

PROPOSTA DE ABORDAGEM BASEADA NA ANÁLISE DO ÍNDICE DE GINI PARA A APRENDIZAGEM DE INTEGRAL

Gisele Bosso de Freitas¹
Clovis Caface²
Rita de Cássia de Lima Idalino³

RESUMO

O ensino de disciplinas da área de Ciências Exatas, tanto na Educação Básica quanto no Ensino Superior, é frequentemente baseado em metodologias tradicionais, como aulas expositivas e resolução de exercícios mecânicos. No entanto, abordagens centradas nos estudantes podem tornar a aprendizagem mais significativa, motivadora e próxima de sua realidade. Neste contexto, este trabalho propõe uma abordagem transdisciplinar entre o Cálculo Diferencial e Integral e a Estatística, utilizando o Índice de Gini como tema para demonstrar a aplicação de conceitos matemáticos na análise da desigualdade social. Para isso, propõe-se a utilização das metodologias Aprendizagem Baseada em Problemas (PBL), que incentiva os alunos a resolverem questões contextualizadas, e estratégias para a turma toda com simulações interativas PhET, para promover uma aprendizagem mais dinâmica e interativa. A proposta baseia-se na adaptação de um problema presente em um livro de cálculo estadunidense, ajustando-o à realidade socioeconômica do estado do Maranhão. Utilizando a simulação "Gráfico de Cálculo", é possível projetar uma atividade que explora os conceitos de integral, enquanto a análise da Curva de Lorenz e do Índice de Gini permite visualizar a distribuição de renda, com isso a aprendizagem torna-se mais concreta para os discentes. Além disso, a adaptação do problema fomentou a aprendizagem dos bacharelados em Estatística, que puderam aplicar seus conhecimentos e se preparar para futuras consultorias quando graduados. Assim, esta proposta reforça a importância da aprendizagem significativa no ensino superior e sugere caminhos para uma educação mais interdisciplinar e contextualizada.

Palavras-chave: Aprendizagem baseada em problemas, Ciências Exatas, Estatística, Ensino Superior, PhET.

INTRODUÇÃO

Acompanhar o desenvolvimento social, sobretudo nesta era essencialmente tecnológica que vivemos, com transformações muito rápidas, sempre é um desafio para o ensino em seus diversos níveis. Atualizar as metodologias de ensino nem sempre é fácil e pode ser custoso ao docente, que em geral aprendeu de uma forma e agora

¹Doutora, PhET Fellow e docente do Centro de Ciências Exatas, Naturais e Tecnológicas - CCENT da Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão - UEMASUL, giselebosso@uemasul.edu.br;

² Doutorando pela Universidade Federal do ABC - UFABC e docente do Centro de Ciências Exatas, Naturais e Tecnológicas - CCENT da Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão - UEMASUL, clovis.caface@uemasul.edu.br;

³ Doutora e docente da Universidade Federal do Piauí, Centro de Ciências da Natureza. Departamento de Informática e Estatística, rita@ufpi.edu.br.



precisa atualizar-se quase que de maneira independente, muitas vezes em choque com sua própria ideologia.

De acordo com Hobsbawm (1995), embora a ciência “avançada” tivesse aplicações práticas limitadas até o fim do século XIX, sua consolidação como base do desenvolvimento tecnológico modificou profundamente a sociedade. A tecnologia, amparada pela ciência, passou a estar no âmago das transformações sociais, ainda que muitas práticas cotidianas permanecessem regidas pela experiência empírica.

Em geral, o ensino das disciplinas da área de Ciências Exatas, desde a Educação Básica até o Ensino Superior, consiste essencialmente em aulas expositivas tradicionais. Raramente são aplicadas estratégias metodológicas voltadas a uma aprendizagem mais contextualizada ou significativa, mesmo quando a BNCC (2018) orienta que o aluno seja protagonista do processo de ensino-aprendizagem. Nesse sentido, Moran (2015) aponta que o aprendizado se torna mais efetivo quanto mais próximo da vida ele está, defendendo metodologias ativas que combinem atividades, desafios e informações contextualizadas.

Neste trabalho, buscamos refletir acerca da utilização da Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) como método transdisciplinar no ensino de matemática, discutindo sua articulação com a Estatística e a análise do Índice de Gini. A proposta apresentada resulta da adaptação de um problema presente em Stewart (2013) ao contexto socioeconômico da Região Tocantina do Maranhão, aproximando o estudo de integrais da realidade dos estudantes.

