ISSN: 2358-8829

O NÚMERO PI E O FORMATO DA TERRA

Jessica Dayane Paiva Cardozo[1]
Josefa Itailma da Rocha [2]

INTRODUÇÃO

O número π é, sem dúvida, uma das constantes matemáticas mais conhecidas. Ele representa o valor constante que obtemos quando dividimos o comprimento de uma circunferência pelo seu diâmetro. O π é um número irracional, ou seja, não pode ser escrito como o quociente de números inteiros e seu valor aproximado, com 4 casas decimais, é de 3,14156.

A primeira tentativa rigorosa de encontrar uma aproximação para o valor de π deve-se a Arquimedes (matemático grego que viveu entre 287 a.C e 212 a.C.), que usou polígonos de 96 lados inscrito e circunscrito e encontrou que o valor de π seria aproximadamente entre 3,1408 e 3,1429.

O matemático Ptolomeu, que viveu em Alexandria aproximadamente no século III d.C., conseguiu uma aproximação melhor que a obtida por Arquimedes, usando polígono de 720 lados inscrito numa circunferência. Seu valor encontrado foi de aproximadamente 3,1416. Ao longo dos anos, muitos matemáticos trabalharam no problema de encontrar uma aproximação para π. No século V, o matemático Tsu Ch'ung Chih conseguiu uma aproximação entre 3,1415926 e 3,1415927, como uma precisão de 6 casas decimais. Claramente, quanto maior o número de casas decimais, melhor é a precisão do valor encontrado. Hoje em dia, com o uso de supercomputadores, é possível aproximar o valor de π com uma precisão de trilhões de casas decimais.

METODOLOGIA

O trabalho foi desenvolvido através de pesquisa bibliográfia em revistas, artigos e dissertações sobre o assunto. Foi feito o uso do GeoGebra para calcular diretamente o

[1] Graduanda do Curso de Matemática da Universidade Federal de Campina Grande - UFCG, jessica.dayane@estudante.ufcg.edu.br;
[2] Professora do Curso de Matemática da Universidade Federal de Campina Grande - UFCG, itailma@mat.ufcg.edu.br;

