

## O USO DE MATERIAL MANIPULATIVO NA GEOMETRIA ESPACIAL: ELABORAÇÃO DE UMA PROPOSTA DIDÁTICA

Manuella Moraes Ventura <sup>1</sup>  
Murilo dos Santos da Silva <sup>2</sup>  
Felipe Rosso Novelli <sup>3</sup>  
Leonardo Lupim Euzébio <sup>4</sup>  
Margarete Farias Medeiros <sup>5</sup>

### RESUMO

Este trabalho tem como foco descrever a elaboração de uma proposta didática, realizada na disciplina de Geometria Espacial do curso de Licenciatura em Matemática no Instituto Federal Catarinense Campus Sombrio. Tal elaboração foi considerada uma das Práticas como Componente Curricular (PCC). Através desse planejamento detalhado da proposta didática, os acadêmicos do curso foram orientados a desenvolverem suas habilidades criativas, e dessa forma aplicarem o conhecimento teórico trabalhado no curso. Buscando-se neste viés, viabilizar e priorizar a transposição didática em sala de aula. A atividade realizada teve como objetivo trazer teorias da inscrição e da circunscrição de objetos, relacionando-as aos objetos concretos com situações problemas que envolviam cálculos de área e de volume. Para representar esses conceitos matemáticos, criou-se o objeto físico: um cilindro de inox inscrito em um paralelepípedo de mármore, e dele retirou-se informações, tais como medidas: das alturas e da área da base, para realizar os cálculos de volumes. Durante o artigo, descreve-se conceitos e realiza-se o ensaio prático que representa a teoria, mostrando-se formas de calcular tais medidas. Discute-se como objetos concretos, físicos e manipuláveis têm potencial para oportunizar aos alunos a visualização de forma análoga os conceitos e suas representações geométricas e, a partir deles, criar esquemas para resolução de problemas. Por fim, foi desenvolvida uma questão com as medidas retiradas do objeto criado e descrita a sua respectiva resolução.

**Palavras-chave:** Geometria espacial, Material manipulativo, Didática.

### INTRODUÇÃO

Atualmente, a necessidade dos professores de atrair a atenção dos alunos nas escolas tem se tornado algo inquestionável. Diante disso, é indispensável que os atuais docentes saiam de suas zonas de conforto. Essa ação pode ser efetivada com a oferta de

---

<sup>1</sup> Graduanda do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Catarinense – Campus Sombrio - SC, [manumoraesmath@gmail.com](mailto:manumoraesmath@gmail.com);

<sup>2</sup> Graduando do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Catarinense – Campus Sombrio - SC, [muriloifcmatematica@gmail.com](mailto:muriloifcmatematica@gmail.com);

<sup>3</sup> Graduando do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Catarinense – Campus Sombrio - SC, [engfelipenovelli@gmail.com](mailto:engfelipenovelli@gmail.com);

<sup>4</sup> Graduando do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Catarinense – Campus Sombrio - SC, [leonardoeuzebio15@gmail.com](mailto:leonardoeuzebio15@gmail.com);

<sup>5</sup> Professora Orientadora; Doutora em Informática na Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul – (UFRGS), [margarete.medeiros@ifc.edu.br](mailto:margarete.medeiros@ifc.edu.br)

aulas diferenciadas. Como uma opção em sala de aula, pode-se pensar em utilizar recursos que busquem realizar reflexões em alunos.

Para a construção do conhecimento, um dos recursos pedagógicos com tal finalidade é o uso de material manipulativo que segundo Lorenzato (2012, p. 12) “recebe o nome de Material Didático (MD)”. Além disso, esse meio valoriza a boa transposição didática.

Smole e Diniz (2012, p. 12) classificam os materiais concretos como “representações, materialização de ideias e propriedades matemáticas”. Já Lorenzato (2012, p. 18) os descreve como “qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem”.

O fato de utilizar material manipulativo nas aulas de matemática é necessário, pois os conceitos matemáticos são teóricos, e trazer a representação física de determinadas propriedades geométricas, por exemplo, facilita a compreensão, construindo associações às propriedades existentes.

