



AVALIANDO O USO DO JOGO TORRE DE HANÓI NO ENSINO DE MATEMÁTICA E NO DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO COMPUTACIONAL

Fabricia da Silva Oliveira ¹

Elsa dos Santos Lopes ²

Ana Emília Victor Barbosa Coutinho ³

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo investigar o potencial pedagógico do jogo matemático Torre de Hanói no desenvolvimento da aprendizagem matemática e das habilidades do Pensamento Computacional. O inventor do jogo foi o matemático francês Édouard Lucas. A Torre de Hanói consiste em uma base contendo três pilares (hastes), em um dos quais está disposta uma torre formada por alguns discos de diâmetros diferentes, furados no centro e colocados uns sobre os outros, em ordem crescente de diâmetro, de cima para baixo, onde o número de discos pode variar. O jogo promove o desenvolvimento da memória, do planejamento e da solução de problemas por meio de técnicas estratégicas, habilidades fundamentais tanto para a aprendizagem da Matemática quanto para o Pensamento Computacional. Nesse sentido, para a realização da pesquisa foi conduzido um estudo de abordagem qualitativa, envolvendo uma revisão bibliográfica acerca da relação do jogo Torre de Hanói, da Matemática e do Pensamento Computacional. Os resultados indicam que o jogo promove uma interseção entre a Matemática e o Pensamento Computacional, facilitando a compreensão de conceitos matemáticos como sequências e indução matemática, ao mesmo tempo que desenvolve habilidades como decomposição, reconhecimento de padrões, abstração e algoritmos, fundamentais na resolução de problemas. Este estudo evidencia a importância da integração de práticas lúdicas como o jogo Torre de Hanói no ensino de Matemática para promover um ambiente de aprendizagem mais dinâmico e engajador, contribuindo para o desenvolvimento de competências cognitivas essenciais para os alunos.

Palavras-chave: Torre de Hanói, Pensamento Computacional, Matemática.

INTRODUÇÃO

O ensino de Matemática busca constantemente conectar conceitos abstratos às experiências concretas dos alunos, com o objetivo de facilitar a compreensão e tornar a aprendizagem mais significativa. Nesse contexto, diversas abordagens e estratégias têm sido implementadas, destacando-se a inclusão de atividades lúdicas como uma prática eficaz para atingir esse objetivo. Essas atividades não apenas promovem um aprendizado mais envolvente, como também facilitam a compreensão de conceitos matemáticos de forma prática e contextualizada (Mendes *et al.*, 2023). Estudos indicam que o uso de abordagens

¹ Graduanda do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba - UEPB, fabricia.oliveira@aluno.uepb.edu.br;

² Graduanda do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba - UEPB, elsa.santos@aluno.uepb.edu.br;

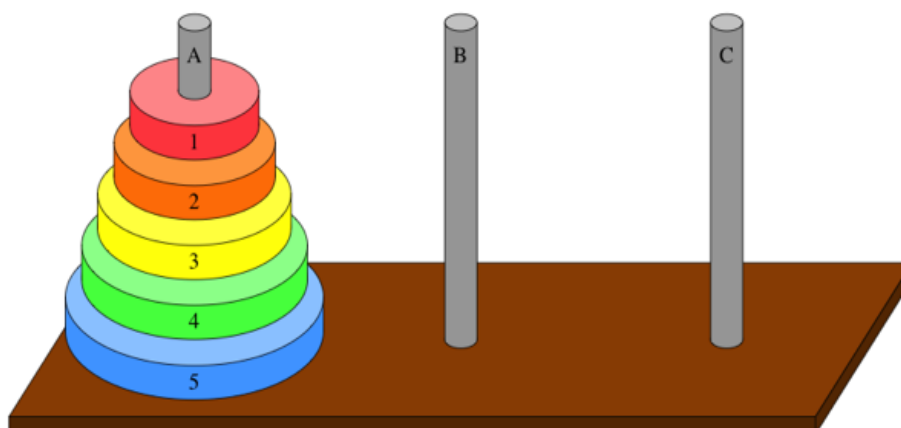
³ Professora orientadora: Doutora, Universidade Estadual da Paraíba - UEPB, anaemilia@servidor.uepb.edu.br.

lúdicas têm o potencial de transformar a metodologia tradicional de ensino, muitas vezes vista como rígida e desinteressante (Souza, Correia e Silva, 2023).

