

CAIXA MATEMÁTICA E O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO (VAN HIELE): FERRAMENTA PEDAGÓGICA PARA ENSINAR GEOMETRIA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Maria Luiza Siqueira da Silva ¹
Nathalia Ferreira da Silva Gama ²
Gabrielly Latorre Diez Khouri ³
Joana Kelly Souza dos Santos ⁴
Célia Regina Roncato ⁵

RESUMO

Neste estudo, trazemos discussões acerca do ensino de Matemática. O objetivo é apresentar o processo de concepção, elaboração, desenvolvimento e aplicação de um recurso didático intitulado *Caixa Matemática dos Triângulos*. Esse recurso foi idealizado e formulado por duas alunas regularmente matriculadas no terceiro ano do curso de Licenciatura em Matemática, da Faculdade SESI de Educação de São Paulo, e faz parte das atividades realizadas em encontros do grupo de extensão universitária intitulado *Matemática em Movimento*, sob orientação e supervisão direta de duas professoras da Faculdade em questão. A pesquisa desenvolvida ancorou-se teoricamente na abordagem dos níveis de pensamento geométrico, proposta por Dina van Hiele-Geldof e Pierre Van Hiele, cujas ideias oferecem uma estrutura para o entendimento do desenvolvimento cognitivo dos alunos no campo da geometria. Além disso, utilizou-se como referência a proposta pedagógica prevista no currículo oficial da rede SESI de ensino, que valoriza o protagonismo do aluno na aprendizagem e a realização de aulas com utilização de diferentes abordagens metodológicas, dentre elas, o uso de recursos pedagógicos para ensinar Matemática. A partir da teoria de pensamento geométrico, proposta pelos Van Hiele, e da definição de Laboratório para o Ensino de Matemática por Lorenzato (2009), a intenção do estudo estava centrada em buscar um aprofundamento na validade da elaboração do recurso, bem como na eficácia de sua aplicação em contextos educacionais reais. Ao longo de todo o processo investigativo, foi possível inferir objetivos pedagógicos subjacentes ao uso da caixa matemática, assim como analisar de maneira crítica os resultados obtidos por meio de aplicações-teste realizadas com algumas turmas, que foram compostas por alunos com diferentes níveis de compreensão matemática, revelando potencialidades e desafios do uso desse recurso no cotidiano escolar.

Palavras-chave: ENSINO DE MATEMÁTICA, GEOMETRIA, RECURSO PEDAGÓGICO, FORMAÇÃO DE PROFESSORES.

¹ Graduanda do Curso de **Matemática** da Faculdade SESI de Educação - SP, maria.siqueira;

² Graduanda do Curso de **Matemática** da Faculdade SESI de Educação - SP, [nathygaminha@gmail.com;](mailto:nathygaminha@gmail.com)

³ Graduanda do Curso de **Matemática** da Faculdade SESI de Educação - SP, [coautor2@email.com;](mailto:coautor2@email.com)

⁴ Doutora pelo Curso de **XXXXX** da Universidade Federal - UF, [coautor3@email.com;](mailto:coautor3@email.com)

⁵ Professor orientador: Doutora em Educação Matemática – Unesp – [SP, celia.roncato@sesisp.org.br.](mailto:celia.roncato@sesisp.org.br)



INTRODUÇÃO

O ensino da geometria nos anos finais do Ensino Fundamental, requer práticas que estimulem a investigação e a reflexão dos estudantes. Diante disso, o presente artigo apresenta a construção de um recurso pedagógico, a *Caixa Matemática dos Triângulos*, fundamentado nos níveis de Van Hiele, com o objetivo de favorecer o desenvolvimento do pensamento geométrico. No ensino da geometria é comum observar estudantes usando de memorização de fórmulas e definições, o que dificulta a construção de significados e a relação entre as figuras geométricas. Essa realidade nos mostra a necessidade de mudança de metodologia, sendo ela mais dinâmica e pensando em um processo mais investigativo e contextualizado. Na Figura 1, apresentamos a imagem da caixa em questão:

Figura 1: Caixa Matemática dos Triângulos



Fonte: elaborado pelas autoras

Com isso, o modelo de Van Hiele, teoria relevante dentro do cenário atual da educação matemática, discorre sobre os níveis de raciocínio geométrico, que o estudante passa ao longo de seu processo de aprendizagem. Esses níveis são hierárquicos, desde a visualização até alcançar o nível de rigor, permitindo o professor, a avaliar, e desenvolver diferentes atividades de acordo com o estágio de cada aluno, observando sempre que cada aluno tem suas especificidades, por isso a necessidade de um olhar individual.

