

APLICAÇÕES DA DERIVADA DE FUNÇÕES REAIS DE UMA VARIÁVEL: UMA ABORDAGEM VIA ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Igor Raphael Silva de Melo ¹
Misleide Silva Santiago ²

RESUMO

Este propõe uma abordagem de ensino das aplicações da derivada e da construção de gráficos de funções reais de uma variável, utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011). O objetivo é que os alunos desenvolvam a compreensão de conceitos matemáticos de forma prática e contextualizada, aplicando-os em situações reais. A proposta parte de um Problema Gerador, no qual os estudantes são desafiados a investigar, a partir de uma situação-problema como as derivadas influenciam o comportamento de funções. A resolução do problema envolve a análise de gráficos e a aplicação dos conceitos de derivada para determinar características como máximos, mínimos, pontos de inflexão e crescimento ou decrescimento de funções. A referida metodologia é central no processo, pois foca na resolução ativa de problemas, permitindo que os alunos se envolvam de maneira crítica e reflexiva com os conceitos matemáticos. O ensino é organizado de maneira a integrar teoria e prática, e a avaliação é contínua durante todo o processo, baseada no acompanhamento do desenvolvimento dos alunos durante a resolução dos problemas. Esse modelo busca não apenas a compreensão dos conteúdos, mas também o desenvolvimento de habilidades de análise e argumentação matemática. Espera-se que esta proposta apresente-se como uma alternativa de ensino em que os alunos, ao resolverem problemas de forma contextualizada, adquiram uma compreensão profunda e aplicada dos conceitos de derivada e da construção de gráficos, o que facilita o aprendizado de funções matemáticas e suas aplicações no mundo real.

Palavras-chave: Resolução de Problemas, Cálculo Diferencial e Integral, Educação Matemática no Ensino Superior.

INTRODUÇÃO

O ensino de Cálculo Diferencial e Integral, particularmente no que se refere às aplicações da derivada de funções reais de uma variável, constitui-se como um dos maiores desafios para professores e estudantes dos cursos das Ciências Exatas e de Licenciaturas. A compreensão conceitual dos temas relacionados às taxas de variação,

¹ Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual da Paraíba - UEPB, igor.rapha6@gmail.com;

² Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual da Paraíba - UEPB, misleide.santiago@gmail.com;



crescimento, decrescimento e comportamento gráfico das funções requer do discente uma postura investigativa e ativa diante do conhecimento.

Nesse contexto, repensar práticas pedagógicas tradicionais tornou-se essencial para promover um aprendizado significativo e contextualizado. Assim, este trabalho insere-se no campo da Educação Matemática no Ensino Superior, tendo como foco o ensino das aplicações da derivada por meio da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, conforme discutem Onuchic e Allevato (2011), propõe um processo didático em que o aluno é convidado a participar ativamente da construção do conhecimento matemático. Por meio de problemas geradores, contextualizados e desafiadores, os estudantes desenvolvem competências investigativas, argumentativas e reflexivas.

De acordo com D'Ambrosio (1996), ensinar Matemática deve ultrapassar a simples transmissão de técnicas e fórmulas, envolvendo o aluno em situações reais que demandem interpretação, diálogo e criticidade. Bassanezi (2002) reforça que o aprendizado significativo ocorre quando a matemática é ensinada de modo a se relacionar com fenômenos do mundo real, promovendo uma aprendizagem com sentido.

Neste trabalho, desenvolvido como uma proposta de pesquisa pedagógica no âmbito da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), Campus Campina Grande, buscou-se investigar como a aplicação da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode favorecer o aprendizado das aplicações da derivada em turmas de cursos de Licenciatura em Matemática, Física e Química, bem como no curso de Bacharelado em Estatística. O interesse em propor novas abordagens e perspectivas para o ensino de Cálculo está diretamente relacionado à necessidade de superar práticas centradas na memorização e na resolução mecânica de exercícios, oferecendo ao estudante um espaço de construção de conhecimento que integra ensino, avaliação e aprendizagem.

