

VETORES: UM OLHAR DIRECIONADO À COMPREENSÃO DO ESTUDANTE

Abner Pedro Queiroz de Souza ¹

Adiel Gideão Queiroz de Souza ²

Anderson Joabe Queiroz de Souza ³

RESUMO

Neste trabalho os leitores analisarão técnicas matemáticas, advindas da Álgebra Linear e da Geometria Analítica, as quais são pilares fundamentais da Matemática. O objetivo, nesta abordagem, foi examinar o conceito de vetores e suas operações na expressão da estrutura mental do (a) estudante de ensino médio, bem como sua associabilidade geométrica de vetor a segmento de reta orientado. A relevância do presente tema passa pela sua abrangência, que vai além dos domínios da Matemática. Esses conceitos estão relacionados, por exemplo, com o ensino de polaridade molecular na Química. A abordagem do estudo de vetores é feita por meio de dois tratamentos que se completam: o geométrico e o algébrico. Foram utilizados para esse fim, softwares e materiais manipuláveis. Existem dois tipos de grandezas: as escalares e as vetoriais. As escalares são aquelas que ficam completamente definidas por apenas um número real (acompanhado de uma unidade adequada), como por exemplo, a massa de um corpo. Já as grandezas vetoriais ficam definidas pelo seu módulo, sua direção e seu sentido, como a velocidade ou a aceleração. A noção de direção é dada por uma reta e por todas as que lhe são paralelas. O estudo do deslocamento nessa mesma direção pode ser feito de duas maneiras. Tem-se, então, a ideia de sentido. O vetor também costuma ser indicado por uma letra minúscula com uma pequena seta em cima, tal como $\vec{v}$. Logo, apresenta-se o vetor como um ente matemático que possui módulo, direção e sentido. A partir de resultados em sala de aula, com coleta de dados em forma de conversa e captação das informações por anotações em categorias temáticas. Pode-se dizer que, de forma geral, o conceito de vetor, ainda não está bem elucidado entre os estudantes, mas que a didática e a metodologia aplicada teve resultados favoráveis à Educação.

Palavras-chave: Vetores, Álgebra Linear, Geometria Analítica.

INTRODUÇÃO

A partir da expressão de um físico teórico, por exemplo, que geralmente refere-se, no estudo da estrutura da matéria, a “um elétron” e não, “o elétron”. Por que? Um elétron também tem o comportamento de “Classe de Equipolência” da mesma forma que um vetor. Por isto não faz sentido referir-se de modo vago ao elétron e sim, a um elétron, reconhecendo essa

¹ Policial civil do Estado de Pernambuco. Engenheiro Civil - Universidade Federal de Pernambuco. Especialista em Engenharia de Segurança do Trabalho, abner.queiroz@policiacientifica.pe.gov.br;

² Estudante do Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF), POLO 58 – Universidade Federal Rural de Pernambuco, adiel.souza@ufrpe.br;

³ Mestre em Engenharia Gestão e Mídia do Conhecimento com ênfase em Segurança Pública. Universidade Federal de Santa Catarina UFSC, anderson.joabe@bombeiros.pe.gov.br.

conceituação. Outro exemplo pertinente está no contexto de estudo das Leis de Newton da Mecânica com aplicações na abordagem de oscilações amortecidas. Ressalta-se que a abordagem do estudo de vetores é feita por meio de dois tratamentos que se completam: o geométrico e o algébrico.

Como conceito matemático, vetor é qualquer elemento de um Espaço Vetorial, assim, [...] um número real, uma matriz, uma sequência ou uma função podem ser tratados como um vetor. Geometricamente, no contexto da Geometria Analítica, vetor é entendido como uma classe de equivalência de segmentos orientados equipolentes entre si. (BATTISTI, 2016, p. 27) E está perfeitamente definido a partir das noções de módulo, direção e sentido.

