ISSN: 2358-8829

O NÍVEL DE PENSAMENTO GEOMÉTRICO DE ESTUDANTES DA 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

Luís Fernando de Souza Nascimento[1]
Míria Hellen Barbosa dos Santos[2]
Antonio Leandro Silva de Carvalho Santos[3]
Cristiane Fernandes de Souza[4]
Marcella Luanna da Silva Lima[5]

RESUMO

Este trabalho abrange uma pesquisa acerca da identificação dos níveis do pensamento geométrico de estudantes do Ensino Médio e tem como objetivo principal apresentar uma análise dos resultados da aplicação de três testes de Van Hiele, no âmbito do Programa de Apoio às Licenciaturas (Prolicen), do curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Federal da Paraíba/campus IV, na Escola Cidadã Integral Técnica Luiz Gonzaga Burity, situada em Rio Tinto – PB. A pesquisa tem como base a teoria de Van Hiele, que descreve um modelo para o desenvolvimento do pensamento geométrico, partindo de uma sequenciação em cinco níveis de compreensão geométrica, que possibilitam identificar características do processo de pensamento geométrico dos estudantes. Tomamos como embasamento teórico os estudos de Van Hiele (1957), Van de Walle (2009) e Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018). Os testes de Van Hiele foram aplicados em duas turmas de 3ª série do Ensino Médio, uma turma do curso técnico de Guia de Turismo, composta por 12 estudantes e outra turma do curso técnico de Comércio, composta por 28 estudantes. Os testes se referem a três dos cinco níveis propostos que, posteriormente, foram discutidos em sala, com os estudantes das turmas. Os principais resultados obtidos mostram que os estudantes possuem defasagens de conceitos e visualizações nos três níveis da compreensão geométrica apresentadas nos testes, com uma menor defasagem ocorrendo no primeiro nível, que trata da visualização, e com a maioria das dificuldades concentrando-se no segundo e terceiro níveis, que tratam da análise e da dedução informal, respectivamente.

Palavras-chave: Pensamento geométrico, Testes de Van Hiele, Ensino Médio

[1] Graduando do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba - UFPB/Campus IV, lfsn@academico.ufpb.br
[2] Graduanda do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba - UFPB/Campus IV, miriaufpb@gmail.com
[3] Graduando do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba - UFPB/Campus IV, antonio.leandro.s.sc@gmail.com
[4] Professora orientadora: Doutora, Universidade Federal da Paraíba - UFPB/Campus IV, cristianesouza@dcx.ufpb.br
[5] Professora orientadora: Doutora, Universidade Federal da Paraíba - UFPB/Campus IV, marcella@dcx.ufpb.br

ISSN: 2358-8829

INTRODUÇÃO

A Matemática é uma das mais antigas ciências da humanidade e abrange vários campos, dentre eles, a Geometria. Sempre ocupando um lugar de destaque, a Geometria surge a partir da necessidade humana. Se estima que seu surgimento está ligado às civilizações egípcias, que a desenvolveu por questões práticas, como para uso na demarcação de terras ou para construção das pirâmides. Apesar disso, Lima e Carvalho (2017, p. 136) afirmam que a civilização responsável por organizar a Geometria como ciência dedutiva foi a civilização grega, nos séculos VII a.C a III a.C. Mesmo sendo um importante campo da Matemática, historicamente presente no nosso dia a dia, há uma grande defasagem no ensino relacionado a Geometria, que para Pavanello (1993) pode estar relacionada à falta de conhecimento geométrico adequado por parte dos professores, o que impede a implementação eficaz de uma prática que leve os alunos a uma compreensão plena dos conceitos geométricos.