METODOLOGIA

A pesquisa foi conduzida com abordagem qualitativa, de caráter descritivo, fundamentada na Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP). O ponto de partida foi um problema apresentado por Stewart (2013), no qual o Índice de Gini é utilizado como aplicação do cálculo de integrais definidas a partir da Curva de Lorenz. Originalmente, o autor emprega dados do censo norte-americano, propondo que os estudantes construam a representação gráfica, ajustem modelos quadráticos ou de potência para aproximar a função de Lorenz e, em seguida, utilizem integrais para estimar o coeficiente de Gini em diferentes períodos históricos.



Para tornar o problema mais significativo, os dados foram adaptados ao contexto brasileiro, com base em informações do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) referentes ao estado do Maranhão. A adaptação teve como objetivo aproximar os conteúdos matemáticos da realidade socioeconômica dos estudantes, favorecendo a aprendizagem contextualizada e interdisciplinar.

O desenvolvimento da atividade contou com o uso da simulação interativa Gráfico de Cálculo, disponibilizada pela plataforma PhET. Esse recurso permite inserir funções, visualizar gráficos e representar integrais como áreas sob curvas. O procedimento metodológico incluiu a definição do domínio $[0,1]$, a representação da reta de igualdade $y=x$, a inserção da função $L(x)$ correspondente à Curva de Lorenz ajustada a partir dos dados locais, e a construção da função

$$f(x) = x - L(x),$$

que representa a diferença entre a igualdade perfeita e a distribuição observada. A integral acumulada da simulação foi então utilizada para calcular numericamente

$$\int_0^1 [x - L(x)] dx,$$

possibilitando a obtenção do Índice de Gini pela relação

$$G = 2 \int_0^1 [x - L(x)] dx.$$

Nos casos em que o recurso automático não estava disponível, procedeu-se à aproximação numérica por somatórios de Riemann, com refinamento da partição até a estabilização de três casas decimais.

A sequência didática foi organizada em três momentos. O primeiro consistiu na introdução teórica sobre desigualdade de renda, Curva de Lorenz e Índice de Gini, com exemplificação de casos-limite. No segundo, os discentes, em grupos, exploraram a simulação PhET, modelaram a função $L(x)$, realizaram os ajustes necessários e visualizaram graficamente a área correspondente ao índice. No terceiro momento, calcularam o valor de G , compararam resultados de diferentes períodos, analisaram a



influência do tipo de ajuste sobre os valores obtidos e discutiram coletivamente as implicações sociais da desigualdade de renda no Maranhão.

Os registros incluíram capturas de tela dos gráficos gerados, planilhas de cálculo e valores numéricos das integrais. A avaliação considerou a correção matemática dos procedimentos, a coerência na interpretação dos resultados e a participação nas discussões. A atividade contou ainda com a colaboração de graduandos em Estatística, responsáveis pela adaptação e validação das tabelas de dados, o que favoreceu a articulação interdisciplinar e contribuiu para o exercício de competências profissionais relacionadas à análise de indicadores sociais.

REFERENCIAL TEÓRICO

O ensino de Ciências Exatas, particularmente de Matemática, ainda é marcado por práticas centradas na exposição e na resolução mecânica de exercícios, o que limita a significatividade da aprendizagem e o engajamento discente. As metodologias ativas constituem alternativa consistente ao favorecer o protagonismo estudantil, a interação e a construção coletiva do conhecimento (Moran, 2015). Entre elas, a Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) destaca-se por organizar o ensino em torno de situações desafiadoras e contextualizadas, que exigem investigação e tomada de decisão (Barrows, 1986).

A ABP ganha potência quando articulada a uma perspectiva transdisciplinar, entendida como integração de saberes que ultrapassa a justaposição de conteúdos, promovendo diálogo e compartilhamento para atribuição de sentido ao que se aprende (Gadotti; Romão, 2013). Nesse quadro, a aproximação entre Matemática e Estatística mostra-se particularmente profícua: enquanto a primeira enfatiza estruturas formais e padrões abstratos, a segunda opera com dados em contexto e com a variabilidade como objeto central (Cobb; Moore, 1997). Essa interface permite ressignificar conceitos de cálculo — como integrais definidas — ao conectá-los a problemas sociais, a exemplo da mensuração de desigualdade por meio da Curva de Lorenz e do Índice de Gini.

