

EXPLORANDO UMA PERSPECTIVA QUALITATIVA ACERCA DO ENSINO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAL ORDINÁRIAS

Ana Carla Pimentel Paiva¹
Francisco Régis Vieira Alves²

RESUMO

As Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs) desempenham papel central na modelagem de fenômenos naturais e artificiais, abrangendo desde o crescimento populacional até sistemas físicos e tecnológicos complexos. Tradicionalmente, o estudo das EDOs concentra-se em soluções analíticas ou numéricas; contudo, abordagens qualitativas têm se mostrado fundamentais para compreender o comportamento global das soluções sem recorrer à forma explícita. Diversos trabalhos discutem o viés qualitativo no ensino e na análise de EDOs, mas ainda não há uma definição formal consolidada desse enfoque no contexto específico das EDOs. Este estudo busca preencher essa lacuna, propondo uma delimitação conceitual para o que denominamos abordagem qualitativa das EDOs, integrando fundamentos teóricos, metodológicos e didáticos. A pesquisa adota a Engenharia Didática (ED) como metodologia de investigação, estruturando as etapas de análise preliminar, concepção, experimentação e validação de situações didáticas voltadas à exploração qualitativa das EDOs. A visualização gráfica é utilizada como eixo articulador dessa abordagem, favorecendo a compreensão de propriedades como estabilidade, periodicidade e sensibilidade às condições iniciais. O software GeoGebra é empregado como ferramenta central para a construção de campos direcionais, curvas integrais e retratos de fase, permitindo ao estudante explorar interativamente o comportamento das soluções e os efeitos de diferentes parâmetros no sistema. Assim, o trabalho busca não apenas caracterizar conceitualmente o estudo qualitativo das EDOs, mas também discutir suas implicações pedagógicas e potencialidades para o ensino, destacando como a integração entre visualização, tecnologia e análise qualitativa pode promover uma compreensão mais intuitiva e profunda das dinâmicas matemáticas envolvidas.

Palavras-chave: Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs), Ensino, Estudo Qualitativo, Engenharia Didática, Geogebra.

INTRODUÇÃO

O ensino de Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs) é fundamental na formação em Matemática e áreas aplicadas. No entanto, diversos estudos indicam que os estudantes enfrentam dificuldades na compreensão conceitual das soluções, limitando-se à aplicação mecânica de procedimentos simbólicos (Rasmussen, 2001; Javaroni, 2007; Arslan, 2005).

Essas lacunas apontam para a necessidade de práticas didáticas que promovam uma articulação entre teoria, representação gráfica e interpretação qualitativa. Nesse

¹ Doutorada do programa de Ensino em Rede – RENOEM, polo IFCE- fortaleza, carlapimentel00@gmail.com

² Doutor com ênfase no ensino de Matemática pela Universidade Federal do Ceará, fregis@ifce.edu.br;



contexto, a investigação do ensino de EDOs deve considerar não apenas a resolução algébrica, mas também a compreensão das propriedades, comportamentos e relações entre as soluções, de modo a favorecer um raciocínio matemático mais profundo e integrado.

O presente trabalho busca contribuir para essa perspectiva ao propor uma definição de estudo qualitativo no ensino de EDOs, explorando como múltiplas representações e abordagens visuais podem ser articuladas para promover a compreensão conceitual. Mais especificamente, o estudo fundamenta-se na abordagem do Estudo Qualitativo baseado na Visualização (EQV), que enfatiza a visualização como recurso central para a interpretação e análise das soluções, articulando dimensões aritmética, algébrica e geométrica.

Diante disso, o objetivo deste artigo é apresentar uma proposta conceitual de estudo qualitativo para o ensino de EDOs, estabelecendo bases teóricas para pesquisas futuras que investiguem o uso de ferramentas visuais, como softwares matemáticos, na promoção da aprendizagem qualitativa.

Assim relevância deste trabalho reside na tentativa de preencher uma lacuna identificada na literatura, na qual os estudos anteriores sobre ensino de EDOs integraram abordagens numéricas, gráficas e analíticas, mas não formalizaram a definição de um estudo qualitativo como objeto de investigação pedagógica

METODOLOGIA

A pesquisa apoia-se na Engenharia Didática (ED), metodologia proposta por Artigue (1996, 2020), reconhecida por sua pertinência na investigação e experimentação de práticas pedagógicas em Matemática. A ED organiza-se em quatro fases inter-relacionadas, que orientam a análise, planejamento, implementação e avaliação de intervenções pedagógicas, permitindo compreender os processos de ensino-aprendizagem e sistematizar práticas inovadoras, especialmente no contexto do ensino de Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs).