O uso de jogos como recurso didático no ensino de Matemática é amplamente reconhecido como uma estratégia eficaz para aumentar a motivação e o interesse dos alunos. Segundo Grando (2000), os jogos possibilitam que os alunos visualizem e compreendam conteúdos abstratos de maneira concreta, tornando mais fácil a aplicação prática da Matemática no dia a dia. Rodrigues (2018) destaca que os jogos promovem maior engajamento entre os alunos, facilitando a construção de conceitos e habilidades matemáticas. Santos *et al.* (2021) reforçam que os jogos servem tanto como elementos lúdicos quanto pedagógicos, facilitando o aprendizado e tornando-o mais prazeroso. Além disso, os jogos contribuem para o desenvolvimento de competências cognitivas e sociais essenciais para os alunos. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento que estabelece os conhecimentos essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo da Educação Básica brasileira, enfatiza a importância do uso de jogos como estratégia para promover a aprendizagem significativa e o desenvolvimento de habilidades matemáticas (Brasil, 2018).

Existe uma ampla variedade de jogos matemáticos que podem ser integrados às aulas. Entre eles, a Torre de Hanói se destaca como uma ferramenta eficaz, desenvolvendo habilidades cruciais para a resolução de problemas (Alves, 2023). Criada em 1883 pelo matemático francês Édouard Lucas, a Torre de Hanói exige planejamento, raciocínio lógico e estratégia. A Torre de Hanói é um quebra-cabeça matemático que consiste em três pinos e um conjunto de discos de tamanhos diferentes empilhados em um dos pinos, como ilustrado na Figura 1.

Figura 1 – Torre de Hanói com 5 pinos.



Fonte: <https://pt.khanacademy.org/> (2024).

O jogo da Torre de Hanói desafia o jogador a transferir todos os discos de um pino para outro, seguindo regras específicas:

1. Somente um disco pode ser movido por vez;
2. Cada movimento consiste em retirar o disco superior de um pino e colocá-lo em outro pino;
3. Cada pino pode aceitar apenas um disco de cada vez;
4. Nenhum disco pode ser colocado sobre um disco menor.

No contexto educacional, a Torre de Hanói é particularmente eficaz para o desenvolvimento de habilidades fundamentais, por combinar desafios cognitivos com conceitos matemáticos como raciocínio lógico, análise combinatória e pensamento recursivo. Essa combinação torna a Torre de Hanói uma abordagem flexível e enriquecedora para o ensino de Matemática, proporcionando aos alunos uma aprendizagem significativa que vai além da simples memorização de fórmulas. Além disso, o jogo pode ser adaptado para diferentes níveis de dificuldade, permitindo que estudantes de diversos níveis e graus de conhecimento se beneficiem de suas potencialidades educacionais (Alves, 2023).

A escolha do jogo Torre de Hanói como objeto de estudo neste trabalho se justifica pela sua estreita relação entre a Matemática e a Computação. Na área da Computação, a Torre de Hanói é amplamente utilizada como um exemplo didático para ensinar e explorar algoritmos recursivos e iterativos. Conforme apontam Martins, Hsu e Freitas (2024), a Torre de Hanói possui um grande potencial como recurso pedagógico para a exploração e desenvolvimento dos quatro pilares do Pensamento Computacional: decomposição, reconhecimento de padrões, abstração e algoritmos. Esses pilares, conforme descrito por Brackmann (2017, p. 33), envolvem os seguintes processos fundamentais:

1. **Decomposição:** identificar um problema complexo e quebrá-lo em pedaços menores e mais fáceis de gerenciar;
2. **Reconhecimento de Padrões:** analisar cada subproblema individualmente e identificar padrões ou soluções semelhantes já aplicadas;
3. **Abstração:** focar nos aspectos essenciais, ignorando informações irrelevantes;
4. **Algoritmos:** desenvolver passos ou regras simples para resolver cada subproblema.