O objetivo geral deste estudo é propor e analisar uma experiência de ensino sobre as aplicações da derivada de funções reais de uma variável, utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, como estratégia para promover a compreensão conceitual e a aplicação prática desses conteúdos. Especificamente, pretende-se: (a) aplicar a metodologia em turmas de cursos de Licenciatura e Bacharelado da UEPB; (b) observar o engajamento e



Com base nesse delineamento, o presente artigo estrutura-se apresentando, inicialmente, a metodologia de pesquisa utilizada, seguida da análise dos resultados e discussão das observações realizadas. Ao final, são tecidas considerações acerca das contribuições e desafios da implementação da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas no contexto do ensino de Cálculo no Ensino Superior.

A pesquisa desenvolvida caracteriza-se como uma investigação de natureza qualitativa, do tipo pesquisa pedagógica, conforme definição de Bogdan e Biklen (1994), que afirmam que “os pesquisadores qualitativos estão interessados no processo e não simplesmente nos resultados ou produtos” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 48). Essa perspectiva busca compreender fenômenos educativos a partir da observação e da análise de práticas reais em contextos de ensino. Segundo Lüdke e André (1986), “a pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento” (p. 11), valorizando, portanto, a experiência, a interpretação e a interação social no processo investigativo. Nessa perspectiva, o estudo foi conduzido com base em uma abordagem reflexiva, interpretativa e formativa.

Os sujeitos participantes foram estudantes dos cursos de Licenciatura em Matemática, Física e Química, e do curso de Bacharelado em Estatística, da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), Campus Campina Grande. O pesquisador, também professor das disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral, atuou como mediador e observador do processo, configurando-se como professor-pesquisador. Conforme defende Zeichner (1993, p. 21), “a reflexão sobre a própria prática é uma condição essencial para que o professor se desenvolva profissionalmente”. Nessa mesma linha, Mizukami (2002, p. 89) destaca que “a pesquisa na ação docente possibilita compreender e transformar o cotidiano escolar, articulando teoria e prática no processo formativo”.



A coleta de dados foi realizada durante a aplicação de uma sequência de aulas planejadas com base na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. O desenvolvimento das atividades envolveu a apresentação de um problema gerador que introduzia o tema das aplicações da derivada, seguido de discussões coletivas, intervenções do professor-pesquisador e registros individuais e em grupo. De acordo com Onuchic e Allevato (2011, p. 35), “a resolução de problemas deve ser entendida como uma metodologia de ensino que coloca o aluno no centro do processo, integrando ensino, aprendizagem e avaliação em uma prática única e contínua”. A análise dos dados foi conduzida de modo descritivo e interpretativo, buscando identificar evidências de aprendizagem conceitual, de compreensão gráfica e de argumentação matemática.

Assim, a metodologia adotada permitiu investigar, de forma crítica e contextualizada, como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode contribuir para a formação de futuros professores e profissionais das áreas das Ciências Exatas, revelando seu potencial como ferramenta didática e investigativa no ensino de Cálculo no Ensino Superior.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Ensino-Aprendizagem de Derivadas através da Resolução de Problemas

O ensino de derivadas, quando desenvolvido sob a perspectiva da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, transcende a mera aplicação de regras e fórmulas. Ele se transforma em um espaço de construção coletiva do saber, onde o erro é compreendido como parte do processo e o diálogo matemático é a ponte entre o pensamento intuitivo e o formal. É nesse cenário que a sala de aula se torna laboratório de descobertas, e não apenas um lugar de reprodução de procedimentos.

Ao propor situações-problema voltadas às aplicações das derivadas, o professor-pesquisador assume o papel de mediador de significados. Cada problema é apresentado como um convite à investigação, instigando os alunos a mobilizarem seus conhecimentos prévios e suas experiências, para encontrar respostas que façam sentido no contexto da Matemática e da realidade. Essa atitude ressoa com as ideias de Onuchic



e Allevato (2014), que destacam a Resolução de Problemas como o “coração da atividade matemática”, capaz de promover a autonomia intelectual e o pensamento crítico.

Durante a aplicação dessa metodologia, observou-se que os estudantes dos cursos de Licenciatura em Matemática, Física e Química, bem como os do Bacharelado em Estatística, passaram a compreender as derivadas não apenas como um cálculo técnico, mas como uma linguagem de variações e movimentos. Os problemas apresentados, em sua maioria contextualizados e abertos, conduziam à reflexão sobre conceitos como taxa de variação, crescimento e decrescimento de funções, máximos e mínimos, e a interpretação de gráficos no estudo das aplicações das derivadas.