Na primeira fase, denominada Análise Prévia, realiza-se uma observação crítica do conteúdo e do conhecimento prévio dos estudantes sobre EDOs, identificando variáveis didáticas e fatores que influenciam a construção do ensino. Consideram-se os objetivos da pesquisa e a transposição didática do conteúdo, de modo a compreender o contexto educacional e subsidiar a concepção de situações didáticas adequadas (Artigue,2020).



Nesta etapa, o conceito de estudo qualitativo no ensino de matemática serve como base teórica para orientar a definição do estudo qualitativo no contexto do ensino de Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs). Esse tipo de estudo envolve a análise das propriedades, comportamentos e relações entre objetos matemáticos, utilizando diferentes representações e técnicas formais. Este trabalho se restringe à primeira fase da Engenharia Didática, focando na análise preliminar e no desenvolvimento do conceito de estudo qualitativo aplicado ao ensino de EDOs.

Conforme Artigue (2020) a segunda fase, Concepção e Análise a Priori, consiste no planejamento das situações didáticas e sequências de ensino. Esta etapa envolve a análise das escolhas pedagógicas e a previsão do desenvolvimento do processo de aprendizagem.

O conceito de estudo qualitativo no ensino de EDOs orientará a definição de tarefas que integrem dimensões aritmética, algébrica e geométrica, bem como representações visuais, numéricas e simbólicas, favorecendo o desenvolvimento do raciocínio qualitativo e a construção de compreensão conceitual mais sólida.

A terceira fase do processo, denominada Experimentação, envolve a implementação prática do planejamento didático em ambientes de ensino reais ou simulados. O objetivo central é observar as interações dos estudantes com o conteúdo e coletar dados detalhados sobre seu desempenho e nível de compreensão (Artigue,2020).

Nesse contexto, a incorporação de *softwares* e recursos visuais é particularmente relevante, pois, como aponta Arslan (2005), facilita a visualização do comportamento das soluções de EDOs e, conseqüentemente, estimula a reflexão crítica dos alunos sobre os conceitos envolvidos.

Por fim, a quarta fase, Análise a Posteriori e Validação, envolve a interpretação dos dados coletados, avaliação do processo e validação do plano didático. Os resultados são confrontados com os objetivos iniciais, permitindo ajustes e refinamentos das práticas propostas. Aspectos éticos serão respeitados, garantindo anonimato e confidencialidade, bem como a utilização responsável de imagens e construções digitais para fins científicos e didáticos.

Dessa forma, a metodologia da ED fornece uma estrutura robusta para futuras investigações e intervenções pedagógicas, ao mesmo tempo em que o presente estudo se concentra na primeira fase, oferecendo uma base conceitual e teórica para o desenvolvimento do estudo qualitativo aplicado ao ensino de EDOs.



Diante disso, o próximo passo consiste em apresentar o referencial teórico, no qual se discutem de forma detalhada os estudos prévios sobre o ensino de EDOs, a relevância das abordagens gráficas e visuais, e a fundamentação do EQV como proposta conceitual central deste trabalho.

REFERENCIAL TEÓRICO

Na Matemática pura, A Teoria Qualitativa das Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs) constitui um campo fundamental e consolidado na Matemática pura, distinguindo-se da abordagem clássica pela busca de soluções analíticas explícitas (Barreira e Valls, 2012).

Conforme Barreira e Valls (2012), este ramo dedica-se primordialmente à análise do comportamento das soluções de EDOs no espaço de fase, sem a necessidade de determinar sua forma funcional exata. Em vez de se concentrar na manipulação algébrica para obtenção de fórmulas resolutivas, a Teoria Qualitativa emprega um arsenal sofisticado de ferramentas oriundas da Análise Matemática e da Topologia.

Portanto, no âmbito da matemática pura o objetivo central seria inferir propriedades globais e locais das soluções, tais como estabilidade, periodicidade e comportamento assintótico. Assim, escopo desta teoria é vasto e complexo, abrangendo tópicos avançados que incluem a análise de equações lineares, o uso de funções de Lyapunov, conjugações topológicas, o estudo de variedades invariantes, a dinâmica de equações no plano, a teoria de bifurcações, formas normais e sistemas hamiltonianos.

A relevância da Teoria Qualitativa Matemática de EDOs reside, portanto, em sua capacidade de fornecer *insights* profundos sobre a dinâmica dos sistemas modelados por EDOs, especialmente em situações onde a obtenção de soluções exatas é impraticável.

Em relação ao ensino dos conceitos de EDOs, a transposição didática tem sido um desafio constante, frequentemente marcada pela ênfase excessiva na resolução algorítmica e na manipulação simbólica (Dullius; Veit e Araújo, 2013).

Em contrapartida, a literatura especializada em ensino de EDOs tem convergido para a necessidade de incorporar a perspectiva qualitativa, potencializada pelo uso de tecnologias. Neste contexto, a abordagem gráfica e visual demonstra ser um recurso didático de grande valia para a elucidação de conceitos complexos.