Diante do exposto, o objetivo da pesquisa é avaliar as potencialidades do jogo Torre de Hanói no ensino de Matemática e no desenvolvimento do Pensamento Computacional, além de identificar estratégias pedagógicas comumente adotadas.

METODOLOGIA

Visando alcançar o objetivo supracitado, foi conduzido um estudo de abordagem qualitativa, centrada na avaliação de trabalhos acadêmicos que exploram o uso da Torre de Hanói no ensino de Matemática, com o objetivo de observar como o Pensamento Computacional é abordado, muitas vezes de forma intrínseca. A abordagem qualitativa permite explorar as experiências, significados e contextos que envolvem a prática educativa, proporcionando percepções das dinâmicas que influenciam o ensino e a aprendizagem da matemática (Bicudo, 2012).

Para embasar a revisão bibliográfica, as atividades foram divididas em três etapas:

- **Planejamento:** esta etapa teve como objetivo a especificação das questões de pesquisa e definição das estratégias de busca na literatura;
- **Condução:** nesta etapa, ocorre a seleção e classificação dos trabalhos. Em seguida, os dados necessários para responder às questões de pesquisa são extraídos e sintetizados a partir dos trabalhos selecionados;
- **Publicação:** por fim, os resultados obtidos através da revisão bibliográfica são apresentados.

O objetivo principal desta revisão bibliográfica é identificar de que maneira o jogo Torre de Hanói é utilizado como recurso pedagógico no ensino de Matemática. Para isso, foram estabelecidas as seguintes questões de pesquisa:

- **QP1:** Qual o público-alvo dos estudos?
- **QP2:** Quais conteúdos matemáticos estão sendo trabalhados?
- **QP3:** Quais as metodologias de ensino estão sendo adotadas?
- **QP4:** Quais as habilidades do Pensamento Computacional estão sendo exploradas, mesmo implicitamente?

Para a busca de trabalhos, optamos por utilizar repositórios online abertos (bibliotecas digitais), considerando artigos em língua portuguesa publicados em eventos ou periódicos científicos nacionais entre janeiro de 2019 e junho de 2024, nas áreas de Educação Matemática e Informática na Educação. Foram consultadas bases de dados acadêmicas, como: Congresso Nacional de Educação⁴, Boletim de Educação Matemática (BOLEMA)⁵, Encontro Nacional de Educação Matemática⁶, Educação Matemática em Revista⁷, Revista

⁴ <https://editorarealize.com.br/publicacao/detalhes/19>

⁵ <https://www.scielo.br/j/bolema/>

⁶ <https://www.sbemrasil.org.br/sbemrasil/index.php/anais/enem>

⁷ <https://www.sbemrasil.org.br/periodicos/index.php/emr>

Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação⁸ e Biblioteca Digital da Sociedade Brasileira de Computação (SBC *OpenLib*)⁹. A chave de busca utilizada foi “Torre de Hanói”. O critério de inclusão restringiu-se a trabalhos que abordam a aplicação do jogo Torre de Hanói em sala de aula no ensino de Matemática na Educação Básica.

Após a etapa de planejamento, a busca nas bases de dados resultou em 9 trabalhos. A seleção dos trabalhos foi realizada por meio de uma análise do título e resumo, para avaliar se o trabalho explora o uso da Torre de Hanói no ensino de Matemática na Educação Básica, resultando em uma redução para 7 trabalhos. Os dois estudos excluídos apresentavam revisões da literatura. O Quadro 1 apresenta o detalhamento do quantitativo de trabalhos identificados e selecionados.

