

## ELABORAÇÃO DE DIAGRAMAS COMO AUXÍLIO NA APRENDIZAGEM DO CÁLCULO

Thiago dos Santos Cardoso<sup>1</sup>  
Kezia da Cruz Barros<sup>2</sup>  
Manoel Jeremias dos Santos<sup>3</sup>

### RESUMO

No ensino de Matemática, os diagramas e figuras desempenham um papel crucial, facilitando a visualização e a compreensão de conceitos complexos em diversos níveis da disciplina. No contexto do Cálculo Diferencial e Integral, os diagramas são especialmente úteis para ilustrar conceitos como função limitada, reta tangente ao gráfico de uma função, definição de integral definida, entre outros. Este trabalho propõe o uso de diagramas e representações gráficas como uma estratégia pedagógica ativa, visando promover uma aprendizagem mais profunda e autônoma. Por meio de um minicurso, busca-se capacitar os discentes a elaborar e interpretar essas representações, consolidando o entendimento dos conceitos e favorecendo uma maior independência ao explorar novos conteúdos matemáticos. Fundamentada em uma abordagem multissemiótica, a proposta baseia-se em autores como Godino e Batanero (2003) e Lemke (2003), que defendem a integração de diferentes formas de representação no ensino da Matemática. Espera-se que a atividade contribua para o aprimoramento da formação inicial dos professores de Matemática e futuros pesquisadores.

**Palavras-chave:** Diagramas, Cálculo Diferencial e Integral, Ensino de Matemática, Formação de Professores, Representações Gráficas.

---

<sup>1</sup> Graduando do curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Federal do Pará (UFPA) – Campus Universitário de Abaetetuba, [thiago.santos.cardoso@abaetetuba.ufpa.br](mailto:thiago.santos.cardoso@abaetetuba.ufpa.br);

<sup>2</sup> Graduanda do curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Federal do Pará (UFPA) – Campus Universitário de Abaetetuba, [kezia.barros@abaetetuba.ufpa.br](mailto:kezia.barros@abaetetuba.ufpa.br);

<sup>3</sup> Professor orientador: Doutor, Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia - UFPA, Campus Universitário de Abaetetuba, [jeremias@ufpa.br](mailto:jeremias@ufpa.br);

## INTRODUÇÃO

O Cálculo Diferencial e Integral constitui uma das disciplinas mais desafiadoras nos cursos de graduação em Matemática, sendo essencial para várias áreas do conhecimento, como Física, Engenharia e Economia. No entanto, muitos alunos encontram dificuldades na compreensão dos conceitos abstratos inerentes ao Cálculo, como limites, derivadas e integrais, o que pode prejudicar seu desempenho acadêmico. Neste contexto, o uso de diagramas e figuras pode atuar como uma poderosa ferramenta didática, facilitando a visualização e compreensão desses conceitos. Estudos indicam que representações visuais não apenas auxiliam na apreensão imediata dos conteúdos, mas também promovem uma aprendizagem de longo prazo, permitindo que os alunos criem conexões mais profundas entre os diferentes tópicos da disciplina.

Os diagramas, além de sua função representacional, podem ser utilizados para ilustrar diferentes abordagens e métodos de resolução de problemas. Ao longo de um curso de Cálculo, os estudantes muitas vezes se deparam com dificuldades em associar definições teóricas a aplicações práticas, e é nesse ponto que as representações gráficas desempenham um papel fundamental. A visualização de uma função e de sua derivada, por exemplo, pode ajudar a esclarecer o comportamento da função em diferentes intervalos e a entender melhor o conceito de taxa de variação. Este tipo de abordagem complementa a linguagem simbólica tradicional, oferecendo aos alunos uma maneira alternativa de internalizar os conceitos.