Na pesquisa de Barbosa e Ribeiro (2022), mostrou-se fundamental a utilização de materiais manipulativos nas escolas, ou seja, com a oferta de uma atividade atraente e motivadora, que melhora a concentração, o interesse e socialização dos alunos, onde resulta em uma boa assimilação do conteúdo. Ao manipular o objeto concreto o estudante poderá, a partir das ações sobre o objeto, criar significados para elas e por consequência construir conhecimento matemático. É o que afirma Smole (1996, Apud Smole e Diniz, 2012, p. 13) apoiado em Carraher (1988):

(...) acreditamos que os materiais didáticos podem ser úteis se provocarem reflexão por parte das crianças de modo que elas possam criar significados para ações que realizam com elas. Como afirma Carraher (1988), não é o uso específico do material com os alunos o mais importante para a construção do conhecimento matemático, mas a junção entre o significado que a situação na qual ele aparece tem para a criança, as suas ações sobre o material e as reflexões que faz sobre tais ações.

Acredita-se ser apropriado que os professores do ensino fundamental e do ensino médio, modifiquem suas práticas pedagógicas dentro da sala de aula, uma das formas dessas inovações, pode ser por meio de materiais físicos manipulativos. Nesse sentido, esse artigo tem como objetivo relatar a experiência da atividade realizada na disciplina de geometria espacial no segundo semestre do ano de 2023, essa disciplina foi lecionada no Instituto Federal Catarinense - Campus Sombrio localizado no estado de Santa Catarina.

Para realizar essa atividade, foi solicitado que a turma, composta de 14 alunos presente na aula, formassem duplas. E cada dupla deveria criar e/ou trazer um objeto

físico envolvendo conceitos estudados. O tema escolhido foi inscrição e circunscrição com dois sólidos geométricos, assim o relato de experiência trata-se desse tema.

Inclusive Smole e Diniz (2012 p. 20) escrevem que:

“O ensino de matemática no qual os alunos aprendem pela construção de significados pode ter como aliado o recurso aos materiais manipulativos, desde que as atividades propostas permitam a reflexão por meio de boas perguntas e pelo registro escrito das aprendizagens”.

Esta escrita teve como objetivo trazer teorias da inscrição e da circunscrição de objetos, relacionando-as os objetos concretos com situações problemas que envolviam cálculos de área e de volume. Para representar esses conceitos matemáticos, criou-se o objeto físico: um cilindro de inox inscrito em um paralelepípedo de mármore, e dele retirou-se informações, tais como medidas: das alturas e da área da base, para realizar os cálculos de volumes.

Então, conforme detalha-se a seguir, na metodologia, elaborou-se um planejamento buscando atingir tais objetivos:

## **METODOLOGIA**

Se utilizando dos conhecimentos matemáticos indicados no referencial teórico deste artigo, o objeto físico foi desenvolvido para satisfazer a PCC solicitada pelo professor da disciplina de Geometria Espacial. Além disso, ele fez o requerimento de uma gravação em formato de vídeo com o objetivo de mostrar os dois sólidos geométricos separados (figura 02) e, por fim, a representação de um cilindro inscrito no paralelepípedo (figura 06).

Destaca-se que a construção física é uma representação aproximada do conceito de circunscrição e inscrição de sólidos geométricos. No caso desta proposta é levar o estudante a visualizar uma construção concreta parecida com o objeto de estudo geométrico, porque a construção apresentada na figura 01 e 02 possui erros de medidas, os quais não estão sendo considerados no momento.

Figura 01 – Vista superior dos respectivos objetos: paralelepípedo de base quadrada e do cilindro.



Fonte: A Autora.

Figura 02 – Vista superior dos objetos físicos com a base superior da representação do paralelepípedo sem a base superior.



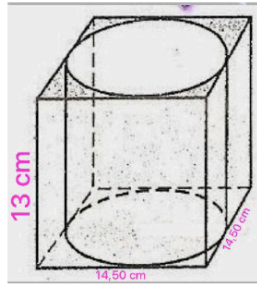
Fonte: A Autora.