Este artigo se desencadeia a partir dos estudos da Teoria de Van Hiele, tendo sua origem nas teses de doutorado do casal de educadores Pierre e Dina Van Hiele, escritas em 1957. Pierre tentava explicar o porquê de os estudantes terem dificuldade em aprender Geometria, enquanto Dina tratava de um experimento educacional voltado para contribuições das intervenções didáticas na elaboração do pensamento geométrico. Nesse contexto, unindo as duas linhas de pesquisa se desenvolve o que temos hoje como o Modelo de Van Hiele, oferecendo diretrizes mais prescritivas para a estruturação do conteúdo da Geometria e para as atividades de aprendizagem dos estudantes, que segundo Villiers (2010, p. 400), contém “como principal característica a distinção de cinco diferentes níveis de pensamento relacionados ao desenvolvimento da compreensão dos estudantes acerca da geometria”.

Neste estudo, o projeto vinculado ao Programa de Apoio às Licenciaturas da UFPB (Prolicen/UFPB), campus IV, em uma de suas ações se propõe a apresentar como se situam os diferentes níveis de pensamento geométrico propostos por Van Hiele, de 32 estudantes da 3ª série do Ensino Médio da escola Ecit Estadual Luiz Gonzaga Burity, localizada na cidade de Rio Tinto–PB.

ISSN: 2358-8829

METODOLOGIA

O cenário da pesquisa foi a Escola Cidadã Integral Técnica Estadual Professor Luiz Gonzaga Burity, localizada na cidade de Rio Tinto, estado da Paraíba, abrangendo estudantes da cidade e áreas circunvizinhas. Foram participantes do estudo 32 estudantes, sendo 21 da turma de 3ª série do curso técnico em Comércio e 11 estudantes da turma de 3ª série de Guia de Turismo.

A pesquisa possui caráter qualitativo-descritivo, de modo a obter, partindo da análise de dados colhidos por meio da aplicação de testes, uma visão sobre os conhecimentos geométricos dos alunos das duas 3ª séries, mas vale-se também de dados quantitativos para o mesmo objetivo. O teste utilizado para os níveis de Van Hiele está presente no livro *Geometria segundo a teoria de Van Hiele* elaborado pela equipe do Projeto do Fundão/UFRJ, coordenado pelas pesquisadoras Lilian Nasser e Neide Sant'anna (Nasser; Sant'Anna, 2017). Consideramos para fins de pesquisa que o estudante pode ser enquadrado como proficiente em determinado nível ao atingir 60% de acertos no teste, ou seja, que acerte três das cinco questões propostas.

Foram aplicados como recurso de sondagem três testes envolvendo os três primeiros níveis do pensamento geométrico estabelecidos na teoria de Van Hiele. Inicialmente, o procedimento ocorreu com a turma de 3ª série de Comércio e, no dia seguinte, com a turma de 3ª série de Guia de Turismo, ambas as aplicações com duração de 1h40min e sem intervenções por parte do professor, no que diz respeito ao conteúdo de Geometria propriamente dito. A aplicação dos testes foi dada por meio de uma das ações do projeto do Programa de Apoio às Licenciaturas (Prolicen) da UFPB/campus IV, que atua na escola em questão nas aulas de nivelamento em Matemática com abordagem de conteúdos de Geometria e de Grandezas e Medidas.

REFERENCIAL TEÓRICO

O ramo da Matemática é um campo bastante amplo para estudos, podendo ser ramificado para os mais diversos conteúdos. Quando vivenciada pelos estudantes, a Matemática pode despertar a curiosidade e instigar capacidades de argumentação, investigação, abstração, estruturação e desenvolvimento do pensamento lógico-dedutivo. Quando tratamos particularmente da Geometria, vemos um espaço muito propício neste

ISSN: 2358-8829

campo para matematizar a realidade, pois, por meio de observações, conseguimos identificar semelhanças, diferenças, simetrias, regularidades, etc. e assim descrever e compreender o ambiente que nos rodeia.