O problema apresentado por Stewart (2013) em *Cálculo, vol. 1* ilustra essa integração ao propor o Índice de Gini como aplicação do cálculo integral com base em dados censitários. A atividade envolve leitura e representação de dados, ajuste de modelos para a função de Lorenz e cálculo de áreas, articulando técnica matemática,



modelagem e interpretação socioeconômica. Quando adaptado a realidades locais, amplia-se o potencial de aprendizagem significativa, por aproximar o estudo de integrais de questões socialmente relevantes.

Figura: Problema sobre o Índice de Gini como aplicação do cálculo integral com base em

PROJETO APLICADO
O ÍNDICE DE GINI

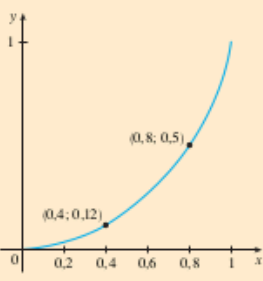


FIGURA 1
Curva de Lorenz para os EUA em 2008

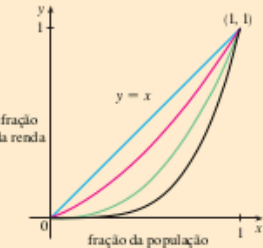


FIGURA 2

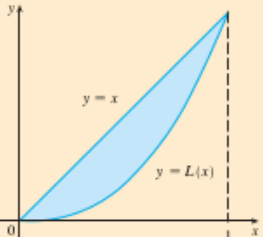


FIGURA 3

Como é possível medir a distribuição de renda entre os habitantes de um determinado país? Uma dessas medidas é o *índice de Gini*, que leva o nome do economista italiano Corrado Gini, o qual foi o primeiro a idealizá-lo em 1912.

Nós primeiro classificamos todas as famílias em um país através da renda e, então, calculamos a porcentagem de famílias cuja renda é de no máximo um percentual determinado da renda total do país. Definimos a **curva de Lorenz** $y = L(x)$ no intervalo $[0,1]$ traçando o ponto $(a/100, b/100)$ sobre a curva se $a\%$ das famílias mais pobres recebe no máximo $b\%$ da renda total. Por exemplo, na Figura 1, o ponto de $(0,4; 0,12)$ está na curva de Lorenz para os Estados Unidos em 2008, pois os 40% mais pobres da população recebiam apenas 12% do total da renda. Da mesma forma, os 80% mais pobres da população receberam 50% do total da renda, então o ponto $(0,8; 0,5)$ está na curva de Lorenz. (A curva de Lorenz é assim denominada em homenagem ao economista norte-americano Max Lorenz.)

A Figura 2 mostra algumas curvas típicas de Lorenz. Todas elas passam pelos pontos $(0,0)$ e $(1,1)$ e são côncavas para cima. No caso extremo $L(x) = x$, a sociedade é perfeitamente igualitária: os $a\%$ mais pobres da população recebem $a\%$ do total da renda e assim todos recebem o mesmo rendimento. A área entre a curva de Lorenz $y = L(x)$ e a reta $y = x$ mede o quanto a distribuição de renda difere da igualdade absoluta. O **índice de Gini** (algumas vezes chamado de **coeficiente Gini** ou de **coeficiente de desigualdade**) é a área entre a curva de Lorenz e a reta $y = x$ (sombreada na Figura 3) dividida pela área abaixo de $y = x$.

- (a) Mostre que o índice de Gini G é o dobro da área entre a curva de Lorenz e a reta $y = x$, ou seja,

$$G = 2 \int_0^1 [x - L(x)] dx$$
- (b) Qual é o valor de G para uma sociedade perfeitamente igualitária (todos têm a mesma renda)? Qual é o valor de G para uma sociedade perfeitamente totalitária (uma única pessoa recebe todos os rendimentos)?
- A tabela a seguir (derivada de dados fornecidos pelo Censo dos EUA) mostra valores da função de Lorenz para a distribuição de renda nos Estados Unidos para o ano de 2008.

x	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$L(x)$	0,000	0,034	0,120	0,267	0,500	1,000

- Qual porcentagem da renda total dos EUA foi recebida pelos 20% mais ricos da população em 2008?
- Use uma calculadora ou um computador para ajustar uma função quadrática para os dados na tabela. Represente no plano xy os pontos dos dados e o gráfico da função quadrática. O modelo quadrático se ajusta razoavelmente aos dados?
- Use o modelo quadrático para a função de Lorenz para estimar o índice de Gini nos Estados Unidos em 2008.