A proposta deste trabalho é inserir a construção de diagramas no ensino do Cálculo, de modo que os discentes possam não apenas visualizar conceitos, mas também criar suas próprias representações gráficas. Isso é especialmente relevante em tópicos como a definição de limite, que muitas vezes são abordados de forma abstrata, mas podem ser melhor compreendidos com o auxílio de representações visuais. Além disso, ao incentivar a construção autônoma de diagramas, buscamos desenvolver a capacidade dos alunos de utilizar essas ferramentas em outros contextos matemáticos e científicos.

## METODOLOGIA

A metodologia deste estudo consistiu na realização de um minicurso voltado para estudantes de Matemática, com o objetivo de introduzir e explorar o uso de diagramas no ensino de Cálculo Diferencial e Integral. O minicurso foi dividido em três etapas principais:

1. **Introdução Teórica:** Foram apresentados os conceitos fundamentais do Cálculo Diferencial e Integral, destacando como os diagramas e figuras podem ser usados para visualizar conceitos como limites, derivadas e integrais. Também foram discutidos exemplos de uso de diagramas em livros didáticos e artigos científicos.
2. **Atividades Práticas:** Os alunos foram desafiados a construir diagramas representando conceitos matemáticos específicos, como a reta tangente ao gráfico de uma função e o conceito de área sob uma curva (integral definida). Essas atividades foram realizadas com o auxílio de ferramentas de software, como GeoGebra, e de forma manual, para estimular diferentes habilidades cognitivas.
3. **Discussão e Análise:** Após a criação dos diagramas, os alunos participaram de sessões de discussão em grupo, onde compartilharam suas representações e refletiram sobre a eficácia dos diagramas na compreensão dos conceitos. Foi dada ênfase à importância da clareza e precisão nas representações gráficas.
4. **Avaliação:** Ao final do minicurso, os participantes responderam a um questionário avaliativo e foram entrevistados para verificar o impacto da atividade na compreensão dos conceitos de Cálculo e na sua capacidade de aprender de forma autônoma.

Além disso, a presente investigação visa mostrar uma matemática que também pode ser compreendida por definição e não só pela mecânica de decorar passos pré-definidos para resolver questões, mas descobrir o significado de cada elemento introduzido como é ressaltado por Lemke (2003) no seu trabalho sobre “Matemática no meio: Medidas, imagens, gestos, sinais e linguagens”. Desta forma, este estudo procurará responder às seguintes questões:

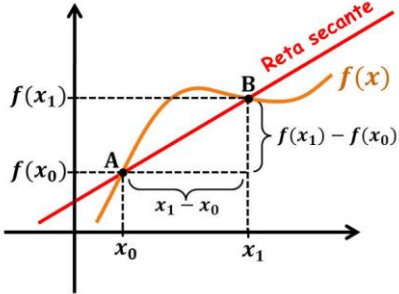
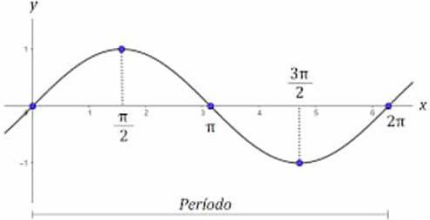
- a) Que papel têm os diagramas para melhorar a compreensão dos conceitos da disciplina de cálculo?
- b) Quais dificuldades são notadas durante esse processo?
- c) Que impacto esses conceitos terão no entendimento sobre esta matéria?

Os participantes deste projeto eram alunos de um curso superior em Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Pará que já haviam cursado disciplinas

envolvendo Cálculo diferencial e integral. Dado que o objetivo do estudo era para explorar de que forma os diagramas e figuras de a representação gráfica de funções de uma variável real eram interpretadas por esses estudantes. Logo foi implementado um minicurso com 2h de duração dividindo entre explicar cada conceito dando descrições precisar de suas definições, como por exemplo, à medida que explicamos que a derivada é uma variação, mostramos na forma gráfica sua demonstração aplicada a uma função exemplo.