Em Van de Walle (2009), entendemos que esse senso espacial não é inato do ser humano e precisa ser devidamente estimulado com formas e figuras geométricas suficientemente variadas para que se tenha o desenvolvimento dessas noções espaciais. Dar esse estímulo não significa dizer que todas as pessoas pensarão geometricamente da mesma forma, mas que somos todos capazes de pensar geometricamente. A teoria de Van Hiele propõe que esse pensamento geométrico pode ser dividido em cinco níveis hierárquicos bem definidos (Figura 1), sendo eles: visualização, análise, dedução informal, dedução formal e rigor.

Figura 1_ Níveis de pensamento geométrico da teoria de Van Hiele

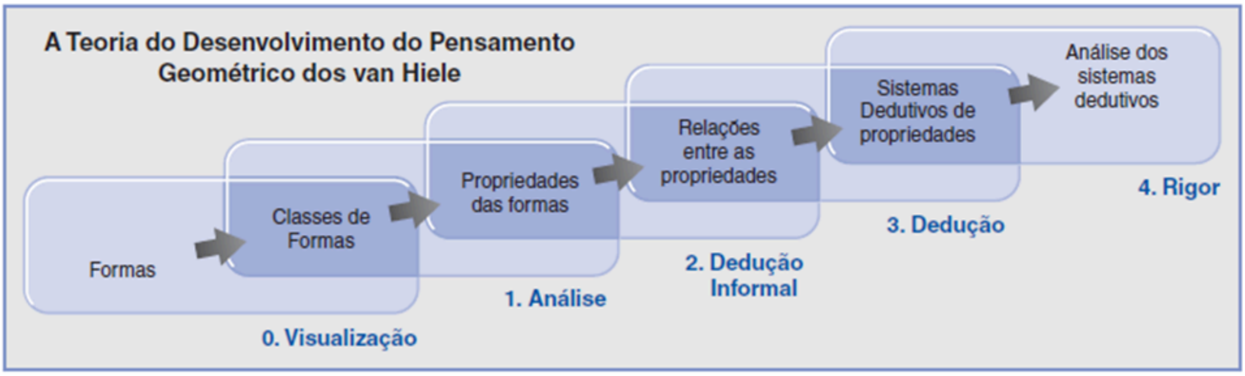
Nível 0	Visualização	Neste nível, os alunos reconhecem as figuras geométricas por sua aparência global. Reconhecem triângulos, quadrados, paralelogramos, entre outros, por sua forma, não conseguindo identificar suas partes ou propriedades. São capazes de reproduzir figuras dadas e aprender um vocabulário geométrico básico.
Nível 1	Análise	É onde se inicia a análise dos conceitos geométricos. Neste nível, os alunos começam a discernir as características e propriedades das figuras, mas não conseguem ainda estabelecer relações entre essas propriedades e nem entendem as definições ou vê inter-relações entre figuras.
Nível 2	Dedução informal	Aqui o aluno começa a estabelecer inter-relações de propriedades dentro de figuras e entre figuras, deduzindo propriedades e reconhecendo classes de figuras. Agora, a definição já tem significado; todavia, o aluno ainda não entende o significado da dedução como um todo ou o papel dos axiomas nas provas formais.
Nível 3	Dedução formal	Neste estágio, o aluno analisa e compreende o processo dedutivo e as demonstrações com o processo axiomático associado. Agora, ele já consegue construir demonstrações e desenvolvê-las de mais de uma maneira, também faz distinções entre uma afirmação e sua recíproca.
Nível 4	Rigor	Agora, o aluno já é capaz de trabalhar em diferentes sistemas axiomáticos; analisa e compreende geometrias não euclidianas. A geometria é entendida sob um ponto de vista abstrato.

Fonte: Santos (2015, p. 36)

ISSN: 2358-8829

Os níveis estabelecidos pela teoria de Van Hiele apesar de distintos entre si, especialmente no que diz respeito a seus objetos de conhecimento, são interligados e essa inter-relação para Van de Walle (2009) é dada, pois, os produtos de pensamento em cada nível são os objetos de pensamento do nível seguinte, estabelecendo uma relação de objeto-produto (Figura 2). Ainda assim, o avanço de um nível para outro só deverá ser feito quando o domínio total dos objetos de conhecimento do nível anterior for devidamente efetivado, cabendo ao professor fazer esse avanço.