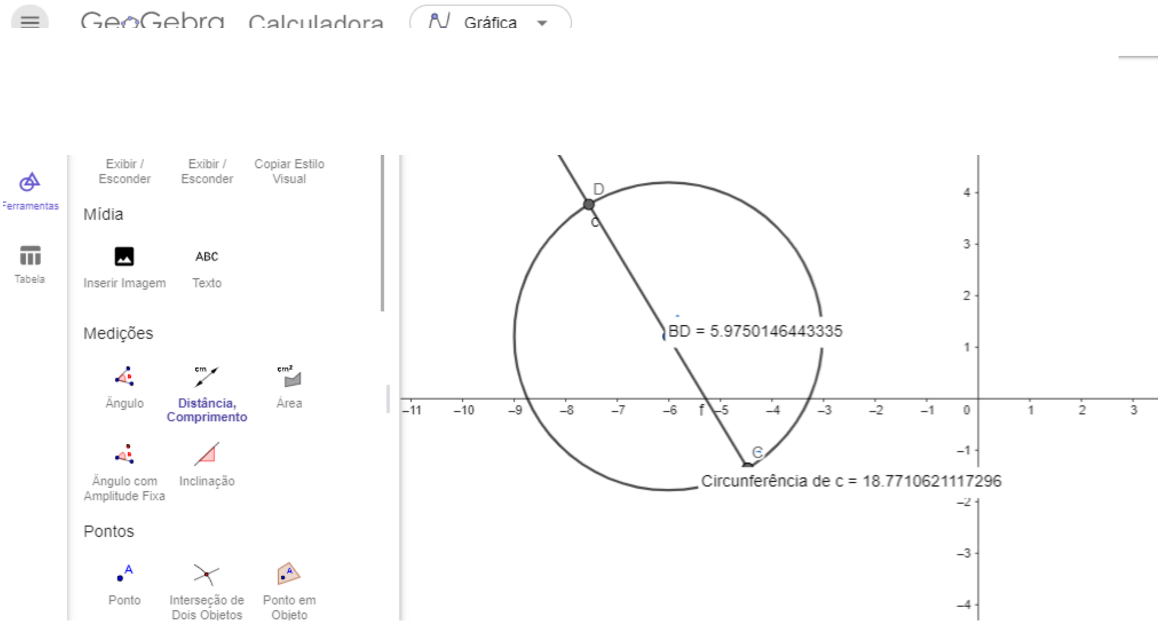
ISSN: 2358-8829

quociente entre o comprimento da circunferência com o seu diâmetro no plano, e o Google Earth para fazer esse mesmo cálculo em circunferencias na superfície da Terra.

REFERENCIAL TEÓRICO

Podemos encontrar o valor de π usando o computador para desenhar círculos e dividindo o comprimento da circunferência pelo seu diâmetro. Por exemplo, usando o GeoGebra, podemos traçar um círculo qualquer. Na janela de Ferramentas, selecionando “Distância, comprimento” e clicando no círculo, será exibido o comprimento da circunferência. Depois disso, basta construir um diâmetro, usando o comando de reta e, da mesma forma feito para o círculo, calcular o seu comprimento. Na Figura 2, temos construído um círculo cujo comprimento da circunferência é $c = 18{,}77106$ e o diâmetro é $d = 5{,}97501$.

Figura 1 – Calculando o valor de π usando o GeoGebra



Fonte: Autoras

Dividindo o comprimento da circunferência pelo diâmetro, obtemos

$$\frac{18{,}77106}{5{,}97501} = 3{,}1415947421.$$

Vejamos o que acontece quando tentamos repetir essa mesma experiência usando o Google Earth para desenhar círculos na superfície do planeta Terra. Na Figura 3, temos um círculo que engloba todo o Brasil desenhado no Google Earth. Pela janela de ferramentas conseguimos ver que o comprimento da circunferência é $c = 10.754{,}26\ km$

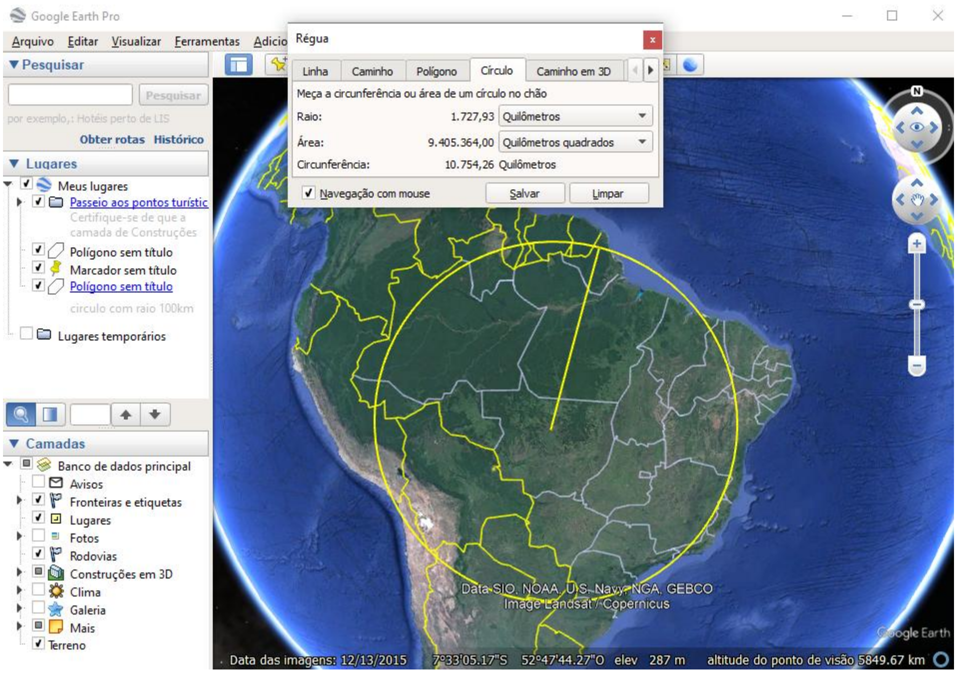
e o raio é $r = 1.727{,}93\ km$, assim o diâmetro da circunferência é $d = 3.455{,}86\ km$. Dividindo o comprimento da circunferência pelo diâmetro obtemos