- A tabela a seguir indica os valores da função de Lorenz nos anos 1970, 1980, 1990 e 2000. Use o método do Problema 2 para estimar o coeficiente de Gini nos Estados Unidos nesses anos e compare com a sua resposta no Problema 2 (c). Você percebe uma tendência?

x	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
1970	0,000	0,041	0,149	0,323	0,568	1,000
1980	0,000	0,042	0,144	0,312	0,559	1,000
1990	0,000	0,038	0,134	0,293	0,530	1,000
2000	0,000	0,036	0,125	0,273	0,503	1,000

SGA 4. Um modelo potência, muitas vezes oferece um ajuste mais preciso que um modelo quadrático para uma função de Lorenz. Se você tem um computador com Maple ou Mathematica, ajuste uma função potência ($y = ax^b$) com os dados do Problema 2 e a utilize para estimar o coeficiente de Gini para os Estados Unidos em 2008. Compare com a sua resposta para as partes (b) e (c) do Problema 2.

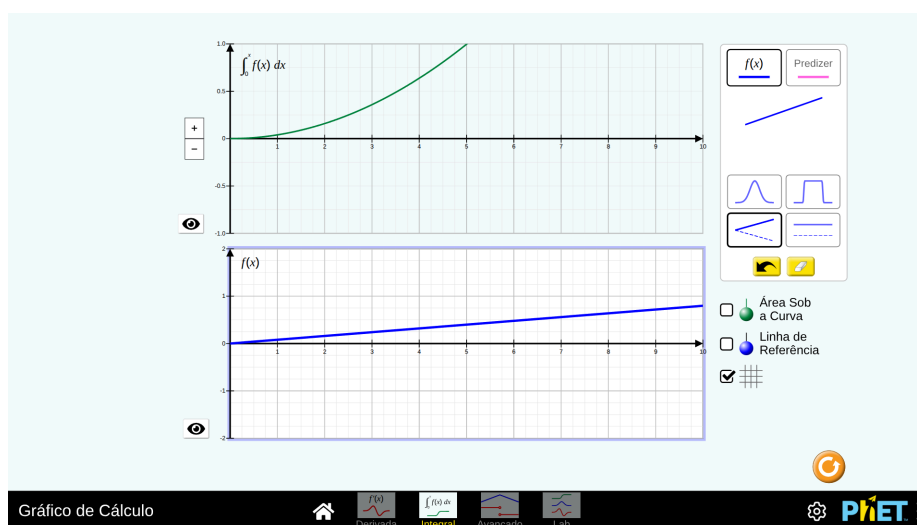
Fonte: Stewart, 2013, p. 388.

Nesse horizonte, o uso de simulações computacionais, como as da plataforma PhET, tem se mostrado eficaz para o tratamento de conceitos abstratos ao oferecer



visualização dinâmica, interação e experimentação em ambientes controlados de exploração (Freitas, 2024). Em particular, a simulação *Gráfico de Cálculo* permite representar funções, evidenciar a área sob a curva e explorar relações entre parâmetros, favorecendo a compreensão conceitual de integrais e a leitura geométrica de medidas como o Índice de Gini.

Figura: Simulação PhET *Gráfico de Cálculo* permite representar funções, evidenciar a área sob a curva e explorar relações entre parâmetros.



Fonte: Captura de tela própria, 2025.

A adoção dessas simulações se alinha à estratégia de “Planejamento para Perguntas com a Turma Toda”, na qual o professor orchestra a exploração por meio de sequências de perguntas de previsão, observação e explicação. Essa estrutura promove conflito cognitivo produtivo, integra linguagem matemática e representações gráficas, e sustenta avaliação formativa em tempo real, uma vez que as respostas dos estudantes retroalimentam o encaminhamento didático. Ao combinar ABP, transdisciplinaridade e simulações com perguntas planejadas para discussão coletiva, cria-se um ecossistema de aprendizagem que favorece a compreensão profunda, a mobilização de conceitos em contexto e o desenvolvimento de pensamento crítico sobre problemas sociais mediados pela matemática.