Figura 2 _ Interligação entre os níveis da teoria de Van Hiele



Fonte: Van de Walle (2009, p. 443)

Além disso, há quatro características relacionadas aos níveis que convém salientar: são sequenciais, não são dependentes da idade, a experiência geométrica é o maior fator do avanço ou do desenvolvimento através dos níveis e a falha na comunicação está ligada a uma linguagem ou ensino superior ao nível do estudante.

Assim, o foco nos níveis iniciais da teoria de van Hiele revela-se como um fundamento sólido de conhecimento geométrico, proporcionando aos estudantes uma escalada de experiências empíricas e de conhecimentos científicos que os preparam para enfrentar situações matemáticas mais complexas no futuro. Deste modo, vale destacar que "todos os professores devem estar conscientes de que as experiências fornecidas aos alunos serão o fator simples mais importante ao tentar fazer as crianças subirem essa escada desenvolvimentista" (Van de Walle, 2009, p. 444).

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os testes de Van Hiele foram aplicados a um total de 32 estudantes, que estavam presentes nos dias da aplicação, sendo 21 da turma de 3ª série do curso técnico em Comércio e 11 estudantes da turma de 3ª série de Guia de Turismo.

ISSN: 2358-8829

Após a recolha dos testes, nos dedicamos a corrigir e a analisar as respostas obtidas, a fim de categorizar o nível de pensamento geométrico dos estudantes e conjecturar sobre os porquês dessas respostas. Tais resultados poderão ser observados por meio de algumas tabelas e figuras que apresentamos ao longo deste tópico.

A Tabela 1, a seguir, apresenta o resultado do número de acertos totais para cada uma das questões propostas.

Tabela 1- Número total de acertos

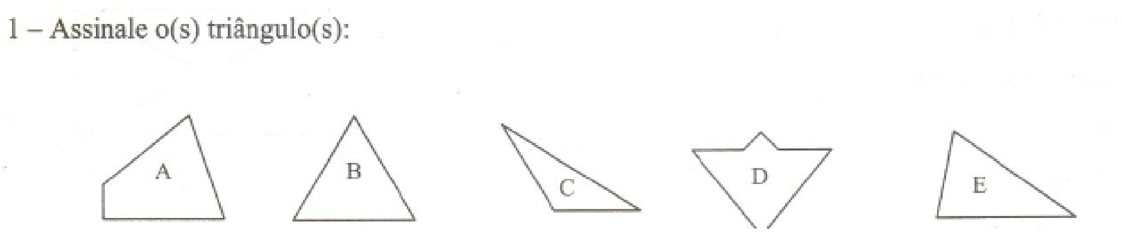
Teste	**Nível 0: Visualização**					**Nível 1: Análise**					**Nível 2: Dedução Informal**				
Questão	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Número de Acertos	3	9	10	6	4	1	2	18	0	0	1	3	3	6	8

Fonte: Dados da pesquisa (2024)

É possível notar que a maior concentração de acertos está no nível de visualização, que no teste proposto não apresentava questões argumentativas e se concentrava no reconhecimento de formas. Apesar disto, foi observado uma diferença considerável entre o número total de estudantes submetidos ao teste e o quantitativo de estudantes que acertaram efetivamente as questões, de tal forma que apenas a questão 8 do nível de análise teve um total de acertos maior que a metade da quantidade de estudantes.

Analisando de forma isolada cada um dos testes observamos que, no nível da visualização, as maiores dificuldades apresentadas são relacionadas às formas e as posições que as figuras geométricas apresentavam, de modo que os estudantes erraram as questões por incompletude, pois foram incapazes de marcar todas as opções corretas dentre as alternativas. A maior quantidade de erros ocorreu na primeira questão (Figura 3), a qual pedia que os estudantes assinalassem os triângulos.