Existem dois tipos de grandezas: as escalares e as vetoriais. As escalares são aquelas que ficam completamente definidas por apenas um número real (acompanhado de uma unidade adequada), como por exemplo, a massa de um corpo. Já as grandezas vetoriais ficam definidas pelo seu módulo, sua direção e seu sentido, como a velocidade ou a aceleração. A noção de direção é dada por uma reta e por todas as que lhe são paralelas. O estudo do deslocamento nessa mesma direção pode ser feito de duas maneiras. Tem-se, então, a ideia de sentido. O objetivo, nesta abordagem, foi examinar o conceito de vetores e suas operações na expressão da estrutura mental do (a) estudante de ensino médio, bem como sua associabilidade geométrica de vetor a segmento de reta orientado. A relevância do presente tema passa pela sua abrangência, que vai além dos domínios da Matemática. Esses conceitos estão relacionados, por exemplo, com o ensino de polaridade molecular na Química. Outras áreas de aplicações do estudo de vetores: Gráficos e Computação Gráfica, Processamento de Imagens, Aprendizado de Máquina e Inteligência Artificial, Processamento de Sinais, Redes e Grafos, Computação Gráfica por Computação em Nuvem e Criptografia. Lembrando que esse rol está longe de ser taxativo.

METODOLOGIA

Utiliza-se para esse fim, softwares e materiais manipuláveis, como o uso de lápis de cor, papelão ou madeiras com formato de uma seta, para indicar o segmento de reta orientado representando “um vetor”, como já foi dito, pois trata-se de uma “classe de equipolência”. Essa abordagem foi baseada no estudo do teórico David Ausubel, que versa sobre material potencialmente significativo, no contexto de Aprendizagem significativa. Aprendizagem significativa é aquela em que ideias expressas simbolicamente interagem de maneira substantiva (não-literal) e não-arbitrária com aquilo que o aprendiz já sabe. Não-arbitrária



significa que a interação não é com qualquer ideia prévia, mas sim com algum conhecimento especificamente relevante já existente na estrutura cognitiva do sujeito que aprende. A Aprendizagem Significativa pode ser do tipo subordinada, quando um novo conhecimento adquire significado na ancoragem interativa com algum conhecimento prévio especificamente relevante; ou do tipo superordenada, um novo conceito, mais abrangente, passa a subordinar conhecimentos prévios. Ex: Leis da Conservação ao invés da Lei da Conservação da Energia Mecânica. Aprendizagem significativa não é, como se possa pensar, aquela que o indivíduo nunca esquece. Aprendizagem significativa não é sinônimo de aprendizagem correta.

O professor também pode lançar mão de um conceito bem pertinente quando se tem “um olhar direcionado à compreensão do estudante”, a saber: o conceito de “Ensino Reversível” no processo de ensino-aprendizagem. Essa abordagem versa a respeito do ensino por meio de uma sucessão de estudos de equilíbrio de comunicação entre professor e estudante. Visa-se, também, discutir as relações problemáticas entre conhecimento científico e o seu processo de aumento na estrutura cognitiva do aluno. A teoria de Piaget implica que o ensino deve ser acompanhado de ações e demonstrações e, sempre que possível, deve haver trabalho prático para os alunos. Porém, segundo Kubli (1979), essas ações precisam estar integradas à argumentação do professor, para produzirem conhecimento. A Equilibração Majorante ante ao rompimento do equilíbrio mental por experiências não assimiláveis possibilitou um ambiente favorável à abordagem do conteúdo e à evolução dos estudantes. Outro resultado importante foi que o ensino reversível não significa eliminação do desequilíbrio, mas passar de um estado de equilíbrio para outro, por meio de uma sucessão de estados de equilíbrio muito próximos, deixando-nos a impressão de que os/as estudantes podem desenvolver seus próprios esquemas de assimilação.