**Tabela 1:** Caracterização dos conceitos

INTRODUÇÃO TEÓRICA	ATIVIDADES	INTERPRETAÇÃO DAS FIGURAS	AVALIAÇÃO E ANALISE
Função limitada	Apresentação dos diagramas para identificar limitação	Bom com moderada dificuldade	Melhor interpretação das figuras
Reta tangente passando por uma função	Diagrama das características de uma reta tangente	Bom com baixa dificuldade	Melhor compreensão do conceito
Derivada de uma função	Diagrama definição de derivada	Mediano com alta dificuldade	Melhor compreensão gráfica
Primitiva de uma função	Diagrama definição de integral	Baixo com muitas dúvidas	Melhor compreensão gráfica
Integral por partes.	Diagrama definição do intervalo numa integral	Baixo com muitas dúvidas.	Melhor compreensão gráfica

<p><b>1. Tarefa:</b></p> <p><b>Definição da Reta Tangente ao gráfico:</b> a derivada de uma função <math>f</math> em um ponto <math>a</math> fornece o coeficiente angular (<b>inclinação</b>) da reta tangente ao gráfico de <math>f</math> no <b>ponto <math>(a, f(a))</math></b>.</p>	
<p><b>2. Tarefa:</b></p> <p><b>Função limitada:</b> Análise da função <math>f(x) = \text{sen}(x)</math> e identificação de gráficos limitados superiormente e inferiormente.</p>	

Esta pesquisa aborda a questão de qual técnica de raciocínio matemático podemos empregar para que o aluno entenda e interprete conceitos que não são apenas memorizados para uma prova. Assim como no exemplo anterior, utilizamos o conceito de derivada para explicar cada característica e ponto no eixo  $x$  e  $y$ , bem como as funções em evidência. Posteriormente, avaliamos o progresso dos alunos para identificar graficamente cada característica antes mesmo de ver a resposta, permitindo que eles mesmos identifiquem cada característica antes de nós.

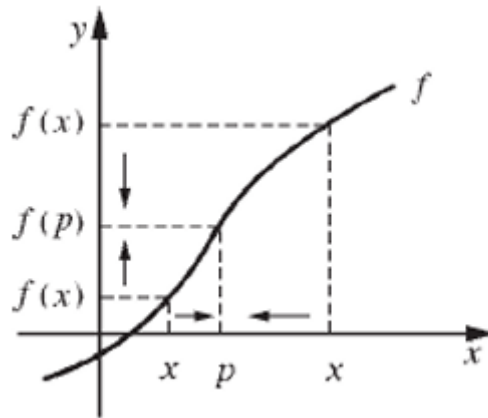
Após esta atividade, faremos a implementação de um formulário que foi mais uma conversa informal para verificar se cada participante entendeu, questionando as representações gráficas e o entendimento de algumas simbologias em textos e questões. Finalmente, todas as incertezas eram dissipadas e as experiências obtidas com as respostas dos estudantes, fossem elas corretas ou incorretas, eram reunidas e utilizadas como referência. Com a ajuda de diagramas, conseguimos identificar cirurgicamente a origem do problema.

Inicialmente, a metodologia adotada foi a realização de um minicurso com foco na integração de diagramas e figuras no processo de ensino e aprendizagem, onde apresentamos aos alunos o conceito de função contínua relacionada com o conceito de limite, baseada no livro um curso de cálculo de Guidorizzi (2013, p. 73), definido da seguinte maneira: “**Observação 1:** suponhamos  $f$  definida em  $p$ . Comparando as definições de limite e continuidade, resulta:  $f$  continua em  $p \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow p} f(x) = f(p)$ ”.

De acordo com essa definição foi realizado o detalhamento do conceito e a visualização

por meio do diagrama. A figura a seguir foi apresentada como auxiliadora no entendimento da definição supracitada.

Figura 1 – Diagrama do conceito de *f* definida em *p*.