A partir da questão – ilustrada na figura 04 – buscou-se com os materiais físicos uma representação aproximada de um paralelepípedo retângulo de base quadrada, de mármore, não maciço e uma lata de cola plástica de formato cilíndrico, como forma de representar o cilindro. Como pode ser observado na figura 02, que retrata a vista superior dos materiais. E, que pode se utilizar do objeto físico elaborado para fazer ilustração prática da problemática

Figura 04 – Questão elaborada a partir das medidas reais do material físico desenvolvido.

### QUESTÃO

Um cilindro circular reto está inscrito em um paralelepípedo retângulo de base quadrada, como mostra a figura abaixo:



Mariete tem um porta-cola plástica de granito, no formato de um paralelepípedo retângulo. Sabe-se que o granito possui 2 cm de espessura de cada lado (direito, esquerdo, em cima, embaixo) que já estão incluídos nas medidas da figura acima. Dessa forma, calcule o volume total de uma lata cilíndrica capaz de caber dentro do porta-cola plástica. OBS: utilize 3,14 para  $\pi$ .

Fonte: A Autora.

Como é observado na figura acima, a dimensão de altura do paralelepípedo é 13 centímetros, e a área da base é um quadrado com as arestas que medem 14,50 centímetros. Neste caso, a questão traz a ideia de solicitar ao estudante para fazer contas envolvendo, por exemplo, subtrair os 2 centímetros da espessura da base superior e da base inferior do mármore dos 13 centímetros de altura do paralelepípedo. Com isso, teríamos a altura do cilindro “ $13 - (2 \times 2)$ ” que trataríamos como resposta 9 centímetros.

Segue a teoria que embasa a questão elaborada e, conseqüentemente, este artigo:

## REFERENCIAL TEÓRICO

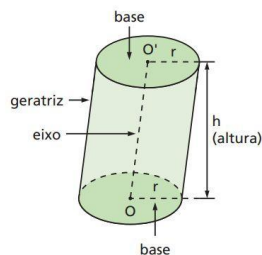
Esta seção trará alguns conceitos como os conceitos de cilindro, paralelepípedo e, por fim, do cilindro inscrito no paralelepípedo.

### CILINDRO

O cilindro é um sólido geométrico alongado e arredondado que possui o mesmo diâmetro ao longo de todo o comprimento, que apresenta duas bases congruentes situadas em dois planos paralelos (Gouveia, [s.d]).

Conforme a figura 01, também possui geratrizes que são os segmentos com uma extremidade em um ponto da circunferência de centro  $O$  e raio  $r$  e a outra no ponto correspondente da circunferência de centro  $O'$  e raio  $r$ , em que  $r$  é o raio da base (Dolce e Pompeo, 2013, p. 210).

Figura 04 - Elementos do cilindro.



Fonte: Dolce e Pompeo, 2013, p. 210.

Para calcular a área da base, se utiliza a seguinte equação 1:

$$Ab = \pi \cdot r^2 \quad (1)$$

Onde: área da base é igual a  $\pi$  (3,14) vezes o raio ao quadrado.

Ainda, o volume de um cilindro circular qualquer pode ser obtido pela multiplicação da área da base por sua altura (COSTA et al., 2012, p. 169), logo temos que o volume (V) é igual a área da base (Ab) vezes a altura (h) equação 2 e 3:

$$V = Ab \cdot h \quad (2) \text{ ou, substituindo, } V = \pi \cdot r^2 \cdot h \quad (3)$$

## PARALELEPÍPEDO

O paralelepípedo é um prisma cujas bases são paralelogramos. A superfície total de um paralelepípedo é a reunião de seis paralelogramos (Dolce e Pompeo, 2013, p. 139). Complementando, ele é um prisma quadrangular com base de paralelogramo. O paralelepípedo contém 6 faces, 8 vértices e 12 arestas, podendo ser reto ou oblíquo, logo ele apresenta três dimensões (altura, largura e comprimento).

