O USO DO MÉTODO AXIOMÁTICO NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Nayara Suyanny de Oliveira Lopes [1]
Paulo Figueiredo Lima [2]

RESUMO

Em estudos acadêmicos tem sido defendido o ensino do método lógico-dedutivo, com amparo em argumentos da epistemologia e da didática. Na didática do método lógico-dedutivo, destacam-se os trabalhos de Balacheff (apud Almouloud, 2007). Há, além disso, outras pesquisas na área de Educação Matemática nas quais se defende, com muita clareza, o ensino do método dedutivo nos cursos de formação inicial de professores de Matemática. Em concordância com essas pesquisas, o objetivo deste trabalho é o de contribuir com a discussão do tema, julgado relevante e oportuno. Trata-se de um estudo sobre o ensino e a aprendizagem de um tema específico: o método axiomático. Mais especificamente ainda, o estudo é centrado no conceito de modelo de um sistema de axiomas. Ressalta-se que o trabalho é um recorte da dissertação de Mestrado da autora (Lopes, 2017), na qual foi escolhido um sistema axiomático para a geometria plana de incidência. Como método, recorremos a uma pesquisa-intervenção exploratória, dividida em três grandes etapas: preparação teórica, experimentação e análise dos dados observados. No presente artigo, inicialmente vamos nos deter nas justificativas para o estudo do método axiomático nos cursos de formação de professores. Em seguida, abordaremos parte da análise dos registros dos encontros de sala de aula, ocorridos com os sujeitos da pesquisa, alunos de licenciatura de uma universidade federal do Nordeste, com a presença da pesquisadora em epígrafe. Os encontros tiveram o formato de minicurso em que foi utilizado um texto-base teórico sobre o tema escolhido, seguido de registros escritos e gravações de áudio.

Palavras-chave: Método lógico-dedutivo; Sistema axiomático; Pesquisa-intervenção; Formação de professores.

INTRODUÇÃO

Pensar em Matemática nos remete a raciocínio lógico e a demonstrações. Embora essa concepção não dê conta de todas as características desse campo do conhecimento, é inegável o papel que o raciocínio dedutivo desempenha na Matemática.

Se nos determos na análise de documentos que regem a educação no país, encontraremos respaldo para o que se foi afirmado acima, basta consultar BRASIL (1998), BRASIL (2000), BRASIL (2002), BRASIL (2011) e BRASIL (2012), de forma mais recente pode-se utilizar a BNCC (2015) quando afirma que uma das competências da Matemática é “desenvolver o raciocínio lógico, o espírito

[1] Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco - PE, suyanny.mat@gmail.com;
[2] Professor orientador: Doutor em Matemática, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica - PE, pauloflima@uol.com.br.

de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.” (2015, p. 263).

Quando o cenário muda e pensasse nos cursos de licenciatura, a literatura aponta também questionamentos acerca do ensino das demonstrações nos cursos de matemática, em especial nas licenciaturas. Sousa (2010, p.16) afirma que existem “[...] lacunas no ensino de demonstrações em Matemática, [...] em especial, a necessidade de se trabalhar com a linguagem e com as demonstrações de forma mais detalhada”. Segundo a autora os alunos se prendem a métodos utilizados pelos próprios professores, gerando réplicas daquilo que foi ensinado sem saberem dar significado as suas respostas.

Almouloud (2007) destaca a importância de, antes de compreender o que os alunos sabem das demonstrações, é necessário entender o que os professores aprenderam quanto ao assunto: “Qual é o nível de compreensão que professores da rede pública possuem a respeito desses processos matemáticos, como teoremas, provas e deduções?”.

Nesse caminho se pode citar Pires (2002) que menciona acercas das *Competências específicas de um professor que ensina Matemática*

- Conceber que a validade de uma afirmação está relacionada com a consistência da argumentação.
- Comunicar-se matematicamente por meio de diferentes linguagens.
- Compreender noções de conjectura, teorema, demonstração.
- Examinar as consequências do uso de diferentes definições.
- Analisar os erros cometidos e ensaiar estratégias alternativas.
- Decidir sobre a razoabilidade de um resultado de cálculo, usando o cálculo mental, exato e aproximado, as estimativas, os diferentes tipos de algoritmos e propriedades e o uso de instrumentos tecnológicos.
- Explorar situações problema, procurar regularidades, fazer conjecturas, fazer generalizações, pensar de maneira lógica.
- Ter confiança pessoal em desenvolver atividades matemáticas.
- Apreciar a estrutura abstrata que está presente na Matemática.