Figura 3- Questão 1 do teste de Van de Hiele



Fonte: Nasser e Sant'anna (2017, p. 95)

ISSN: 2358-8829

Dos triângulos apresentados na questão (Figura 3), a principal resposta assinalada foi o triângulo "B", que entre os 29 estudantes que erraram a questão, 24 deles marcaram apenas esta alternativa como a correta, desconsiderando os triângulos "C" e "E".

Corrigindo o segundo teste, referente ao nível de análise, foi observado que, exceto a "questão 8", nenhuma das outras questões obteve mais que 2 acertos. As perguntas apresentadas neste nível solicitavam aos estudantes que escrevessem ou assinalassem propriedades para determinadas figuras planas e que, de maneira similar ao nível de visualização, apresentavam múltiplas alternativas corretas.

Os principais erros apresentados se referem ao não entendimento das classes de inclusão das figuras planas, pois, em diversos momentos, propriedades específicas para a condição de existência de quadrados são tidas como essenciais para a construção de retângulos ou paralelogramos e não o caso contrário. Na sexta questão (Figura 4), por exemplo, dos 31 estudantes que erraram a questão, 16 deles entenderam que a condição de possuir lados iguais era uma propriedade aplicável para todos os retângulos. Os demais estudantes conseguiram identificar propriedades para o retângulo, mas não foram capazes de identificar todas, marcando por vezes apenas uma ou duas alternativas corretas.

Figura 4 - Questão 6 do teste de Van de Hiele

6 – No retângulo ABCD, as linhas AC e BD são chamadas de diagonais. Assinale a(s) afirmativa(s) verdadeira(s) para todos os retângulos:

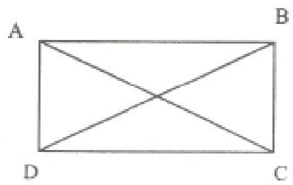
a) Têm 4 ângulos retos.

b) Têm lados opostos paralelos.

c) Têm diagonais de mesmo comprimento.

d) Têm os lados iguais.

e) Todas são verdadeiras.



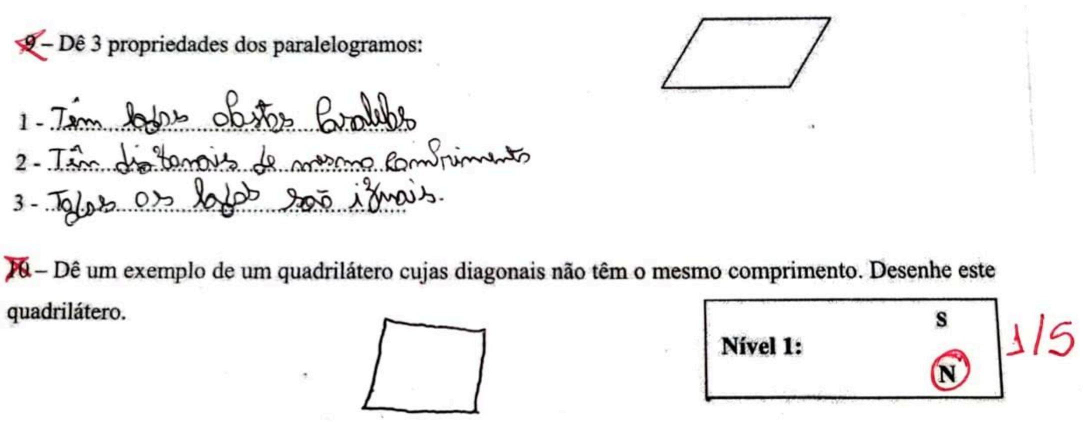
Fonte: Nasser e Sant'anna (2017, p. 96)

As questões 9 e 10 não possuem acertos. Por uma visão geral, os erros na questão 9 estão pautados no não reconhecimento das propriedades específicas de cada figura plana, de modo que as respostas obtidas podem ser usadas como condição de existência para outras formas geométricas diferentes da solicitada na questão. Apesar do reconhecimento de certas propriedades próprias dos paralelogramos, 20 das respostas coletadas apresentavam propriedades específicas dos quadrados ou retângulos como propriedades aplicáveis para todos os paralelogramos.