Segue as fórmulas de área do paralelepípedo, onde a, b e c são as arestas do paralelogramo:

Área da base: calculada pela aresta a vezes aresta b (Equação 4).

$$Ab = a \cdot b \quad (4)$$

O volume do paralelepípedo é o cálculo da área da base vezes a altura do mesmo, que é descrito na seguinte equação 5:

$$V = Ab \cdot c \quad (5)$$

Segue os resultados e discussões a respeito da questão criada pela autora:

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Uma das maneiras de se alcançar alguns objetivos específicos como “fazer o aluno pensar produtivamente”, seria trabalhar com situações-problema, isto é, apresentar aos alunos problemas que o envolvam, o desafiem e o motivem a querer resolvê-los (DANTE, 2005, p. 11). “Isso significa que as atividades devem conter boas perguntas, ou seja, que constituam boas situações-problema que permitam ao aluno ter seu olhar orientado para os objetivos a que o material se propõe.” (SMOLE E DINIZ, 2012, p. 14).

Conectado a isso, pensou-se em um problema do tipo: exercícios de reconhecimento. Esses que segundo Dias (2022, p. 4 Apud Dante 2005) “têm a finalidade de fazer com que o aluno reconheça, identifique ou lembre um conceito, um fato específico, uma definição, uma propriedade, dentre outros”.

Da experiência junto a alunos nas aulas de matemática e dos estudos teóricos desenvolvidos, um caminho bastante interessante é o de aliar o uso desses materiais à perspectiva metodológica da resolução de problemas.

Com base em Polya (1887, p.4):

“O aluno precisa compreender o problema, mas não só isto: deve também desejar resolvê-lo. Se lhe faltar compreensão e interesse, isto nem sempre será culpa sua. O problema deve ser bem escolhido, nem muito difícil nem muito fácil, natural e interessante, e um certo tempo deve ser dedicado à sua apresentação natural e interessante.”

Há uma observação na construção dessa questão visto que foi levado em conta a largura do mármore, que ficou 2 cm em cima e 2 cm em baixo, se considerado o cilindro. Porém, ainda nesse sentido, poderia criar-se uma questão envolvendo a área interna desse paralelepípedo, e, nesse caso, não seria considerado a largura, logo, seria fielmente a representação de um cilindro inscrito em uma paralelepípedo.

Figura 05 – Representação final de uma lata cilíndrica inscrita em um paralelepípedo.



Fonte: A Autora.

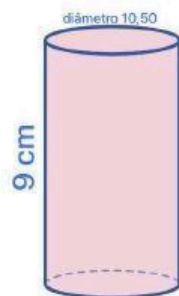
Mendes (2008) nos traz a ideia que a metodologia da resolução de problemas visa à reflexão de questões favorecendo as habilidades intelectuais, e o desenvolvimento das mesmas. Ainda nessa perspectiva, (DIAS, 2022, pg. 5) acrescenta que: “Assim, esta metodologia concede ao aluno a oportunidade de se desenvolver de forma autônoma, revelando, desse modo, o seu potencial cognitivo”. A resolução da questão criada no PCC está descrita na figura 06, e se utiliza da fórmula que calcula o volume do cilindro expressa na introdução deste artigo.

Figura 06 – Resolução da questão desenvolvida pela autora a partir do material físico elaborado.

**RESOLUÇÃO**

Para calcular as medidas do cilindro basta diminuir os 2 cm referente a espessura do granito de cada lado, ou seja o total seria 4 cm.  
 A altura real do cilindro é calculada através dos 13 cm de altura do paralelepípedo, subtraindo 4 cm de espessura do granito, então temos como total 9 cm.  
 E o diâmetro do cilindro é dado partindo do comprimento do paralelepípedo (ou largura, já que a base é quadrada) que é 14,50 cm menos os 4 cm resultando em 10,50 cm.  
 O raio é a metade do diâmetro, logo é 5,25 cm.