Fundamentadas nesse referencial teórico, foi criada a *Caixa Matemática dos Triângulos*, um recurso pedagógico pensado para os alunos do 6º ao 9º ano. O material



tem como objetivo favorecer a aprendizagem dos conceitos de geometria, mais específico triângulos, promovendo a observação, a análise, dedução informal e a dedução formal por meio de atividades manipulativas e reflexivas. A proposta busca articular os 04 primeiros níveis de Van Hiele, de modo que o aluno consiga uma compreensão mais aprofundada sobre propriedades e relações entre os triângulos.

Assim, nosso objetivo com o estudo é analisar o processo de construção da caixa e os resultados obtidos nas aplicações dele, destacando suas potencialidades no desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos e na formação de um aprendizado mais ativo e significativo.

METODOLOGIA

A pesquisa caracteriza-se como estudo de natureza qualitativa e caráter descritivo, voltada para a elaboração e aplicação de um recurso pedagógico para o ensino da geometria. A proposta foi desenvolvida a partir da teoria dos níveis de raciocínio geométrico de Van Hiele, que orientou a organização do material.

O processo foi dividido em três etapas principais: (1) concepção teórica do recurso, (2) construção da Caixa Matemática dos Triângulos e (3) aplicação e observação das atividades com os alunos.

Na primeira etapa, a partir dos encontros realizados no projeto de extensão: Matemática em Movimento, executado na Faculdade SESI de Educação - SP, tivemos o desafio de criar um recurso inédito para apresentar na BettEducar (o maior evento de Inovação e Tecnologia para educação na América Latina). A partir disso, começamos a pensar em nosso público-alvo, quais conteúdos os alunos da Educação Básica apresentam maiores dificuldades, quais eram nossas dificuldades pessoais ao ingressarmos na graduação, e quais estratégias podem ser utilizadas para auxiliar a aprendizagem do estudante, pensando em um recurso para o aprendizado mais ativo e significativo.

Após a definição do tema central a ser trabalhado com a área da geometria, idealizamos o primeiro protótipo, intitulado *Quebra-Triângulos*, onde iríamos nos aprofundar em ângulos, congruência e semelhança de triângulos. A ideia original era construir uma caixa de formato triangular, que seria utilizada para acomodar triângulos de madeiras produzidos para trabalhar os conteúdos pensados. A professora coordenadora do projeto nos questionou: *O que tem de inovador nessa ideia?* e *Qual a diferença dessas peças de madeiras para o encarte no final do livro didático?* O fato nos levou na busca por reflexões.



Na segunda etapa, fomos até nosso professor de geometria da Faculdade, solicitando ajuda com referenciais teóricos, para que fôssemos pesquisar e explorar os conceitos ângulos, semelhança e congruência, alinhando com os níveis de Van Hiele, de forma manipulativa e interativa.

Então, olhando para os níveis, temos: 01 – Visualização, 02 – Análise, 03 – Dedução Informal, 04 – Dedução Formal e 05 – Rigor. A partir disto surgiu o segundo protótipo do recurso, constituído por uma caixa quadrada com 04 compartimentos em formatos triangulares, e em cada compartimento contendo materiais e desafios específicos, que correspondessem aos níveis de Van Hiele. Simulando um *escape room*, o aluno iniciaria no nível 01, e ao decorrer dos níveis, se aprofundaria no conteúdo.

A terceira etapa foi a de construção da caixa, realizada na Faculdade SESI de Educação – SP, onde temos acesso ao Fab Lab, um laboratório com maquinário suficiente para a construção dos recursos. Temos nele diferentes materiais como: placas de madeiras, placas de acrílico, PLA e ABS (material de impressora 3D), ferramentas, notebooks, arduínos, e máquinas como: Corte a Laser, ploter de adesivo, impressora 3D, máquina de estampas de camisa. Ao apresentarmos uma ideia pronta, o Faber Marcus nos ajudou em todo o processo de construção, tanto na execução quanto no desenvolvimento.