(PIRES, 2002, p. 47)

As competências citadas acima corroboram com as discussões apresentadas até o presente momento, a importância de desenvolver o raciocínio lógico-dedutivo dos futuros professores de Matemática, sejam atuantes na educação básica, seja na educação superior.

Nosso foco será o ensino e a aprendizagem do conceito de modelo de um sistema axiomático para uma geometria plana de incidência. E mais, optamos por realizar nosso trabalho empregando a modalidade de pesquisa qualitativa denominada, por alguns estudiosos, de **pesquisa-intervenção**. Na verdade, desenvolvemos as atividades de um minicurso com um grupo de cinco alunos de Licenciatura em Matemática de uma instituição pública. Os dados empíricos consistiram no registro parcial das interações ocorridas entre a pesquisadora e os alunos que propiciaram as análises e as considerações finais do trabalho. Vale ressaltar ainda que aqui será apresentado um recorde da dissertação da autora.

Escolhemos algumas das ideias centrais de Balacheff (1982) segundo Almouloud (2007), discorreremos, de modo suscinto, sobre sistemas axiomáticos em geometria e sobre o texto didático que serviu de base para o minicurso realizado com os sujeitos da pesquisa.

O objetivo do trabalho consiste em apresentar as análises do estudo realizado sobre o ensino e aprendizagem do conceito de modelo de um sistema axiomático para uma geometria plana de incidência, recorrendo a uma pesquisa-intervenção centrada em um minicurso sobre o tema.

A metodologia utilizada, como já mencionado anteriormente, foi uma pesquisa-intervenção, segundo Rocha e Aguiar (2003)

> A pesquisa-intervenção vem constituindo-se em um dispositivo de transformação vinculado tanto à formação acadêmica dos psicólogos, quanto às práticas nas instituições, possibilitando novas análises construídas entre o marco e a micropolítica. (p. 64).

É notório que esse tipo de pesquisa está associado as ciências humanas, sociais, mas acreditamos que ela nos aponta grandes contribuições para, não só os sujeitos envolvidos, mas a academia em geral. Ainda Rocha e Aguiar (2003, p.65) aponta que

> [...] a condicional do pesquisador está presente no processo da investigação e que, por estar incluído no campo, sua ação (entrevistas, questionários, dinâmicas, análises de dados e devolução das informações obtidas) modifica o objeto estudado.

Acreditamos que o tempo estado em companhia dos sujeitos os tenha modificado mediante os conhecimentos adquiridos, principalmente o modo como veem as demonstrações, o estudo delas durante o andamento do curso.

Após a aplicação do minicurso observamos que os sujeitos da pesquisa demonstraram relevante grau de dificuldade em lidar com o processo de demonstração lógico-dedutivo, vale ressaltar que já haviam percorrido boa parte de suas trajetórias curriculares de formação de professores de matemática, além de já terem cursado duas disciplinas as quais atribuímos uma denominação genérica de *Fundamentos da Matemática*, em cujas ementas havia conteúdos de lógica e de teoria dos conjuntos, disciplinas nas quais, em geral, o método dedutivo é utilizado com mais frequência e rigor. Houve também verbalizações durante os diálogos acerca das dificuldades em encontrar os caminhos para a resoluções de questões propostas.

Pode-se concluir, com tudo encontrado ao longo do caminho, que investigações desse tipo corroboram com a iniciativa de se continuar tais discussões, aqui o papel não é de criticar o que as licenciaturas oferecem a seus alunos, mas animar futuras discussões e questionamentos sobre a importância de cada vez mais desenvolver o raciocínio lógico-dedutivo dos futuros professores.