Inspirado nas diretrizes de Van de Walle (2001) e nas orientações do NCTM (2000), o trabalho prático com a Resolução de Problemas promoveu um ambiente de constante questionamento, colaboração e reconstrução conceitual. Ao invés de iniciar a aula pela exposição do conteúdo, os problemas foram apresentados antes da formalização teórica, permitindo que a dedução e a abstração surgissem da experiência prática, e não da imposição do conceito. Essa inversão metodológica contribuiu para um aprendizado mais ativo e significativo, conforme destacam Allevato e Onuchic (2014).

O professor-pesquisador atuou como guia e provocador intelectual, incentivando os alunos a argumentarem, testarem hipóteses, justificarem suas respostas e comunicarem seus raciocínios. A plenária, momento essencial na metodologia, revelou-se um espaço de socialização de saberes, onde os diferentes caminhos de resolução foram confrontados, discutidos e analisados coletivamente. Essa dinâmica fortaleceu a confiança dos estudantes, desenvolvendo o que Onuchic e Allevato (2011, p. 82) denominam de “poder matemático”, ou seja, a capacidade de pensar matematicamente e compreender o sentido dos conceitos envolvidos.

A formalização teórica, realizada após a plenária, foi o momento de síntese entre o fazer e o compreender. O conteúdo, agora ressignificado pela prática, ganhava outra dimensão: tornava-se fruto de uma construção compartilhada. O professor, então, sistematizava as ideias emergentes e as organizava em linguagem matemática formal, retomando o rigor sem desconsiderar o caminho trilhado. Assim, as regras de derivação, as aplicações em problemas de otimização e as interpretações gráficas foram consolidadas por meio da experiência vivida, e não apenas memorizadas.

No contexto da avaliação, o enfoque também se mostrou coerente com os pressupostos da metodologia. A avaliação não foi concebida como um evento isolado,



mas como um processo contínuo, integrado às etapas da resolução. Conforme apontam Pironel e Vallilo (2017), a avaliação nesse tipo de abordagem deve estar a serviço do desenvolvimento do estudante, não apenas da mensuração de resultados. Desse modo, a observação das interações, a análise dos registros individuais e coletivos e as discussões em plenária constituíram instrumentos valiosos para compreender o avanço cognitivo e conceitual dos participantes.

Nessa perspectiva, o ensino-aprendizagem de derivadas pela Resolução de Problemas aproxima-se de uma pedagogia da reflexão e da autoria. Os alunos não apenas aprendem derivadas, mas aprendem a pensar com elas, compreendendo sua aplicabilidade e beleza lógica. A Matemática, assim, é vivida como linguagem que explica o mundo e, simultaneamente, como exercício de criação. O ato de resolver problemas torna-se, então, uma experiência formadora — ética, estética e intelectualmente.

Esse movimento didático-pedagógico, por sua vez, dialoga com a concepção defendida por Melo (2021), ao afirmar que ensinar Matemática é também um ato de humanização, pois exige sensibilidade diante do outro e compromisso com o desenvolvimento integral do estudante. A Resolução de Problemas, nesse contexto, configura-se como uma metodologia que não apenas ensina conteúdos, mas forma sujeitos críticos, reflexivos e capazes de construir pontes entre o pensamento matemático e as realidades que os cercam.

Portanto, o trabalho com derivadas através da Resolução de Problemas revelou-se fértil em significados, promovendo aprendizagens profundas e colaborativas. A Matemática, nesse cenário, deixa de ser uma ciência de respostas prontas e passa a ser uma ciência de perguntas — um convite permanente à descoberta, ao erro produtivo e à reinvenção do saber.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A última parte do trabalho, também é considerada uma das mais importantes, tendo em vista que nesta sessão, deverão ser dedicados alguns apontamentos sobre as principais conclusões da pesquisa e prospecção da sua aplicação empírica para a comunidade científica. Também se abre a oportunidade de discussão sobre a necessidade de novas pesquisas no campo de atuação, bem como diálogos com as análises referidas ao longo do resumo.