A primeira aplicação foi realizada no BettEducar. Depois, após algumas sugestões, houve melhorias na caixa, para, somente após, realizarmos uma nova apresentação, agora no CONEDU.

Os compartimentos internos à caixa, podem ser classificados no *Nível 01 – visualização: Caça aos Triângulos*. Nesse nível, temos fichas com imagens do cotidiano, que contém triângulos, por exemplo: telhados, ponte, pipa. O objetivo desse nível é que os alunos observem os triângulos nas imagens, e as diferenças de triângulos. *Nível 02 – Análise: Laboratório dos Triângulos*, com 06 triângulos em acrílico, são eles: Triângulo Equilátero, Triângulo Isósceles, Triângulo Escaleno, Triângulo Retângulo, Triângulo Obtusângulo e Triângulo Acutângulo. *Nível 03 – Dedução Informal: O Enigma da Semelhança e da Congruência*. Nesse compartimento, temos pares de triângulos congruentes e semelhantes, e terão fichas de desafios com critérios de congruência e de semelhança. *Nível 04 – Dedução Formal: Teorema de Pitágoras*, ficou a demonstração da soma dos catetos é igual a hipotenusa. Esse recurso foi feito de madeira, composto por pequenos quadradinhos de madeira, que completa a área da hipotenusa e relaciona com os dois catetos, que também se completam com a mesma quantidade de quadradinhos que



a hipotenusa, nesse temos questões norteadoras para que os alunos manipulem o teorema de Pitágoras. Na Figura 3, apresentamos os níveis em questão:

Figura 3: Níveis propostos



Fonte: elaborado pelas autoras

A quarta etapa foi realizada em uma escola da rede SESI, localizada em Santo André (SP), com turmas do 7º e 9º ano do Ensino Fundamental. A atividade integrou o projeto Matemática em Movimento, no qual diferentes grupos de participantes ficaram responsáveis por mesas temáticas, cada uma apresentando um recurso didático distinto. Entre essas estações, encontrava-se a Caixa Matemática dos Triângulos, proposta deste estudo. Na figura 4, apresentamos a aplicação:

Figura 4: Aplicação



Fonte: elaborada pelas autoras



Os alunos não demonstraram dificuldades em solucionar os desafios do recurso, a abordagem do recurso com a turma de 7º ano aprofundou-se em conteúdos já previamente apresentados, segundo o currículo da escola. Dessa maneira, nos utilizamos de conhecimentos prévios para explorarmos os níveis caixa, resultando no engajamento dos alunos e interação com o conteúdo proposto, não apenas com o recurso. Nas turmas de 9º ano, os estudantes demonstraram um alto nível de interesse em conhecer o recurso e solucionar os desafios propostos. Os resultados obtidos foram positivos, apesar das dificuldades e defasagens apresentadas, os estudantes sentiram-se aptos para realizar com eficácia os diferentes desafios propostos em cada nível.

A primeira aplicação mostrou que o tempo disponibilizado para a atividade não permitia trabalhar com qualidade todos os níveis, cada turma dispunha de apenas uma hora aula (50min). Para o desenvolvimento da dinâmica, os alunos foram divididos em dois grupos realizando rotação por estações. Dentro desse período, os alunos conseguiram avançar significativamente nos níveis propostos, mostrando que o recurso é dinâmico, motivador e eficiente na promoção do raciocínio geométrico em diferentes etapas de aprendizagem.

REFERENCIAL TEÓRICO

No desenvolvimento da proposta da *Caixa Matemática*, buscamos estruturar as atividades de acordo com os níveis de pensamento geométrico de Van Hiele, tendo como objetivo final possibilitar que os alunos compreendam e sintam-se aptos a responder, de forma fundamentada, a pergunta: *O que é um triângulo?*

Iniciamos pelo Nível 1 – Visualização, etapa que orienta o reconhecimento e a identificação das figuras geométricas. Nesse nível, a ênfase está na percepção geral da forma, sem a necessidade de explicitar propriedades ou conceitos formais. Para isso, a caixa contém cartas ilustradas com imagens do cotidiano dos alunos, nas quais o objetivo é identificar onde a figura geométrica está presente.