METODOLOGIA

Para esta investigação, optamos pelo método de uma **pesquisa- intervenção**. Levou-nos a essa escolha a ideia de observar os efeitos de um material didático em que o processo de demonstração é apresentado em um nível de rigor lógico que julgamos adequado a um curso superior de formação de professores. Tivemos a preocupação de realizar nosso experimento com licenciandos que já tivessem percorrido parte considerável de seu curso. Em particular, procuramos aqueles que já tivessem tido contato com disciplinas no campo dos fundamentos da matemática e com a prática de demonstrações, em especial em geometria.

Nesta pesquisa, buscamos uma interação direta nossa, na qualidade de pesquisadora, com os sujeitos da investigação, em um estudo participante de um tema pouco presente nas licenciaturas de Matemática.

Esperávamos, com isso, observar em que grau haveria compreensão das ideias a serem aprendidas, em especial, do tema-chave de **modelo de um sistema axiomático**. E mais, a partir dos resultados deste trabalho, tínhamos a expectativa de contribuir para as disciplinas da Licenciatura em Matemática, em especial, às que são, em geral, denominadas *Fundamentos da Matemática*.

Toda a intervenção foi gravada em áudio, contendo, em média, 1hora 15min cada gravação. Ao todo foram cinco encontros, no entanto, por falhas técnicas, o primeiro e segundo áudios foram perdidos. O que atenuou a falha foi que, ao final de cada encontro, solicitamos aos estudantes um diário de cada sessão, a fim de obtermos mais informações sobre o ocorrido nesses encontros. Apesar de não possuírem a fidelidade das conversas que as gravações favorecem, os diários ajudaram na análise dos diálogos.

Os sujeitos da pesquisa foram estudantes em um campus avançado de instituição federal de ensino superior. Iniciamos a pesquisa com seis estudantes que estavam cursando o quinto período, e um do sétimo período, de um curso de licenciatura em Matemática. Após o primeiro encontro da pesquisa, o estudante do sétimo período, por motivos profissionais, teve que se afastar, de modo que a investigação se restringiu a cinco sujeitos.

A seleção dos sujeitos foi realizada em conjunto com a professora que nos deu acolhida no campus em que realizamos a investigação. Na escolha, levamos em conta a formação acadêmica anterior dos estudantes. Optamos por estudantes que já tivessem cursado um elenco significativo de disciplinas do curso.

Para a realização desta pesquisa, utilizamos, como método, encontros semanais com os estudantes nas salas de aula da instituição de ensino em que cursavam a licenciatura, com duração de duas horas cada. Foram necessários cinco encontros para completarmos nosso experimento didático.

No primeiro encontro, apresentamos a proposta de trabalho e distribuímos o texto base (ver Anexo), que foi lido pelos estudantes e, em seguida, aberto a discussões, para tratar de possíveis dúvidas que os manifestassem. Nesse texto, é explorada a ideia de **modelo**, conceito central da nossa pesquisa, como também foram discutidos os axiomas de uma **geometria de incidência,** bem como a ideia de **independência** de uma proposição relativamente a um sistema de axiomas.

Após abordarmos esses conceitos base partimos, nos encontros seguinte, para a resolução das atividades propostas no próprio texto base.

Os materiais principais coletados foram as atividades respondidas, por escrito, pelos estudantes. Julgamos, também, que seria necessário gravarmos os áudios das discussões em sala de aula, para análise posterior.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Aqui não nos deteremos na análise de todos os encontros, mas uma análise sumária deles.

Ao final dos encontros foi pedido que os alunos fizessem um relatório visando obter mais informações acerca do ocorrido durante o minicurso e, acima de tudo, ter uma ideia, ainda que aproximada, das reações causadas nos estudantes em face do conteúdo do minicurso.

Iniciamos pela observação de que os estudantes participantes do minicurso revelaram um grau significativo de dificuldade em lidar com o processo de **demonstração lógico-dedutiva**, que é característica da validação científica do saber matemático. Acrescente-se a esse fato, que eles já haviam percorrido boa parte de sua trajetória curricular de formação de professor de matemática, além de que já haviam cursado duas disciplinas – às quais atribuímos uma denominação genérica de *Fundamentos da Matemática* – em cujas ementas havia conteúdos de lógica e de teoria dos conjuntos, disciplinas nas quais, em geral, o método dedutivo é utilizado com mais frequência e rigor.