Quadro 1 - Resultado quantitativo de trabalhos identificados e selecionados.

Bases	Trabalhos identificados	Trabalhos selecionados
Congresso Nacional de Educação	1	1
Boletim de Educação Matemática (BOLEMA)	0	0
Encontro Nacional de Educação Matemática	0	0
Educação Matemática em Revista	2	2
Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação	1	1
Biblioteca Digital da Sociedade Brasileira de Computação	5	3
Total	9	7

Fonte: Autoria própria.

A etapa final consistiu na extração dos dados, realizada com base nas questões de pesquisa dos trabalhos selecionados listados na Tabela 1.

Tabela 1 - Trabalhos selecionados.

Id	Título
T01	Ensino de exponenciação com o uso da Torre de Hanói (Secafim, Correia e Silva, 2023)
T02	Utilizando a Torre de Hanói para promover momentos de dedução (Gusmão Filho, 2020)
T03	Funções Exponenciais e Lógica Recursiva com Torre de Hanói: Pensamento Computacional e Construcionismo (Azevedo e Araújo, 2024)
T04	O jogo Torre de Hanói como ferramenta mediadora no ensino de potências: um estudo com os alunos do 6º ano do Ensino Fundamental nível II (Ribeiro <i>et al.</i> , 2023)
T05	Desvendando o algoritmo iterativo do Jogo da Torre de Hanoi de forma lúdica nos primeiros anos escolares (Hsu, Martins e Freitas, 2024)
T06	Acessibilidade e Ludicidade no Ensino de Computação (Bonfanti <i>et al.</i> , 2020)
T07	Explorando o Potencial Educativo da Torre de Hanoi: Promovendo o Pensamento Computacional nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (Martins, Hsu e Freitas, 2024)

Fonte: Autoria própria.

⁸ <https://periodicorease.pro.br/rease>

⁹ <https://sol.sbc.org.br/>



Os trabalhos selecionados foram analisados considerando o contexto de aplicação, os conceitos matemáticos abordados, as habilidades do Pensamento Computacional desenvolvidas de forma implícita, e as metodologias utilizadas nos estudos. O objetivo foi identificar os conteúdos matemáticos explorados e como o Pensamento Computacional é ou pode ser abordado no contexto do ensino de Matemática com o uso da Torre de Hanói.

A seguir, é apresentada uma síntese qualitativa dos resultados encontrados a partir da sumarização dos dados.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Podemos observar que nos dois últimos anos registraram 71,43% das publicações dos trabalhos selecionados. Observa-se que essa evolução das publicações acerca do uso da Torre de Hanói no ensino de Matemática demonstra uma tendência crescente em integrar jogos e metodologias lúdicas ao currículo escolar. Na sequência, são apresentadas as questões de pesquisa que guiaram este estudo, juntamente com suas respectivas respostas.

QP1: Qual o público-alvo dos estudos?

A Tabela 2 mostra a distribuição dos trabalhos conforme os níveis de ensino dos estudos analisados. Nota-se que a maioria dos trabalhos utiliza a Torre de Hanói em turmas do Ensino Médio, correspondendo a 71,43% do total. Tanto o Ensino Fundamental anos iniciais quanto os anos finais aparecem com 1 trabalho cada, representando 14,28% cada um.

Tabela 2 - Distribuição dos trabalhos por nível de ensino.

Nível de ensino	Trabalhos
Infantil	-
Fundamental anos iniciais	T07
Fundamental anos finais	T04
Médio	T01, T02, T03, T05, T06

Fonte: Autoria própria.

QP2: Quais conteúdos matemáticos estão sendo trabalhados?

Com relação aos conteúdos matemáticos, observa-se que a Torre de Hanói permite explorar uma variedade de conteúdos matemáticos. Conforme mostra a Tabela 3, recursividade, raciocínio lógico, funções exponenciais e potenciação são mais comumente abordados nos trabalhos.