ISSN: 2358-8829

Para a questão 10 (Figura 5), sete estudantes não apresentaram nenhuma resposta para o problema proposto, os demais, por sua vez, expressaram desenhos diversos como resposta, sendo o quadrado, o retângulo, o paralelogramo e o trapézio as figuras planas mais recorrentes.

Figura 5- Resposta de um estudante à Questão 10 do teste de Van de Hiele


9 – Dê 3 propriedades dos paralelogramos:

1 - Têm todos os lados paralelos
2 - Têm diagonais de mesmo comprimento
3 - Todos os lados são iguais.

10 – Dê um exemplo de um quadrilátero cujas diagonais não têm o mesmo comprimento. Desenhe este quadrilátero.

Nível 1:	S
	N

1/5

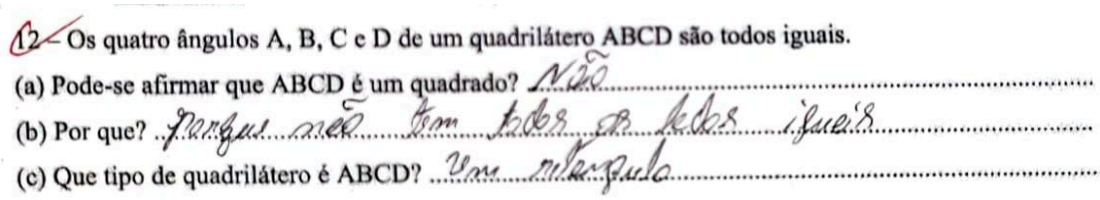
Fonte: Dados da pesquisa(2024)

Apesar de os alunos desenharem paralelogramos e trapézios como resposta, a questão pedia ainda que fosse identificado o nome da figura, elemento esse que não foi expresso pelos estudantes e, quando feito, se referia erroneamente à outra figura, levando assim a questão ao erro.

No último teste aplicado, tratando do nível de deduções informais, argumentos lógicos são levantados de modo a questionar os estudantes os "porquês" e os "e se" dos argumentos em cada uma das questões. Neste teste, os estudantes precisam argumentar a respeito das figuras acerca de suas propriedades sem se restringirem a um objeto em específico, de modo a construírem intuitivamente uma lista mínima de definições (LMD) que seja suficiente para justificar os argumentos usados (Van de Walle, 2009).

A questão 12 (Figura 6) é um exemplo das questões presentes no teste referente ao nível de deduções informais.

Figura 6- Resposta de um estudante à Questão 12 do teste de Van de Hiele


12 – Os quatro ângulos A, B, C e D de um quadrilátero ABCD são todos iguais.
(a) Pode-se afirmar que ABCD é um quadrado? Não
(b) Por que? Porque não tem todos os lados iguais
(c) Que tipo de quadrilátero é ABCD? Um retângulo

Fonte: Dados da pesquisa (2024)

ISSN: 2358-8829

Analisando a resposta de um estudante à questão 12 (Figura 6), como um exemplo para as argumentações lógicas e a construção da LMD, observamos que há uma presença recorrente no argumento, mesmo que errado, de possuir todos os ângulos congruentes como uma justificativa suficiente para ser um quadrado, de modo que 20 estudantes usaram esse argumento como resposta para a questão. A justificativa de "não possuir lados iguais" como justificativa para não ser um quadrado foi usada em 12 respostas, mas apenas três dos testes conseguiram identificar um possível quadrilátero que satisfizesse a pergunta, as demais respostas ou foram deixadas em branco, ou justificadas com "não sei".