RESULTADOS E DISCUSSÃO

A implementação da proposta revelou avanços significativos na compreensão conceitual dos conteúdos de Cálculo Diferencial e Integral, especialmente no que diz respeito ao entendimento das integrais definidas e de sua aplicação em contextos reais. Ao trabalhar com a Curva de Lorenz e o Índice de Gini, os estudantes puderam transcender a visão algorítmica do cálculo, frequentemente restrita à resolução de exercícios mecânicos, e reconhecer a matemática como uma linguagem capaz de modelar e interpretar fenômenos sociais complexos, como a desigualdade de renda.

Um dos resultados mais expressivos foi a mudança de postura dos estudantes em relação ao estudo da matemática. Nas discussões em grupo, emergiram relatos de que a atividade possibilitou maior motivação e engajamento, uma vez que os cálculos realizados não se limitavam a abstrações, mas estavam diretamente conectados à realidade socioeconômica da região em que vivem. Esse aspecto confirma a importância da aprendizagem contextualizada e reforça os apontamentos de Moran (2015), segundo os quais o aprendizado se torna mais efetivo quanto mais próximo da vida ele está.

Do ponto de vista procedimental, os discentes conseguiram construir a função de Lorenz a partir de dados do Maranhão, inserir os modelos na simulação PhET e calcular as integrais associadas ao Índice de Gini. A visualização gráfica, ao destacar as áreas correspondentes à igualdade perfeita e à distribuição observada, mostrou-se um recurso fundamental para o desenvolvimento da intuição matemática. Muitos estudantes relataram que, pela primeira vez, compreenderam o significado geométrico da integral como medida de área, o que evidencia o papel das simulações interativas na superação de dificuldades históricas no ensino de cálculo (Freitas, 2024).

Outro aspecto relevante foi a articulação interdisciplinar promovida pela proposta. Os bacharelados em Estatística, ao colaborar com a adaptação e validação dos dados, exerceram competências profissionais essenciais, como a análise de indicadores sociais e a verificação de consistência de modelos. Esse processo não apenas reforçou a compreensão dos conceitos estatísticos, mas também possibilitou a troca de saberes entre estudantes de diferentes áreas, fortalecendo a dimensão transdisciplinar da atividade (Gadotti; Romão, 2013).



Durante as discussões coletivas, observou-se que os estudantes conseguiram problematizar as implicações sociais do Índice de Gini, identificando o impacto da desigualdade sobre políticas públicas, qualidade de vida e desenvolvimento econômico regional. Esse resultado reforça o potencial da ABP de integrar o domínio cognitivo ao crítico-social, favorecendo o desenvolvimento do pensamento reflexivo e da cidadania científica.

Além disso, a comparação entre ajustes distintos da função de Lorenz (quadrático ou de potência) suscitou reflexões importantes sobre a influência da modelagem na interpretação de resultados. Os discentes notaram que pequenas variações nos modelos podiam alterar os valores do índice em até três casas decimais, o que abriu espaço para discutir limites de precisão, importância da escolha metodológica e implicações práticas de decisões técnicas em análises estatísticas. Esse ponto é particularmente relevante para a formação de futuros estatísticos e matemáticos, que precisam estar preparados para lidar com incertezas e critérios de validação em suas práticas profissionais.

No que se refere à aprendizagem matemática, constatou-se que a estratégia favoreceu tanto a compreensão conceitual quanto a aplicação prática. O conceito de integral, tradicionalmente visto como abstrato, foi compreendido a partir de sua utilidade em um problema socialmente relevante, confirmando a hipótese de que o ensino de cálculo pode se beneficiar de metodologias ativas e transdisciplinares. Em termos avaliativos, a maioria dos estudantes apresentou correção nos cálculos, coerência na interpretação dos resultados e engajamento nas discussões, o que indica que a proposta atendeu aos objetivos delineados.

Por fim, é importante destacar os desafios observados. Alguns discentes demonstraram dificuldade inicial em compreender a formulação da Curva de Lorenz e em manipular as ferramentas da simulação, exigindo maior mediação docente nos primeiros momentos da atividade. Entretanto, essas dificuldades foram gradualmente superadas à medida que os grupos interagiram entre si e construíram soluções colaborativas, o que reforça a relevância da mediação pedagógica e da aprendizagem cooperativa nesse tipo de proposta.