Tabela 3 - Conteúdos matemáticos abordados.

Id	Título
T01	Potenciação e funções exponenciais
T02	Recursividade, funções, progressões aritméticas e geométricas, conversão de unidades de tempo
T03	Funções exponenciais, recursividade
T04	Potenciação
T05	Recursividade, iteratividade, raciocínio lógico
T06	Raciocínio lógico
T07	Recursividade, iteratividade, raciocínio lógico

Fonte: Autoria própria.

QP3: Quais as metodologias de ensino estão sendo adotadas?

Todos os trabalhos selecionados incluem relatos de experiência, sendo que a maioria consiste em atividades desenvolvidas em sala de aula, com 6 estudos focados nessa abordagem e 1 em formato de curso. Ressaltamos que o trabalho realizado na modalidade de curso foi voltado para o Ensino Superior.

QP4: Quais as habilidades do Pensamento Computacional estão sendo exploradas, mesmo implicitamente?

O estímulo às habilidades do Pensamento Computacional é citado pela maioria dos trabalhos selecionados. Em apenas 2 trabalhos, o Pensamento Computacional não é citado expressamente, mas suas habilidades foram desenvolvidas implicitamente durante as atividades.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O jogo Torre de Hanói, amplamente reconhecido por seu desafio lógico, é frequentemente utilizado para avaliar habilidades cognitivas como memória de trabalho, planejamento e resolução de problemas. Este estudo explora a aplicação da Torre de Hanói no ensino de Matemática e no desenvolvimento do Pensamento Computacional. Os resultados deste estudo destacam a relevância do jogo Torre de Hanói como uma ferramenta eficaz para integrar a Matemática e o Pensamento Computacional no ambiente educacional. A pesquisa evidencia que a utilização da Torre de Hanói no âmbito educacional possibilita a exploração de uma ampla gama de conteúdos matemáticos, incluindo funções exponenciais, raciocínio lógico e algoritmos. Essa variedade torna o jogo um recurso para promover um aprendizado mais interativo e significativo, contribuindo para o desenvolvimento de competências essenciais em Matemática. Nota-se, ainda, que a maioria dos estudos que abordam a Torre de



Hanói no contexto educacional é voltada para turmas do Ensino Médio. Essa preferência se deve à complexidade dos conceitos matemáticos envolvidos, e a possibilidade de explorar a construção de algoritmos e o raciocínio lógico de forma mais eficaz nesse nível de ensino por meio de abordagens lúdicas. Contudo, sua aplicabilidade abrange uma variedade de conteúdos matemáticos, tornando-o uma ferramenta que pode ser adotada para o ensino de Matemática em diversas faixas etárias.

Além disso, o jogo fomenta habilidades cruciais, como a decomposição de problemas, o reconhecimento de padrões, a abstração e a formulação de algoritmos, que são fundamentais na resolução de problemas e constituem os pilares do Pensamento Computacional. O jogo da Torre de Hanói exige que o jogador transfira todos os discos de um pino para outro, seguindo regras específicas. Para resolver o problema, o jogador precisa:

- **Decompor** o problema em etapas menores, como transferir os discos de um pino para outro;
- **Reconhecer padrões** na solução, percebendo que a mesma estratégia pode ser aplicada a cada disco;
- **Abstrair** detalhes desnecessários, como a cor dos discos, e focamos apenas no tamanho e na ordem correta;
- **Desenvolver um algoritmo** para transferir os discos, seguindo as regras do jogo.

Por fim, este estudo sublinha a importância da integração de atividades lúdicas, como o jogo Torre de Hanói, no ensino de Matemática para criar um ambiente de aprendizagem mais dinâmico e envolvente, contribuindo significativamente para o desenvolvimento de competências cognitivas essenciais entre os alunos.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio do CNPq, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - Brasil, programa PIBIC/CNPq-UEPB.