Assim, a abordagem teria um compromisso de verificar os conhecimentos prévios do estudante. Em seguida, promover a desequilibração da “estrutura mental” do aluno, a fim de que ocorra a chamada (Equilibração Majorante), através da cuidadosa argumentação. Se o professor iniciar a aula falando, por exemplo, de um certo “vetor de poynting”, o desequilíbrio seria maior que o esperado para o Ensino Reversível. Pois, envolve outros conceitos, até mesmo de Eletromagnetismo, que foge, a priori, da maturação cognitiva para alunos de Ensino Médio. Comumente, o pano de fundo para introduzir o conceito de força, no ensino de Física, tem sido a apresentação das Leis de Newton para o movimento. Geralmente apresentando a seguinte sequência didática, composta da 1ª Lei, da 2ª lei e da 3ª Lei, como se vê a seguir:



Primeira Lei: Uma partícula permanece em repouso ou continua a se mover com velocidade uniforme (em uma linha reta com módulo da velocidade constante) se não existir nenhuma força em desequilíbrio atuando nela.

ILUSTRAÇÃO DA LEI DA INÉRCIA

Figura 1



Fonte: <https://www.respondeai.com.br/conteudo/fisica/leis-de-newton>.

Segunda Lei: A aceleração de uma partícula é proporcional à soma vetorial das forças atuando nela, e se dá na direção desta soma vetorial.

$$F = \frac{dP}{dt} \quad (1.1)$$

Terceira Lei: As forças de ação e reação entre corpos que interagem entre si são iguais em valor, opostas em direção, e colineares (elas atuam na mesma linha).

ILUSTRAÇÃO DA AÇÃO E REAÇÃO

Figura 2



HEWITT, Paul G.(2015)

Convém, no entanto, que esse estudo de vetores seja subsidiado pela construção da conceituação do termo vetor, pela sua apresentação geométrica e pela demonstração algébrica.



O estudo de algumas indicações da aplicação de vetores também é de relevância, quando se objetiva a compreensão do estudante.

Então, importa comentar certos tópicos fundamentais sobre a temática. Uma vez apresentada a definição de vetor, pode prosseguir com declarações como:

“Dois vetores $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$ são paralelos, e indica-se por $\mathbf{u} // \mathbf{v}$, se os seus representantes tiverem a mesma direção. Na figura 3, tem-se $\mathbf{u} // \mathbf{v} // \mathbf{w}$, na qual $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$ têm o mesmo sentido, enquanto $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$ têm sentido contrário ao de $\mathbf{w}$. Indicamos aqui o símbolo de vetor, a letra minúscula em negrito. Também tem a opção de letra minúscula encimada por uma seta.”

“Dois vetores $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$ são iguais, e indica-se por $\mathbf{u} = \mathbf{v}$, se tiverem iguais o módulo, a direção e o sentido.”

“Ainda, convém definir o vetor nulo, indicado por $\mathbf{0}$ ou $\mathbf{AA}$ (cuja origem coincide com a extremidade). Ele é considerado paralelo a qualquer vetor, por não ter direção nem sentido definidos.”

“A cada vetor não nulo $\mathbf{v}$ corresponde um vetor oposto $-\mathbf{v}$, de mesmo módulo e mesma direção de $\mathbf{v}$, porém, de sentido contrário (figura 4).”

Figura 3

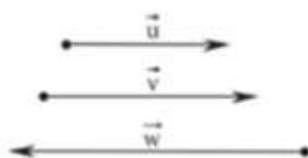


Figura 4



“Um vetor é unitário se $|\mathbf{u}| = 1$.”

“O relevante conceito de versor. Note que, a cada vetor $\mathbf{v}$, $v \neq 0$, é possível associar dois vetores unitários de mesma direção de $\mathbf{v}$: $\mathbf{u}$ e $-\mathbf{u}$ (figura 5). Nessa figura tem-se $|\mathbf{v}| = 3$ e $|\mathbf{u}| = |-\mathbf{u}| = 1$. O vetor $\mathbf{u}$ que tem o mesmo sentido de $\mathbf{v}$ é chamado de versor de $\mathbf{v}$ (da classe equipolente).”

“Dois vetores $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$ são ortogonais (figura, e indica-se por $\mathbf{u} \perp \mathbf{v}$, se algum representante de $\mathbf{u}$ formar ângulo reto com algum representante de $\mathbf{v}$.”