Os estudantes, nesse estágio, reconhecem as figuras pela aparência, utilizando critérios essencialmente visuais. Assim, conseguem afirmar que determinada forma é um triângulo, mas ainda não possuem justificativas teóricas ou linguagem geométrica formal para sustentar essa identificação. Por exemplo, para um aluno nesse nível, o quadrado é entendido apenas como uma figura com todos os lados iguais, enquanto o retângulo é percebido como aquela com dois lados maiores e dois menores. Ou seja, as definições



são baseadas em características perceptivas, e não em propriedades geométricas ou relações entre elementos.

Passando para o Nível 02 - Análise, esta etapa orienta que os alunos conseguem formar definições e estabelecer inter-relações das propriedades da figura geométricas. Neste nível, a ênfase está em o aluno conseguir identificar as propriedades, e distinguir as diferenças entre elas, ou seja, o aluno consegue observar que um quadrilátero com lados opostos paralelos necessariamente possui ângulos opostos iguais e um quadrado é um retângulo porque ele possui todas as propriedades do retângulo, são exemplos de falas que nesse nível os alunos teriam.

Na Caixa, o Nível 02 os alunos têm 06 peças de triângulos com classificações diferentes. O objetivo desse nível é observarem os dois diferentes grupos (Ângulos e Lados), identificando os diferentes triângulos: Triângulo Equilátero, Triângulo Isósceles e Triângulo Escaleno. No segundo, as classificações seguiram de acordo com os ângulos: Triângulo Acutângulo, Triângulo Retângulo e Triângulo Obtusângulo. O objetivo é que os alunos consigam identificar as classificações e observe os dois grupos a partir disso.

No Nível 03 – Dedução Informal, os alunos conseguem formular definições abstratas sobre o conteúdo. Entretanto, conseguem fazer inter-relações com as propriedades e as figuras na geometria, um exemplo disso é um quadrado na verdade também um retângulo porque ele possui todas as propriedades do retângulo, ou seja, o aluno compreende que uma propriedade de tal objeto, pode também se relacionar com outro objeto. Nesse nível, o estudante já consegue reconhecer e relacionar diferentes classes de figuras geométricas, compreendendo as inclusões e interseções que existem entre elas. No entanto, ainda não possui uma compreensão plena do processo dedutivo nem do papel dos axiomas dentro de um sistema lógico. Embora seja capaz de acompanhar o raciocínio de uma demonstração formal, o aluno ainda encontra dificuldade em elaborar suas próprias provas.

O Nível 03 da caixa, trabalhamos com a semelhança e congruência de triângulos. Foram diferentes tipos de triângulos, com diversas medições e, a partir dos cartões de perguntas, o aluno terá que raciocinar sobre os lados e ângulos, e assimilar com a congruência e a semelhança de triângulo e eles terão as cartas-desafios para que norteiem esse processo.

O Nível 04 – Dedução Formal, é uma junção dos outros três níveis, com o objetivo que os alunos desenvolvam uma sequência de afirmações, que serão as deduções. Os alunos conseguem nesse nível fazer construções, e provar com axiomas, definições e



teoremas, tudo aquilo que foi aprendido nos níveis 01, 02 e 03, ou seja, o estudante consegue identificar diferentes caminhos para se chegar em uma resposta, consegue fazer provas formais, e não necessariamente, precisa memorizar fórmulas, ou argumentos. No recurso, usamos o teorema de Pitágoras, onde os alunos vão manusear, e o objetivo é que eles consigam entender a relação da soma dos catetos ser igual a hipotenusa, para depois conseguir fazer questões sobre o assunto.

Nível 05 – Rigor, neste nível, os estudantes já deverão estar em nível de graduação. O estudante, nesse nível, consegue fazer uma análise mais rigorosa da geometria, se aprofundando mais, como por exemplo, indo para geometria não euclidiana, que é um conteúdo mais abstrato.