Fonte: Guidorizzi (2013, p. 73)

Com a ilustração do digrama (figura 1), realizamos as observações relacionando com o conceito, Guidorizzi comenta que a função  $f$  é contínua, pois não apresenta “salto” em  $p$ , ou seja, a função é contínua em todo  $p$  do seu domínio, e de fato, apresentamos isso aos alunos, evidenciando que a “linha” da função não possui cortes em seu prolongamento, observando que a visualização do diagrama facilitou o entendimento do conceito. Além disso, explicamos a expressão  $\lim_{x \rightarrow p} f(x) = f(p)$ , a qual diz que o limite de  $f(x)$  quando  $x$  tende a  $p$ , é igual a  $f(p)$ , a grosso modo explicamos que a medida que  $x$  se aproxima de  $p$ , ocorre simultaneamente com os valores de  $f(x)$  que se aproximam cada vez mais de  $f(p)$  (termos contidos no eixo  $y$ ), vale ressaltar que as setas representam essa aproximação tanto pela direita quanto pela esquerda, e com a elaboração do diagrama como facilitador para compreensão do conceito.

No segundo momento os participantes receberam tarefas para criar diagramas e figuras que representem conceitos específicos, como a definição de limite previamente apresentada para eles e a reta tangente ao gráfico de uma função. Após isso, abrimos sessões de discussão para analisar as figuras criadas, avaliar sua eficácia e discutir como essas representações auxiliam na compreensão dos conceitos matemáticos. Fizemos também, aplicação de questionários e realização de entrevistas com os participantes para avaliar o impacto da atividade na melhoria da compreensão dos conceitos e na independência do estudo.

A metodologia aplicada demonstrou que o uso de diagramas e figuras pode ser um recurso valioso na integração de conceitos matemáticos complexos, como a função contínua e o conceito de limite, na qual os conceitos foram explicados, os diagramas

foram elaborados e observados pelos alunos, sendo possível esclarecer pontos que causam dúvidas ao longo do conteúdo da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. E assim destaca-se que os diagramas obtiveram um papel fundamental como facilitador da compreensão ao relacionar teoria e prática, evidenciando a importância da representação gráfica na aprendizagem. Dessa forma, observa-se que com a realização de questionários e discussões a respeito do assunto, se tornam eficazes na educação matemática, promovendo um entendimento mais profundo dos temas.

## REFERENCIAL TEÓRICO

Este trabalho está fundamentado em abordagens que defendem o uso de múltiplas formas de representação no ensino de Matemática. De acordo com Lemke (2003), o aprendizado de disciplinas científicas, como a Matemática, envolve a integração de diferentes sistemas semióticos, incluindo a linguagem, símbolos matemáticos e representações visuais. Godino e Batanero (2003) destacam que, ao utilizar diagramas, o aluno não apenas reproduz visualmente um conceito, mas também o reconstrói cognitivamente, criando novas formas de entendimento.

Outro autor relevante é Duval (2006), que discute a importância da conversão entre diferentes registros de representação semiótica (algébrico, gráfico, numérico, etc.) no desenvolvimento do pensamento matemático. Segundo ele, a habilidade de alternar entre esses registros é fundamental para a compreensão profunda dos conceitos matemáticos, o que corrobora a proposta deste trabalho.

Vygotsky (1987), em sua teoria do desenvolvimento cognitivo, reforça a importância da mediação semiótica no aprendizado, destacando o papel central dos signos e símbolos na formação do pensamento humano. Ao aplicar essa teoria ao contexto do ensino de Matemática, podemos observar que a utilização de representações visuais, como diagramas, não só facilita a compreensão de conceitos abstratos, mas também promove o desenvolvimento do pensamento crítico e analítico. O uso de diagramas permite que os alunos interajam com o conhecimento de forma mais concreta, aproximando o aprendizado da experiência prática.



## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados obtidos com a realização do minicurso indicaram uma melhora significativa na compreensão dos conceitos de Cálculo Diferencial e Integral pelos participantes. A utilização de diagramas como recurso pedagógico permitiu aos alunos visualizar de forma clara conceitos abstratos, como o comportamento de uma função em torno de um ponto de tangência ou a área sob uma curva. O uso das ferramentas de software também facilitou a construção precisa dessas representações, tornando o processo mais acessível.