Indícios dessas dificuldades surgiram na utilização do método de redução ao absurdo ou na negação das proposições condicionais "Se **a**, então, **b**", em que **a** e **b** são proposições matemáticas envolvendo quantificadores.

Também verbalizaram durante os diálogos que não achavam nada fácil "descobrir o caminho a seguir" para realizar uma demonstração do tipo da que continha a atividade 3:

"Em uma geometria de incidência, para todo ponto P, existem pelo menos duas retas distintas que passam em P".

Durante o minicurso, igualmente, manifestaram que, mesmo sabendo ter a ideia de uma demonstração, não achavam nada imediato "colocarem no papel" a referida demonstração, com todos os detalhes necessários.

As dificuldades mencionadas nos parágrafos precedentes estão vinculadas às três primeiras atividades propostas aos estudantes. A seguir, comentamos às questões relacionadas à demais atividades, todas relativas aos conceitos de **sistema de axiomas** e de **modelo** de um desses sistemas.

Uma das maiores fontes de dificuldades reveladas pelos estudantes foi romper com o conhecimento adquirido em sua formação escolar, na qual a palavra geometria está intrinsecamente associada à geometria euclidiana.

A dificuldade, várias vezes observadas por nós, e verbalizadas pelos estudantes, era compreender os objetos de um modelo em que pontos e retas não fossem aqueles entes que conheciam desde a geometria escolar. Vejamos, por exemplo, na atividade 4, o quanto os estudantes reagiram a construir um modelo de geometria de incidência em que uma das retas possuía apenas um ponto. Ou, de maneira análoga, quando, na atividade 5, precisavam de um modelo com apenas uma reta contendo todos os pontos da geometria.

No seu relatório, a Estudante 05 escreve em poucas palavras o pensamento que, certamente, resume o que se passou com todos os seus colegas. Ela resume que a dificuldade que encontrou no minicurso, foi:

*“**Desconstruir** os conceitos que vimos na Geometria Euclidiana Plana para formular novos conceitos mais abstratos e expor matematicamente nosso pensamento”.* (grifo nosso)

Esse processo de desconstrução citado pela estudante é, sem dúvida, um processo lento e difícil. Uma das motivações de nosso trabalho foi o de investigar os efeitos de um material que, ao mesmo tempo, estivesse contido nas ementas das disciplinas de uma licenciatura trouxesse um tema inovador que pudesse provocar algum “desequilíbrio” no conhecimento prévio dos estudantes. Esse aspecto desafiador, na nossa avaliação, provocou alguma evolução da compreensão dos participantes, ao longo do minicurso. Sinais dessa evolução são comentados no que segue.

Vamos iniciar com o depoimento contido no relatório do Estudante 02, ao escrever sobre as dificuldades que ele havia tido no início do minicurso:

“No primeiro encontro tive o primeiro contato com este tipo de matemática, o conceito muito diferente e um pouco complicado de ser entendido quando nunca tinha sido visto, mas logo após a leitura do texto comecei a entender um pouco mais os significados de cada axioma citado no texto [...]”.

O que observamos ao longo do minicurso foi uma evolução positiva na compreensão da ideia de modelo e do seu emprego como ferramenta para provar a independência de proposições relativamente a um sistema de axiomas. Novamente, recorremos ao depoimento de uma participante, a Estudante 03, ao descrever o 4º encontro em seu relatório. Nesse encontro tratamos das atividades 5, 6 e 7:

“*Já estava mais familiarizada com esse processo que fazíamos com os modelos e até consegui fazer mais rápido, mas ainda encontrava dificuldade em passar esse pensamento para o papel de forma mais formal. Me compliquei mais na atividade 7, onde precisaríamos encontrar um modelo para o sistema de axiomas de incidência e acrescentando o axioma de existência das paralelas. Mas, com alguns estímulos, consegui terminar de forma organizada.”*

Outro momento em que observamos uma evolução na capacidade de os estudantes recorrerem ao conceito de modelo apresentado no texto base ocorreu na atividade 8. Nela, repetiu-se o já mencionado impasse que surge quando a intuição geométrica adquirida previamente resiste à possibilidade de existência de duas paralelas a uma reta passando por um ponto fora da reta. Quando, estimulados a reverem os modelos que já haviam construído, os estudantes prosseguiram e resolveram corretamente a atividade.