Do ponto de vista metodológico, a sequência sugerida por Onuchic & Allevato revelou-se robusta e eficaz quando seguida com flexibilidade reflexiva. Destacam-se, com ênfase, as seguintes etapas: (1) preparação do problema — seleção de um problema gerador que exponha os aspectos essenciais do conteúdo sem tê-lo formalmente trabalhado; (2) leitura individual e em grupo — que permite a apropriação inicial e a emergência de questões; (3) resolução em grupos — espaço de cognição social onde hipóteses e estratégias florescem; (4) observação e incentivo do professor-pesquisador — papel de mediador que fomenta alternativas, corrige rumos e apoia a transposição da linguagem cotidiana para a linguagem matemática; (5) registro e plenária — momentos cruciais de externalização, confronto de ideias e argumentação coletiva; (6) formalização — sistematização do conhecimento construída; e (7) proposição de novos



problemas — extensão que garante aprofundamento e consolidação. A avaliação integrada, contínua e formadora acompanhou todo o processo, oferecendo dados ricos para retroalimentar a prática docente e subsidiar intervenções pedagógicas imediatas.

Reconhecem-se, contudo, limites: a generalização dos resultados exige estudos com amostras maiores e variação de contextos; a intensidade do trabalho requer formação e planejamento docente que nem sempre estão disponíveis; e algumas resistências culturais à mudança metodológica persistem. Ainda assim, a proposta demonstrou ser uma alternativa promissora para a formação de professores, pois articula saberes procedimentais e conceituais, favorece a argumentação matemática e reconstrói a relação entre teoria e prática.

Por fim, sugere-se a continuidade de pesquisas que investiguem estratégias avaliativas específicas dentro desse roteiro, a formação continuada de professores para a implementação plena da metodologia e a integração de recursos tecnológicos como suporte à visualização e experimentação das aplicações de derivadas. Assim, o ensino de Cálculo pode ser revitalizado como um espaço investigativo e formativo, onde aprender é sobretudo fazer sentido.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, Norma S.; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Resolução de problemas: coração da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática. In: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma S.; PIRONEL, Márcia; FERNANDES, S. H. (orgs.). **Resolução de problemas: teoria e prática**. Campinas: Mercado de Letras, 2014. p. 51–94.

BOYER, Carl Benjamin. **História da matemática**. Tradução de Elza Gomide. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio – Matemática. Brasília: MEC/SEMTEC, 1999.

D'AMORE, Bruno; GODOY, Edilene. Didática da Matemática: uma análise da formação e do ensino. Campinas: **Papirus**, 2008.



GIL, Antônio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2019.

KRULIK, Stephen; RUDNICK, Jesse A. **The new sourcebook for teaching reasoning and problem solving in elementary school**. Boston: Allyn and Bacon, 2005.

LIBÂNEO, José Carlos. Didática. 2. ed. São Paulo: Cortez, 1994.

LIMA, Elon Lages. **Curso de Análise**: volume 1. Rio de Janeiro: IMPA, 2004.

MARTINS, José de Souza; BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. **Educação e pesquisa qualitativa**: ensaios e debates. São Paulo: Cortez, 2016.

MELO, Igor Raphael Silva de. **Equações diferenciais ordinárias na formação inicial de professores de matemática através da resolução de problemas**. (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, Campus I- Campina Grande, 2021.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Resolução de problemas no ensino-aprendizagem de Matemática: uma proposta de trabalho. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (org.). **Pesquisa em Educação Matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999. p. 199–218.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma S. A resolução de problemas como metodologia de ensino, aprendizagem e avaliação. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 79–101, 2011.

PIRONEL, Márcia; VALLILO, Cláudia. Avaliação e resolução de problemas: novas perspectivas para o ensino e aprendizagem da Matemática. In: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma S. (orgs.). **Resolução de problemas**: teoria e prática. Campinas: Mercado de Letras, 2017. p. 115–138.

REIS, José Claudio. A aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Superior: obstáculos epistemológicos e didáticos. Belo Horizonte: **Autêntica**, 2015.

SHIMIZU, Yutaka. Problem solving as a teaching method in mathematics education in Japan. **ZDM – Mathematics Education**, v. 35, n. 6, p. 239–244, 2003.

SILVA, Maria Aparecida V. O ensino de Cálculo no contexto universitário: desafios e perspectivas pedagógicas. **Revista Brasileira de Educação Matemática**, v. 29, n. 2, p. 45–60, 2022.

VAN DE WALLE, John A. **Elementary and Middle School Mathematics**: Teaching Developmentally. 4. ed. New York: Longman, 2001.

VILLANI, Alberto; ARRUDA, Sergio de Mello. O ensino de ciências e a pesquisa em sala de aula. Campinas: **Papirus**, 2008.