De forma geral, os resultados apontam que a integração entre ABP, simulações interativas e transdisciplinaridade constitui uma estratégia consistente para o ensino de Ciências Exatas no Ensino Superior. A atividade não apenas contribuiu para a aprendizagem matemática, mas também ampliou o olhar crítico dos estudantes sobre problemas sociais concretos, fortalecendo a relação entre formação acadêmica e cidadania.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho apresentou uma proposta pedagógica que integra conceitos de Cálculo Integral e Estatística por meio da análise da desigualdade de renda, utilizando a Curva de Lorenz e o Índice de Gini como eixo articulador. Os resultados evidenciaram que a interdisciplinaridade, aliada à Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) e ao uso de simulações PhET, favorece uma aprendizagem mais significativa, engajadora e próxima da realidade social dos estudantes.

A experiência demonstrou que o ensino de Matemática pode superar a abordagem meramente algorítmica quando se conecta a problemas concretos, promovendo tanto o desenvolvimento conceitual quanto a reflexão crítica sobre questões sociais. Além disso, a proposta mostrou-se eficaz no fortalecimento de competências profissionais dos discentes de Estatística, que puderam vivenciar práticas relacionadas à análise de indicadores socioeconômicos.

Os achados reforçam a urgência de metodologias inovadoras no Ensino Superior, capazes de valorizar o protagonismo estudantil, a construção coletiva do conhecimento e a articulação entre teoria e prática. Como perspectiva, recomenda-se a replicação e adaptação da proposta em outros contextos, explorando diferentes problemáticas sociais — como sustentabilidade, saúde pública ou distribuição de recursos naturais — para ampliar as possibilidades de integração entre Ciências Exatas e temas de relevância social.

Por fim, esta experiência contribui para o debate sobre práticas pedagógicas ativas e transdisciplinares no ensino de Ciências Exatas, oferecendo caminhos concretos para uma educação mais contextualizada, crítica e comprometida com a formação integral dos futuros profissionais.



Como desdobramento desta pesquisa, sugere-se investigar de forma sistemática os impactos da combinação de ABP, simulações interativas e transdisciplinaridade sobre o desempenho acadêmico, engajamento e pensamento crítico dos estudantes, utilizando métodos mistos que incluam análise quantitativa e qualitativa.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos à Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão (UEMASUL), à Universidade Federal do Piauí (UFPI) por proporcionar a infraestrutura adequada para o desenvolvimento deste trabalho. Gisele Bosso de Freitas agradece à UEMASUL, pela bolsa de produtividade em pesquisa, edital nº 06/2023 – CPG/PROPGI/UEMASUL.

REFERÊNCIAS

- ANUNCIATO, K. M.; FRANCO, C. Indicadores sociais e desigualdade. *Revista de Ciências Sociais*, v. 48, n. 2, p. 75-90, 2017.
- BARROWS, H. S. A taxonomy of problem-based learning methods. *Medical Education*, v. 20, p. 481-486, 1986.
- BNCC. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC, 2018.
- COBB, G.; MOORE, D. W. Mathematics, statistics, and teaching. *The American Mathematical Monthly*, v. 104, n. 9, p. 801-823, 1997.
- FREITAS, Gisele Bosso de. Formação De Professores Para O Uso De Simulações Interativas Com Metodologias Ativas De Aprendizagem. In: X Congresso Nacional de Educação - X CONEDU, 2024, Fortaleza. *Anais do X Congresso Nacional de Educação*. Campina Grande - PB: Realize Eventos Científicos e Editora Ltda, 2024.
- FREITAS, Gisele Bosso de; CAFACE FILHO, C. A. Simulações Interativas E Experimentos Práticos Na Abordagem Do Problema De Três Corpos.. In: VII Congresso de Inovação e Metodologias no Ensino Superior e Tecnológico., 2024, Ouro Preto - MG. *Anais do VII Congresso de Inovação e Metodologias no Ensino Superior e Tecnológico.*, 2024.
- GADOTTI, M.; ROMÃO, J. E. *Educação e transdisciplinaridade*. São Paulo: Cortez, 2013.
- HOBBSAWM, E. J. *Era dos Extremos: o breve século XX*. São Paulo: Companhia das Letras, 1995.
- IPECE. *Indicadores Sociais*. Fortaleza: IPECE, 2010.
- MEDEIROS, M. *A desigualdade de renda no Brasil*. Brasília: IPEA, 2006.



MORAN, J. *Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda*. In: BACICH, L.; MORAN, J. (org.). *Metodologias ativas para uma educação inovadora*. Porto Alegre: Penso, 2015.

STEWART, J. *Cálculo*. 7. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2013.