Portanto, tem-se como medidas:



Dessa forma, basta fazer o cálculo do volume do cilindro, que é o que a questão está pedindo:

$$V = Ab \cdot h$$

$$V = \pi r^2 \cdot h$$

$$V = 3,14 \cdot 27,55 \cdot 9$$

$$V = 778,55 \text{ cm cúbicos}$$

Logo, o volume final é de aproximadamente 778 cm cúbicos.

Fonte: A Autora.

A resolução da questão foi desenvolvida pela autora, e as medidas encontradas através do cálculo, onde chega ao resultado que o diâmetro do cilindro mede 10.50 centímetros e a altura mede 9 centímetros são números exatamente fiéis às medidas da representação do cilindro físico em forma de uma lata. Portanto, tal questão elaborada a



partir das medidas do objeto físico está coerente. Logo, chegamos às conclusões da experiência dessa atividade realizada:

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

O relato de experiência abordou a execução de uma proposta didática, que desde o início do planejamento já foi um aprendizado. Por meio dele foi possível colocar em prática teorias como a metodologias de materiais manipulativos e resolução de problemas. Assim as relações entre a teoria e a prática, ofertada pelo curso de licenciatura em matemática do IFC-CS, buscam preparar os licenciandos para atuarem positivamente na profissão docente dentro da sala de aula.

Como exemplo dessa atuação positiva, foi elaborada uma questão (figura 04) para ser uma opção de se colocar em uma futura atividade avaliativa, visto que envolve a resolução de problemas. Desta forma, um aluno que tem uma dificuldade maior de aprendizagem, pode ver o objeto criado fisicamente e, dele, começar a criar esquemas. Com essa abordagem diferente do cotidiano escolar, a ação do aluno visualizar o objeto concreto descrito na questão de uma atividade avaliativa, também visa atrair a atenção do educando com um olhar pedagógico.

Vale lembrar que é importante o aluno ter esse contato visual com o objeto geométrico, desta forma ele desenvolve seu raciocínio, compreendendo e resolvendo situações-problemas, podendo comparar com momentos de seu cotidiano e ajudando-o a construir conceitos.

Concluindo, é esperado que essa proposta sirva como inspiração para outros docentes - neste caso, do ensino básico, com ênfase no Ensino Fundamental II e Ensino Médio - pensarem e refletirem sobre a própria prática e elaborarem planos de aulas diferenciados, com recursos da vida real, e não convencionais como os do livro didático. Por fim, é destacada a importância do licenciando em matemática em se formar um docente-pesquisador, sempre buscando conhecimento e inovando a sua didática para/com seus discentes.

## **REFERÊNCIAS**

DANTE, L. R. Didática da Resolução de problemas de Matemática. **Ática**: 2005.

DIAS, T. J. F. et al. Tendências metodológicas em educação matemática: uma revisão de literatura. **Research, Society and Development**, v. 11, n. 6, p. 3-5, 8, 2022.

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. Fundamentos de Matemática Elementar 10. 7. ed. São Paulo: **Atual**, 2013. 217 p.

GOUVEIA, Rosimar. Cilindro. **Toda Matéria**, [s.d.].

LORENZATO, S. O laboratório de ensino de matemática na formação de professores. **Autores Associados**. 2012.

Mendes, I. A. Tendências Metodológicas no ensino de matemática. **EdUFPA**. 2008.

SMOLE, Kátia Cristina Stocco. A Matemática na Educação Infantil. A teoria das inteligências múltiplas na prática escolar. Porto Alegre, **Editora Artes Médicas**: 1996.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. Coleção Mathemoteca: Materiais Manipulativos para o ensino de figuras planas. **Editora Mathema**. 2012.

BARBOSA, RIBEIRO. Experimentação Didática para o Desenvolvimento da Aprendizagem Significativa Visando a Compreensão dos Racionais: um estudo baseado em uma pesquisa docente. **Revista Baiana de Educação Matemática**. 2022.

POLYA, A arte de Resolver Problemas: um novo aspecto do método matemático. **Editora Interciência**. 2000.