Figura 5

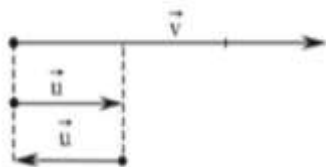
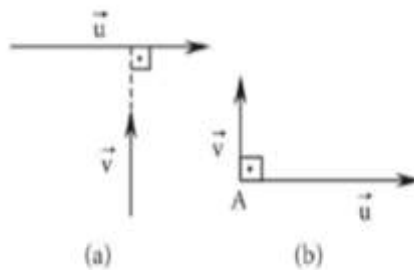


Figura 6



“Dois vetores $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$ quaisquer são sempre coplanares.” Se eles não forem paralelos, determinarão a direção do plano π .”

“Já três vetores podem ser coplanares (figura 7) ou não (figura 8).”

Figura 7

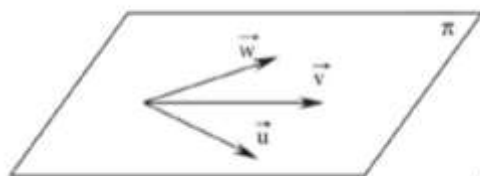
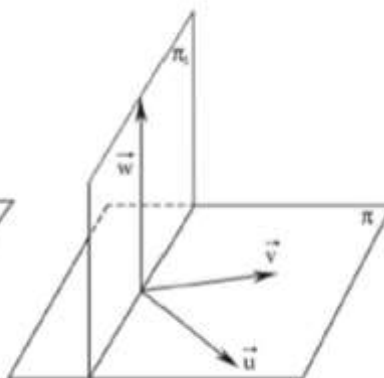


Figura 8



(Beer; Johnston (2009), apresentam que o estudo da mecânica se baseia em alguns princípios fundamentais, os quais estão embasados em experimentos. O primeiro comentado é a Lei do Paralelogramo, que possibilita a obtenção da força resultante. Esta Lei indica que dois vetores, como por exemplo, $\mathbf{V}_1$ e $\mathbf{V}_2$, apresentados na Figura 1, podem ser substituídos por um vetor equivalente $\mathbf{V}$, que é a diagonal principal do paralelogramo.

Figura 9 – Lei do Paralelogramo



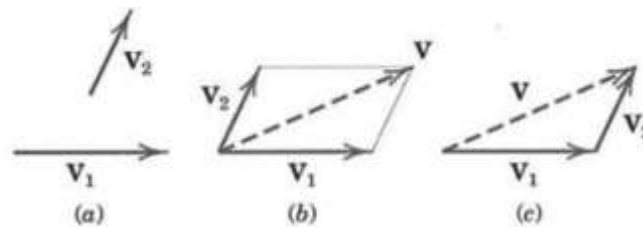


Figura 1/2

Fonte: Meriam; Kraige (2011, p. 4).

O segundo é o Princípio da Transmissibilidade, o qual, estabelece que as condições de equilíbrio ou movimento de um corpo rígido permanecerão inalteradas se uma força que atue em um dado ponto do corpo rígido for substituída por uma força de igual magnitude e de igual direção, porém atuando em um ponto diferente, desde que as duas forças tenham a mesma linha de ação. (HIBBELER, 2011, p. 5).

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Obtivemos, como resultado do uso de softwares, a elaboração de uma aula sobre vetores, utilizando a linguagem de programação Python.

Um dos exemplos trabalhados em sala, foi o tema de oscilações amortecidas. Reforçando o conceito de que a grandeza força é de natureza vetorial. Utilizou-se para a finalidade em pauta, um notebook e um software para linguagem de programação Python. O modo sistemático em Python é obtido seguindo o algoritmo abaixo:

ALGORITMO:

Web VPython 3.2

$w_0 = 1.0$

$w = 5.0 * w_0$

$\gamma = 0.5$

$F_0 = 1.0$

`bloco = box()`

`piso = box(length=20,color=color.green,pos=vec(0,-1,0))`

$h = 0.01$

$\text{frame} = 1/h$

`rate(frame)`

$a = F_0 * \cos(w * t) - \gamma * v - w_0 * w_0 * x$

$v = v + 0.5 * a * h$

$x = x + v * h$

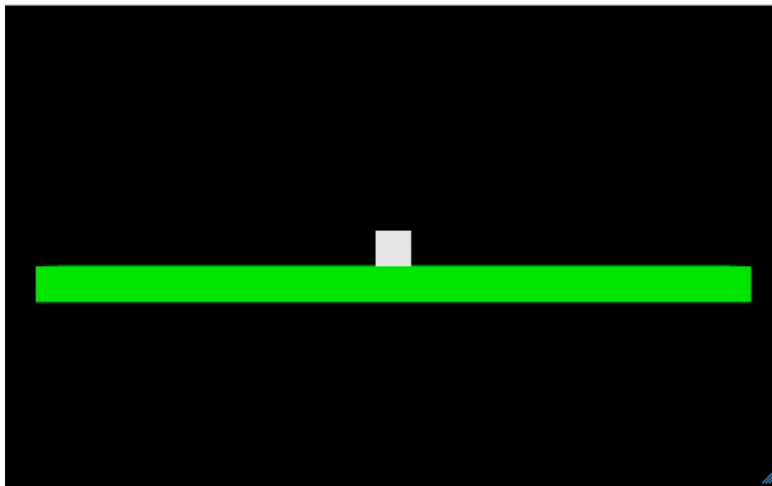


```

t = t+h
a = F0*cos(w*t)-gamma*v-w0*w0*x
v = v+0.5*a*h
bloco.pos.x = x
t = 0.0
v = 0.0
x = 4.0
while 1:

```

A montagem detalhada e o funcionamento de um oscilador amortecido forçado é expressa pelo esquema a seguir. A finalidade é a facilidade na obtenção da reprodutibilidade dos resultados observados:



Fonte: Os autores

Acesse a atividade através do link abaixo:

<https://trinket.io/glowscript/5acf719faf98?showInstructions=true>

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A relevância do presente tema passa pela sua abrangência, que vai além dos domínios da Matemática. Esses conceitos estão relacionados, por exemplo, com o ensino de polaridade molecular na Química. Evidenciou-se, também, a eficácia do estudo envolvendo softwares e outras práticas em sala de aula. Notou-se, além disso, como é oportuno o professor fundamentar teoricamente sua prática construtiva. Neste trabalho, enfatizamos a Teoria da Aprendizagem



Significativa de David Ausubel, indicando que os conhecimentos prévios dos alunos são importantes para que o aprendizado aconteça. Também, ressaltamos a teoria da Epistemologia Genética de Jean Piaget, com a abordagem do Ensino Reversível, mostrando que a participação ativa do estudante é decisiva para o processo, juntamente com a argumentação do professor.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

HALLIDAY, David. Fundamentos de física, volume 2: gravitação, ondas e termodinâmica / David Halliday, Robert Resnick, Jearl Walker; tradução Ronaldo Sérgio de Biasi. – 10. ed. – Rio de Janeiro: LTC, 2016.

HEWITT, Paul G. Física conceitual [recurso eletrônico] / Paul G. Hewitt ; tradução: Trieste Freire Ricci ; revisão técnica: Maria Helena Gravina. – 12. ed. – Porto Alegre : **Bookman**, 2015.

KUBLI, Fritz. Piaget's Cognitive Psychology and its Consequences for the Teaching of Science, **European Journal of Science Education**, 1:1, 5-20, DOI: 10.1080/0140528790010103

MOREIRA, Marco Antonio. Teorias de aprendizagem. 2 ed. ampl. São Paulo: **EPU**, 2015.

file:///C:/Users/DELL/Downloads/%23%23common.file.namingPattern%23%23.pdf

(MERIAM; KRAIGE, 2011, p. 5- 6)

<file:///C:/Users/DELL/Downloads/%23%23common.file.namingPattern%23%23.pdf>

