenharia Didática.** In: MACHADO, S.D.A. (org). *Educação Matemática. Uma (nova) introdução.* 3ª ed. revis, 2ª reimp – São Paulo: EDUC, 2012 p. 233-247.

MARTINS, R. L. **O ensino de vetores e a interdisciplinaridade.** 2015. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande.

SOUZA, M.J.A. **Aplicações da Sequência Fedathi no ensino e aprendizagem da Geometria mediado por tecnologias digitais.** 2010. 230f. Tese(Doutorado) – FAGED – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza – CE.