$$\frac{10.754{,}26}{3.455{,}86} = 3{,}1118911067,$$

que é menor do que o valor de π que conhecemos.

Repetindo essa experiência com círculos cada vez maiores sobre a superfície da Terra, vemos que o quociente do comprimento da circunferência pelo diâmetro fica cada vez menor do que o valor de π.

Figura 3 - Calculando o valor de π usando o Google Earth



Fonte: Autoras

Observando esse fato, surge naturalmente a pergunta: Será que que o comprimento da circunferência pelo diâmetro não é constante e toda a matemática que estudamos está errada? É fato que esse resultado já foi provado pelos matemáticos gregos há muitos anos. Porém, a prova apresentada pelos gregos vale apenas para a Geometria Euclidiana, ou seja, para círculos no plano. E como todos sabemos, a Terra não é plana! Por isso, a geometria da Terra não obedece aos Teoremas obtidos na Geometria Euclidiana. Para entender um pouco mais sobre a Geometria da Terra, e porque nela a razão da circunferência pelo diâmetro não é constante e é sempre menor do que π, precisamos entender um pouco sobre as Geometrias não-Euclidianas, mas especificamente, sobre a Geometria Elíptica.

ISSN: 2358-8829

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Euclides de Alexandria foi um matemático grego que viveu no século III a. C., e é considerado o pai da Geometria. Sua obra mais famosa é Os Elementos, livro que reúne todo o conhecimento da geometria de forma dedutiva, partindo de algumas definições, noções comuns e de apenas 5 postulados. Com esses elementos, Euclides conseguiu deduzir toda a geometria clássica através da Lógica matemática. Os cinco postulados da Geometria Euclidiana são:

1. Pode-se traçar uma única reta ligando quaisquer dois pontos.
2. Pode-se continuar (de uma maneira única) qualquer reta finita continuamente em uma reta.
3. Pode-se traçar um círculo com qualquer centro e com qualquer raio.
4. Todos os ângulos retos são iguais.
5. Por um ponto fora de uma reta pode-se traçar uma única reta paralela à reta dada.

As Geometrias não-euclidianas surgem da negação do 5º postulado. Existem duas possibilidades para isso, que dão origem a Geometrias diferentes. A primeira delas seria:

"Por um ponto fora de uma reta, passam mais de uma reta paralela à reta dada."

que dá origem a Geometria Hiperbólica, estudada principalmente pelo matemático russo Nikolai Lobachevsky.

A segunda maneira de negar o quinto postulado de Euclides é afirmando que:

"Por um ponto fora de uma reta, não passa nenhuma reta paralela à reta dada."

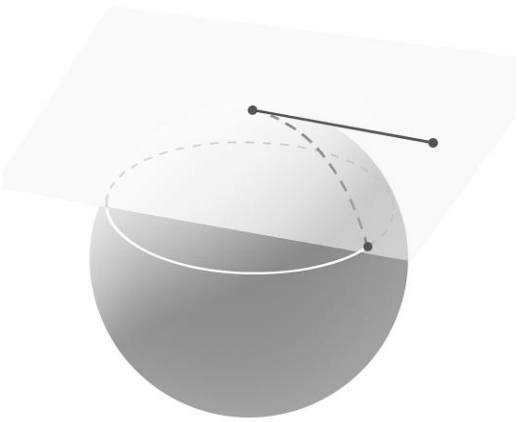
que dá origem a Geometria elíptica, também conhecida como Geometria Riemanniana. A geometria esférica, que é a geometria da Terra, é um modelo mais simples da Geometria Elíptica.