Em uma intervenção no encerramento do minicurso procuramos estimular os participantes a se interessarem por aprofundar a aprendizagem das demonstrações em Matemática e, além disso, do conceito de sistema de axiomas e de modelo de um desses sistemas. Essas indicações visavam estimulá-los a fugir da abordagem desses temas de modo a se procurar reprodução sem compreensão dos significados dos conteúdos e procedimentos matemáticos.

Com essas observações, encerramos a visão sumária das análises dos eventos corridos durante o minicurso.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Entre as várias motivações iniciais deste trabalho, havia um núcleo: defender a importância do desenvolvimento da capacidade de lidar com o método lógico-dedutivo nos cursos de formação do professor de Matemática. Essa motivação era amparada em recomendações curriculares nacionais e na literatura em Educação Matemática.

Em contrapartida, essa mesma literatura incluía trabalhos revelando que nos cursos de formação inicial tal demanda não estava sendo atendida, pela predominância de um ensino que levava mais à reprodução de demonstrações do que à capacidade de construí-las.

Traçamos, então o caminho de uma pesquisa-intervenção, de cunho exploratório, em torno de um minicurso a ser ministrado a alunos em fase intermediária de um curso de formação de professores. Fizemos a escolha de um tema pouco estudado nas disciplinas que são genericamente denominadas de *Fundamentos da Matemática*: o conceito de modelo de um sistema axiomático. Em particular, optamos por escolher um sistema axiomático de uma geometria plana de incidência.

Nossa intenção básica era realizar um trabalho colaborativo e desafiador com estudantes de licenciatura, que pudesse estimular esses futuros professores de Matemática a prosseguir suas reflexões sobre uma das características fundamentais do saber matemático: o método axiomático. É preciso alertar que isso não significava defender que esse tema viesse a ser objeto de estudo, em si mesmo, na matemática básica.

Ao final deste trabalho, podemos considerar que nossos objetivos tenham sido satisfatoriamente atingidos, dentro dos limites de uma investigação exploratória. As sessões do minicurso transcorreram dentro do planejado e com os participantes de perfil inteiramente adequado ao que desejávamos.

Uma visão panorâmica da análise do conjunto dos encontros mostra-nos uma fase inicial de desestabilização do conhecimento anteriormente adquirido e de verbalização pelos estudantes de que isso ocorria por deficiências na formação anterior.

Não faz parte deste trabalho validar as críticas correntemente formuladas sobre as deficiências acima referidas. Esses depoimentos, no entanto, juntam-se a conclusões da parte literatura em Educação Matemática referenciadas na Introdução desta dissertação. E, acima de tudo, na fase inicial do minicurso, observamos nítidas dificuldades dos estudantes em construir uma demonstração, em particular, em geometria.

Posteriormente, no entanto, com o prosseguimento das discussões em sala de aula e com os repetidos apelos ao texto base, a ideia de sistema axiomático e de modelo de um tal sistema assumiu contornos mais nítidos e podemos observar o desempenho satisfatório dos estudantes na resolução da última atividade.

Fica evidente que muitos desafios e questões reclamam mais investigações, desde o próprio texto base até a própria metodologia de pesquisa adotada neste trabalho.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Prova e demonstração em matemática: problemática de seus processos de ensino e aprendizagem, 2007.** Disponível em: <http://www.ufrrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_30/prova.pdf>. Acesso em: 24 jul. 2014.

BALACHEFF, Nicolas. The researcher epistemology: a deadlock for educational research on proof. Les Cahiers du Laboratoire Leibniz, Grenoble, n. 109, 2004.

BRASIL. **Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura.** 2002. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES13022.pdf>. Acesso em: 09 jan. 2014.

BRASIL. **Guia de Livros Didáticos: PNLD 2012.** Brasília: Secretaria da Educação Básica, 2011. Disponível em: <http://www.fnde.gov.br/programas/livro-didatico/guias-do-pnld/item/2988-guia-pnld-2012-ensino-médio>. Acesso em: 27 maio 2016.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática.** 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 09 jan. 2014.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio.** 2000. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>. Acesso em: 09 jan. 2014.