REFERÊNCIAS

ALVES, C. J. **Os jogos no ensino de Matemática: um estudo qualitativo acerca da Torre de Hanói no Ensino Médio**. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso em Licenciatura em Matemática) – Universidade Estadual de Goiás. Porangatu, p. 33. 2023.



AZEVEDO, G. T.; ARAÚJO, U. F. Funções Exponenciais e Lógica Recursiva com Torre de Hanói: Pensamento Computacional e Construcionismo. **Educação Matemática em Revista**, v. 29, n. 84, p. 1-21, 2024.

BICUDO, M. A. V. A pesquisa em educação matemática: a prevalência da abordagem qualitativa. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 5, n. 2, 2012.

BONFANTI, R. *et al.* Acessibilidade e Ludicidade no Ensino de Computação. *In*: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO (SBIE), 31. , 2020, Online. **Anais [...]**. Porto Alegre: Sociedade Brasileira de Computação, 2020

BRACKMANN, C. P. **Desenvolvimento do Pensamento Computacional Através de Atividades desplugadas na Educação Básica**. 2017. Tese (Doutorado em Informática na Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

GUSMÃO FILHO, S. S. Utilizando a Torre de Hanói para promover momentos de dedução. **Educação Matemática em Revista**, v. 25, n. 66, p. 252-265, 2020.

GRANDO, R. C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. 2000. Tese (Doutorado) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP, Campinas, SP, 2000.

HSU, M.; MARTINS, L.; FREITAS, R. Desvendando o Algoritmo Iterativo do Jogo da Torre de Hanoi de Forma Lúdica nos Primeiros Anos Escolares. *In*: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE COMPUTAÇÃO NA EDUCAÇÃO BÁSICA (SBC-EB), 1. , 2024, Porto Alegre/RS. **Anais [...]**. Porto Alegre: Sociedade Brasileira de Computação, 2024.

MARTINS, L.; HSU, M. H.; FREITAS, R. Explorando o Potencial Educativo da Torre de Hanoi: Promovendo o Pensamento Computacional nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. *In*: WORKSHOP SOBRE EDUCAÇÃO EM COMPUTAÇÃO, 32., 2024, Brasília. **Anais [...]**. Porto Alegre. Sociedade Brasileira de Computação, 2024.

MENDES, I. *et al.* A importância do uso da ludicidade: os jogos no processo de ensino e aprendizagem da Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação**, [S. l.], v. 9, n. 5, p. 2728–2747, 2023.



RIBEIRO, C. A. *et al.* O jogo Torre de Hanói como ferramenta mediadora no ensino de potências: um estudo com os alunos do 6º ano do Ensino Fundamental Nível II. **Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação**, v. 9, n. 5, p. 2710–2710, 2023.

RODRIGUES, G. S. **Uma proposta de aplicação de jogos matemáticos no Ensino Básico**. Dissertação (Mestrado) - Universidade de Brasília, Brasília, 2018.

SANTOS, R. A. B. *et al.* A utilização de jogos como ferramenta auxiliar no ensino da Matemática. **Revista Educação Pública**, v. 21, n. 42, p. 1 – 6, 2021.

SECAFIM, M. F.; CORREIA, K. P. F.; SILVA, K. I. D. S. Ensino de exponenciação com o uso da Torre de Hanói. *In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO*, 09., 2024, João Pessoa. **Anais [...]**. Campina Grande. Realize Editora, 2023.

SILVA, L. M.; SANTOS, C. M. F.; CAVALCANTE, F. B. Torre de Hanói como recurso didático no ensino das equações exponenciais. **Anais da XVI Mostra Nacional de Iniciação Científica e Tecnológica Interdisciplinar (MICTI)**, v.1, n. 16, 2023.

SOUZA, P. S. S.; CORREIA, V. C. P.; SILVA, A. J. N. A ludicidade e o ensino de Matemática: um relato de experiência vivenciado em uma turma do “Programa Brasil na Escola”. **Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação**, v. 9, n. 3, p. 1627–1636, 2023.