Como estabelecido, consideramos o estudante proficiente em algum nível se ele respondeu corretamente o mínimo de três questões. Partindo desse princípio, observamos que dos estudantes que participaram dos testes, apenas cinco deles podem ser considerados proficientes, mas apenas no nível de visualização, conforme a Tabela 2 abaixo. Destacamos ainda que apenas dois desses estudantes acertaram quatro das cinco questões propostas, o restante se manteve com três acertos.

Tabela 2- Quantidade de estudantes proficientes

Teste	Proficiente	Não Proficiente
Nível 0: Visualização	5 estudantes	27 estudantes
Nível 1: Análise	0 estudantes	32 estudantes
Nível 3: Dedução Informal	0 estudantes	32 estudantes

Fonte: Dados da pesquisa (2024)

A Tabela 3 apresenta a distribuição dos acertos para cada uma das questões dos três testes propostos.

Tabela 3- Número de acertos por nível de teste

Número de acertos por teste	Nível 0: Visualização	Nível 2: Análise	Nível 3: Dedução Informal
0	17 estudantes	13 estudantes	15 estudantes
1	6 estudantes	17 estudantes	13 estudantes
2	4 estudantes	2 estudantes	4 estudantes
3	3 estudantes	0 estudantes	0 estudantes
4	2 estudantes	0 estudantes	0 estudantes
5	0 estudantes	0 estudantes	0 estudantes

Fonte: Dados da pesquisa (2024)

ISSN: 2358-8829

Apesar dos acertos para diferentes questões entre os níveis, foi possível observar que um mesmo estudante por vezes não é capaz de responder corretamente mais que uma questão, reforçando a relação de objeto-produto entre os níveis, de modo que o aprendizado incompleto dos conceitos do nível anterior resulta em erros no nível seguinte. A recorrência do erro é mantida no avançar dos níveis.

Assim, conforme os dados coletados e analisados, observamos que há um baixo número de estudantes que podem ser considerados proficientes em alguns dos níveis de pensamento geométrico. Apesar de os testes apresentarem quantidades medianas de acertos para algumas questões, não significa que os mesmos estudantes acertaram mais de uma das questões, caracterizando uma distribuição de pessoas diferentes para os acertos nas questões. Isso é observável ao compararmos as tabelas 1 e 3, em que, apesar de existirem acertos em todas as questões do nível de dedução informal, a maior parcela dos estudantes acertou apenas uma das questões.

O fato de, tradicionalmente, os livros didáticos apresentarem definições, fórmulas, teoremas, classificações, etc., sem fornecerem a oportunidade de uma maior exploração dos conceitos geométricos, por parte dos estudantes, pode ser um fator determinante para os erros cometidos nos testes. Pois, como aborda Villares (2010, p. 413), “no ensino tradicional, as crianças são, em sua maioria, apresentadas a retângulos, losangos, paralelogramos, entre outros, como objetos geométricos estáticos”, de modo que tais polígonos são trabalhados de forma dissociada de quaisquer outras figuras planas desde a sua concepção conceitual, sendo um quadrado apenas um quadrado e não um retângulo com características e propriedades específicas, por exemplo. Este fato reforça a ideia de não existência para os estudantes as classes de inclusão dentro da geometria plana.

Desta maneira, o ato de conhecer e saber a definição de um paralelogramo, por exemplo, não é condição suficiente para o estudante categorizar retângulos, losangos e quadrados como tal. Como ressalta Villares (2010, p. 412), a verdadeira compreensão vai além da memorização, sendo fundamental que o conhecimento seja consolidado através de atividades que estimulem o pensamento crítico e a aplicação prática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os testes realizados nas 3ª séries do Ensino Médio na Escola Cidadã Integral Técnica Estadual Professor Luiz Gonzaga Burity oportunizaram aos estudantes a experiência de testar seus conhecimentos geométricos e a nós, participantes do projeto do Prolicen, conhecer o nível de pensamento geométrico das turmas nas quais efetuamos intervenções após a realização dos testes, no formato de aulas e oficinas. Diante disso, concluímos que o objetivo principal foi alcançado, dando condições para novos enfrentamentos diante da problemática apresentada.