EDUCAÇÃO, Ministério da. **Base Nacional Comum Curricular**. 2015. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=79601-anexo-texto-bncc-reexportado-pdf-2&category_slug=dezembro-2017-pdf&Itemid=30192. Acesso em: 23 nov. 2022.

PIRES, Célia Maria Carolino, Reflexões sobre os cursos de Licenciatura em Matemática, tomando como referência as orientações propostas nas Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação de professores da Escola Básica, in Educação Matemática em Revista, Edição Especial, São Paulo, 2002.

ROCHA, Marisa Lopes da; AGUIAR, Katia Faria de. **Pesquisa-Intervenção e a produção de novas análises.** 2003. Disponível em: <http://producoes-em-institucional.webnode.com.br/news/pesquisa-intervenção e a produção de novas analises/>. Acesso em: 16 jan. 2017.

SOUSA, Enne Karol Venancio de. **Um estudo sobre o ensino-aprendizagem das demonstrações matemáticas.** 2010. 133 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências Ciências Naturais e Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2010. Disponível em: <http://bdtd.ufrn.br/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=4207>. Acesso em: 18 dez. 2013.

ANEXO

MATERIAL DIDÁTICO ELABORADO PARA O MINICURSO[3]

ATIVIDADES PROPOSTAS

Atividade 1

a) Demonstrar a Proposição 3[4]

b) Demonstrar a Proposição 4[5]

c) Demonstrar a Proposição 5[6]

Atividade 2

Na geometria de incidência proposta, provar que o Axioma 2[7] é independente dos Axiomas 1[8] e 3[9].

Atividade 3

Na geometria de incidência proposta, provar que o Axioma 3 é independente dos Axioma 1 e 2.

Atividade 4

Suponhamos um sistema de axiomas constituído pelos três axiomas de incidência acrescido de mais um:

---

[3] Vale uma observação que para o limite desse artigo não foi possível anexar todo o material didático elaborado para o referido minicurso, aqui só transpusemos a atividade proposta ao final de todo o conteúdo discutido em sala.

[4] Para toda reta r, existe, pelo menos, um ponto P que não pertence a r.

[5] Para todo ponto P, existe pelo menos uma reta r que não passa em P

[6] Para todo ponto P, existem pelo menos duas retas distintas passando por P.

[7] Toda reta r possui pelo menos dois pontos.

[8] Para quaisquer dois pontos A e B pertencentes ao conjunto G, existe uma e uma só reta, denotada por r, da coleção L, tal que $A \in r$ e $B \in r$.

[9] Existem, pelo menos, três pontos que não pertencem a uma mesma reta.

Axioma Projetivo das Paralelas

Duas retas quaisquer são concorrentes.

Provar que o Axioma Projetivo é independente dos três axiomas de incidência.

Atividade 5

Suponhamos um sistema de axiomas constituído pelos três axiomas de incidência acrescido de mais um:

Axioma da Existência de Paralelas

Dada uma reta qualquer r e dado um ponto qualquer P, fora de r, existe pelo menos uma paralela a r passando por P.

Encontre um modelo para o sistema de axiomas de incidência acrescido do Axioma da Existência de Paralelas.

Atividade 6

Suponhamos o sistema de axiomas constituído pelos três axiomas de incidência acrescido de mais o quarto axioma, citado na atividade anterior:

Encontre um modelo para o sistema de axiomas de incidência acrescido do Axioma de Existência de Paralelas. Vamos representar este sistema com o símbolo ***E.***

Consideremos, então o axioma:

Axioma Euclidiano das Paralelas

Dada uma reta qualquer r e dado um ponto qualquer P, fora de r, existe no máximo uma paralela a r passando por P.

Provar que o Axioma Euclidiano das Paralelas é independente do sistema ***E.***

Atividade 7

Prove que o plano cartesiano racional é um modelo de geometria de incidência.

Atividade 8

Modificando a interpretação dada por meio do plano cartesiano racional, encontre uma interpretação que não seja um modelo de geometria de incidência.