As geometrias não euclidianas possuem algumas diferenças da geometria euclidiana, além do 5º postulado de Euclides. Por exemplo, na Geometria Euclidiana, a soma dos ângulos internos de um triângulo é sempre igual a 180^o. Na Geometria hiperbólica, a soma é menor que 180^o, e na geometria elíptica é sempre maior.

Outra grande diferença é o fato que nas Geometrias não Euclidiana a razão da circunferência pelo diâmetro não ser igual a π . Como já foi mencionado, na Geometria esférica, essa razão é menor que π. Para entender o porquê disso, precisamos entender o conceito de Geodésica. No plano Euclidiano, sabemos a curva de menor distância que une dois pontos é uma reta, porém na Geometria da esfera, dois pontos não estão conectados por uma reta e sim por arcos de circunferências. A curva de menor distância que conecta dois pontos em uma esfera, chamada de Geodésica, é um arco de grande círculo, que são círculos desenhados na superfície da esfera com o mesmo centro da esfera. Como quaisquer dois grandes círculos se encontram em pelo menos dois pontos, então não existem "retas paralelas" na esfera

Vejamos como desenhamos círculo na superfície da terra. Fixado o centro, considere um plano tangente a Terra que contém esse ponto e desenhe um círculo no plano com esse centro. Projetando esse círculo para a superfície da Terra, vemos que na Terra ele terá um raio maior do que no plano, uma vez que a superfície da Terra se afasta do plano devido a sua curvatura.

Figura 4: Círculo desenhado na superfície da Terra



Fonte: Autoras

Quanto maior o círculo, maior será a diferença entre o raio no plano e raio na superfície, apesar do comprimento da circunferência permanecer o mesmo. Isso ocorre, porque quanto maior o círculo, mais o raio irá se curvar na superfície da Terra, que fica cada vez mais distante do plano. Da mesma forma, se compararmos o círculo desenhado no plano e o círculo desenhado na esfera, para um mesmo raio, vamos notar que o círculo desenhado no plano é maior. Assim, o comprimento da circunferência no plano dividido pelo diâmetro do círculo é maior do que o comprimento da circunferência na esfera dividido pelo diâmetro, ou seja

ISSN: 2358-8829

$$\frac{\text{Comprimento da circunferência}}{\text{diâmetro}} < \pi.$$

Quanto maior o círculo, maior será essa diferença. Como o nosso planeta é enorme, tem um raio de aproximadamente 6.371 km, então na prática a gente não consegue desenhar círculos grandes o suficiente na superfície a ponto de notar essa diferença. Os círculos que conseguimos são tão pequenos que essa razão é sempre muito próxima de π.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Usando o Google Earth foi possível observar que, na superfície da Terra, a razão entre o comprimento de uma circunferência pelo seu diâmetro não é constante igual a π. Isso evidencia o fato que a Terra não é plana, uma vez que não obedece às propriedades da geometria Euclidiana.

O estudo de Geometrias não-euclidianas, em particular da Geometria Esférica, é importante forma de compreender melhor o mundo físico. As rotas de aviações, posicionamento de satélites de telecomunicação, fuso horário e coordenadas geográfica e construção de gráficos, são exemplos de problemas reais que levam em consideração a geometria da Terra.

Palavras-chave: Número pi, geometria esférica, Terra Plana

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Programa de Educação Tutorial – PTE/FNDE pelo apoio financeiro.

REFERÊNCIAS

DARIO, Douglas Francisco. *Geometrias não euclidianas: elíptica e hiperbólica no ensino médio*. 2014. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT) — Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco, 2014. Disponível em: http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/862

BARROS, Rafael Lameira; DE SÁ, Pedro Franco. INCRÍVEL HISTÓRIA DO NÚMERO PI. Revista História da Matemática para Professores, v. 8, n. 1, p. 1-11, 2022.