Ao final da atividade, identificamos que apenas cinco dos estudantes submetidos ao teste se enquadram em algum dos níveis propostos pelo modelo de Van Hiele, sendo este o nível de visualização; e que nenhum desses estudantes alcançou a taxa mínima de três acertos em qualquer outro nível, exceto o primeiro. Deste modo, entendemos que há uma defasagem entre os conhecimentos e conceitos que o teste se propunha a verificar e aos apropriados pelos estudantes, de modo que alguns erros são recorrentes para diferentes estudantes e em diferentes níveis, em especial as propriedades comuns entre quadrados, retângulos e paralelogramos.

Observamos ainda que, como apresentado em parágrafos anteriores, existe uma interdependência entre os níveis de pensamento geométrico, de modo que o não domínio de um conhecimento prejudica substancialmente o aprendizado e domínio do nível subsequente, reforçando ainda mais a relação estreita de objeto-produto.

Podemos argumentar que essa disparidade entre o conhecimento que se deve ter e o que efetivamente se tem, especialmente na área de Geometria, não é algo recém-adquirido como sequelas da pandemia do Covid-19, mas um problema antigo, provavelmente decorrente do que Pavanello (1993) denominou de “abandono da Geometria”. Como destaca Pavanello (1993), o descaso com a Geometria, especialmente em escolas públicas, pode ser observado desde antes da década de 70, mas é a partir da Lei 5692/71, com a flexibilização do currículo que a Geometria passa a ser efetivamente escanteada, de modo a não ser incluída no planejamento anual e quando apenas no final dos anos letivos.

Novas reflexões, além destas, podem ser palco em trabalhos futuros, visto a necessidade de acompanhar o desenvolvimento do pensamento geométrico nas turmas de 3ª série ao longo do projeto e das intervenções proporcionadas por ele.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 28 ago. 2024.

CARVALHO, J. B. P; LIMA, P. F. Escolha e uso do livro didático *In:* BRASIL. Ministério da Educação **Coleção Explorando o Ensino da Matemática**: Ensino Fundamental. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2010. Cap. 1, p. 15-30.

LIMA, P. F; CARVALHO, J. B. Geometria. *In:* BRASIL. Ministério da Educação. **Coleção Explorando o Ensino da Matemática**: Ensino fundamental. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2010. Cap. 7, p. 135-166.

NASSER, L.; SANT'ANNA, N. F. (orgs.). **Geometria segundo a teoria de Van Hiele**. Rio de Janeiro: Editora do IM-UFRJ. 2017.

PAVANELLO, R. M.. O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e consequências. **Revista Zetetiké**. Campinas, UNICAMP, ano 1, n. 1, 1993.

SANTOS, J. M. S. R. **A Teoria de Van Hiele no Estudo de Áreas de Polígonos e Poliedros.** Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de Ciência e Tecnologia. Laboratório de Ciências Matemáticas. Campos dos Goytacazes, Rio de Janeiro 2015. Disponível em: https://uenf.br/posgraduacao/matematica/wp-content/uploads/sites/14/2017/09/24072015Juliana-Maria-Souza-Rangel-dos-Santos.pdf. Acesso em: 7 out. 2024

VILLIERS, M. D. Algumas reflexões sobre a Teoria de Van Hiele. **Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 12, n. 3, 2010. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/5167. Acesso em: 17 out. 2024.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental:** formação de professores e aplicação em sala de aula. Porto Alegre: Artmed, 2009