Para fundamentar a proposta do objetivo principal da caixa, de ser um recurso que permita o protagonismo do aluno e uma aprendizagem matemática baseada em investigações foi utilizado o referencial curricular da rede SESI referente ao Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Muito além da manipulação de números e fórmulas, que se traduz sob um ponto de vista conservador platônico, espera-se que habilidades como a capacidade de explicar, elaborar, investigar e resolver problemas em diversos contextos sejam desenvolvidas, ampliando-se o papel da Matemática na vida dos sujeitos. (SESI, 2025, p. 43.)

Por fim, as definições de Lorenzato acerca do Laboratório de Ensino de Matemática, abarcaram a definição do Laboratório onde o recurso está inserido e seu uso como um objeto manipulável que permite a construção do conhecimento iniciando do concreto e partindo para o abstrato.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Ao todo foram elaborados três protótipos do recurso, em cada um deles foram realizadas mudanças estruturais focadas não apenas na estética, mas na proposta pedagógica, buscando facilitar a interação dos alunos e a manipulação dos professores de acordo com sua intencionalidade. A distância de tempo entre a ideia inicial e a atual foi de 6 meses, as principais mudanças foram em relação ao formato da caixa, o material utilizado e a construção da demonstração do Teorema de Pitágoras.

Inicialmente a demonstração foi construída em MDF como medida provisória e posteriormente adaptada para acrílico, mas a utilização deste material não foi eficaz, pois



em todos os testes ele não foi capaz de reter o líquido interno responsável pela demonstração visual, portanto fez-se necessário a retomada do material inicial.

Em relação aos elementos da caixa, foram realizadas poucas mudanças desde a proposta inicial, alterando a quantidade de triângulos e modificando as cartas com as questões norteadoras, para que elas pudessem guiar o estudante a transpassar por todos os níveis.

A fundamentação teórica utilizada no primeiro momento de concepção foi apenas o referencial curricular da rede SESI, que orientou o objetivo geral do recurso, mas ao longo do desenvolvimento fez-se necessário um levantamento bibliográfico para fundamentar os objetivos específicos do recurso e para tal fim, foram utilizados a teoria dos níveis de raciocínio geométrico de Van Hiele e as ideias de Lorenzato.

A primeira aplicação da caixa na feira BETT, permitiu sua apresentação para diferentes membros do corpo educacional, desde alunos da Educação Básica até gestores de conhecidas redes de ensino, essa interação resultou em sugestões que foram levadas em consideração para a primeira adaptação da caixa. Já a segunda aplicação permitiu um contato mais profundo e direto de alunos e professores de matemática com o recurso, resultando em análises críticas que basearam sua última alteração.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O recurso intitulado 'A Caixa Matemática' se mostrou embasado teoricamente, ao contemplar em sua construção os níveis propostos pela teoria mobilizada, obtendo resultados positivos em suas aplicações, que sugerem um caráter investigativo e significativo no processo de construção conhecimento. É necessário considerar que apesar dos últimos resultados indicarem alta relevância do recurso como objeto manipulável, ainda não foi possível finalizar sua construção, sendo necessário reavaliar sua perspectiva inclusiva e de autonomia do professor.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos a Deus por nos dar condições de fazer esse trabalho, agradecemos nossa família por sempre nos apoiarmos e se dedicar tanto por nós, agradecemos nossas professora Joana e Célia por dedicarem meses nos apoiando, dentro e fora da faculdade, e não poderíamos deixar de agradecer o Faber Marcus da Faculdade SESI -SP, que nos



ajudou em todo o processo do nosso recurso e a Faculdade SESI – SP por contemplar nossa formação e todo nosso processo de graduação.

REFERÊNCIAS

KALEFF, Ana Maria Martensen Roland; HENRIQUES, Almir de Souza; REI, Duke Monteiro; FIGUEIREDO, Luiz Guilherme. Desenvolvimento do pensamento geométrico – O modelo de Van Hiele. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro, v. 9, n. 10, p. — (1994). Publicado em 21 set. 2015. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10671>

SESI. Referencial Curricular. [São Paulo], [2025]. Disponível em: [Conecta SESI - Leitura de Livro](#)

LORENZATO, Sérgio; VILA, Maria do Carmo. Século XXI: qual matemática é recomendável? *Zetetike*, Campinas, SP, v. 1, n. 1, p. 41–50, 1993. DOI: 10.20396/zet.v1i1.8646825. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/864682>