Além disso, foi observado que os alunos demonstraram maior autonomia na criação de diagramas, o que resultou em uma maior independência no estudo de novos tópicos. Esse aspecto é particularmente relevante na formação inicial de professores, que poderão replicar essa prática em suas futuras salas de aula, enriquecendo a abordagem pedagógica e incentivando o uso de recursos visuais no ensino da Matemática.

Outro ponto a ser destacado é o impacto positivo que a criação de diagramas teve no desenvolvimento de habilidades metacognitivas. Ao elaborar suas próprias representações, os alunos foram desafiados a refletir sobre suas estratégias de resolução de problemas e a reavaliar suas compreensões iniciais. Essa prática estimulou uma abordagem mais crítica e reflexiva ao estudo da Matemática, promovendo uma aprendizagem mais ativa e profunda. Assim, o uso de diagramas não apenas facilita a compreensão imediata dos conceitos, mas também contribui para o desenvolvimento de habilidades cognitivas mais amplas, como a capacidade de analisar, criticar e melhorar as próprias estratégias de aprendizagem. A autonomia promovida por essa prática é especialmente relevante na formação de futuros professores, pois eles estarão mais preparados para fomentar o pensamento crítico em seus próprios alunos, utilizando uma variedade de ferramentas pedagógicas.

Além da compreensão dos conceitos abordados no Cálculo Diferencial e Integral, o minicurso também ajudou os participantes a aprimorar sua capacidade de comunicação matemática. A criação e a interpretação de diagramas exigem clareza de pensamento e a habilidade de expressar ideias matemáticas de forma visual, o que, por sua vez, facilita o compartilhamento de conceitos complexos com outras pessoas. Esse aspecto é particularmente importante para futuros professores e pesquisadores, que precisarão não apenas dominar os conceitos, mas também ensiná-los de maneira eficaz.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A proposta de integrar diagramas e figuras no ensino de Cálculo Diferencial e Integral mostrou-se eficaz ao proporcionar aos alunos uma ferramenta visual poderosa para a compreensão de conceitos matemáticos abstratos. A experiência do minicurso revelou que a criação e o uso de diagramas não só aprimoram o entendimento imediato dos tópicos discutidos, como também promovem uma aprendizagem mais autônoma e duradoura. Ao permitir que os alunos desenvolvam suas próprias representações gráficas, foi possível incentivar uma maior independência no estudo, o que é essencial para o sucesso acadêmico em disciplinas de alto nível de abstração.

Além disso, o uso de representações visuais como ferramenta pedagógica possibilitou um novo olhar sobre a maneira como os conteúdos de Cálculo podem ser abordados em sala de aula. Ao inserir os diagramas como parte integrante do processo de ensino, os professores têm a oportunidade de diversificar suas metodologias e atender a diferentes estilos de aprendizagem, criando um ambiente mais inclusivo e dinâmico. Essa prática pode contribuir significativamente para a melhoria do ensino de Matemática, especialmente no que se refere à preparação de futuros educadores.

Por fim, reforça-se a importância de continuar explorando novas metodologias que envolvam o uso de recursos visuais no ensino da Matemática. A implementação de práticas pedagógicas que combinem diferentes registros de representação pode transformar a forma como os conceitos são ensinados e compreendidos, tornando o aprendizado mais acessível e significativo para todos os alunos. Assim, este estudo contribui para o debate sobre o uso de diagramas como uma estratégia eficaz no ensino de Matemática, e espera-se que sirva como um ponto de partida para futuras pesquisas e inovações pedagógicas nessa área.

## REFERÊNCIAS

DUVAL, R. "A representação semiótica e o ensino da matemática." In *As Representações Semióticas e o Ensino da Matemática* (pp. 19-40). Editora Matemática. 2006

GODINO, J. D.; BATANERO, C. Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Grenoble, v. 14, n. 3, p. 325-355, 2003.

LEMKE, J. L. Teaching all the languages of science: words, symbols, images, and actions. [S. l.]: [s. n.], 2003.

VIGOTSKI, L. S. *Pensamento e Linguagem*. 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2008 (1934)