Javarone (2007) evidenciou que a visualização permite ao estudante estabelecer conexões significativas entre diferentes registros de representação matemática (gráficos, numéricos e simbólicos), promovendo um aprendizado mais integrado e conceitual, que transcende a memorização de procedimentos.



De maneira complementar, Arslan (2005) investigou o impacto da integração de softwares e recursos tecnológicos no ensino de EDOs, destacando que o uso de ferramentas digitais favorece a visualização do comportamento das soluções, o que, por sua vez, estimula a reflexão crítica dos estudantes sobre os conceitos matemáticos subjacentes. A visualização do campo de direções, por exemplo, permite que o aluno compreenda a dinâmica das soluções sem a necessidade imediata de integrar a equação.

Em consonância com essa linha de pesquisa, diversos trabalhos prévios, incluindo Rasmussen (2001), Dullius, Araújo e Veit (2011), Dullius, Veit e Araújo (2013), Lozada et al. (2021) e Naamaoui, Chergui & El Wahbi (2022), exploraram o ensino e as dificuldades de aprendizagem de EDOs, propondo, inclusive, a integração de abordagens gráficas, numéricas e analíticas.

Apesar da relevância e da profundidade dessas contribuições, observa-se uma lacuna recorrente e significativa nos estudos: a ausência de uma definição formal e estruturada para o estudo qualitativo aplicado ao contexto didático do ensino de Equações Diferenciais Ordinárias. O simples uso de recursos visuais não caracteriza, por si só, uma abordagem qualitativa sistemática, sendo necessário um arcabouço teórico e metodológico que formalize e direcione essa prática de modo consistente.

Diante da necessidade de sistematizar as práticas de ensino qualitativo e visual, e de preencher a lacuna identificada na literatura, surge o Estudo Qualitativo baseado na Visualização (EQV).

Esta formalização teórico-metodológica articula e expande as contribuições existentes, conferindo ao uso sistemático de representações visuais um papel central na compreensão conceitual das EDOs.

O EQV fundamenta-se na premissa de que a visualização é o recurso primordial para o desenvolvimento do raciocínio qualitativo. Ao enfatizar o uso de representações visuais, o EQV permite que o estudante articule de forma robusta os registros gráfico, numérico e simbólico, concentrando-se nas propriedades e no comportamento das soluções, e não apenas na técnica de resolução.

Destarte, o EQV visa transcender as limitações de um ensino centrado na resolução mecânica e algorítmica de equações, promovendo o desenvolvimento do raciocínio qualitativo.

Portanto, afim de promover uma compreensão abrangente e multifacetada das soluções de EDOs, definiremos o EQV como uma integração de três dimensões fundamentais de análise: aritmética, algébrica e geométrica (visual).



Em que a dimensão aritmética foca na análise de valores discretos e aproximações numéricas, permitindo a exploração do comportamento local das soluções e o entendimento dos métodos numéricos de resolução. A dimensão algébrica concentra-se na análise da forma simbólica da equação e de suas propriedades analíticas, fundamentando a manipulação formal e a compreensão das condições de existência e unicidade das soluções.

Por fim, a dimensão geométrica (visual), por meio da análise de gráficos, campos de direções e retratos de fase, proporciona a compreensão global e qualitativa do comportamento das soluções, inferindo propriedades como estabilidade e periodicidade.

A articulação dessas três dimensões permite que o estudante promova uma análise crítica e reflexiva, explorando interativamente as representações e obtendo uma compreensão mais profunda do comportamento das soluções de EDOs.

O EQV, portanto, representa um esforço de sistematização das práticas de ensino qualitativo, formalizando a integração de múltiplas representações, o raciocínio qualitativo e o uso de recursos tecnológicos. Dessa forma, esta proposta teórico-metodológica oferece um arcabouço sólido para o planejamento e a execução de intervenções pedagógicas, fortalecendo a compreensão conceitual e consolidando práticas de ensino inovadoras que priorizam a visualização e a análise qualitativa, promovendo um ensino de EDOs mais reflexivo e interativo.

O EQV propõe, por conseguinte, uma abordagem consistente para o desenvolvimento de competências conceituais em Matemática, reforçando a articulação entre diferentes registros e fomentando a análise crítica, elementos essenciais para a formação de um profissional capaz de aplicar o conhecimento matemático em contextos reais.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

O presente estudo, inserido no rigor metodológico da Engenharia Didática (ED), concentrou-se inicialmente na Análise Preliminar do ensino de Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs). Esta fase, de natureza diagnóstica e exploratória, teve como objetivo principal a observação crítica do cenário de ensino-aprendizagem e a identificação de elementos cruciais para a formalização do Estudo Qualitativo baseado na Visualização (EQV), a proposta teórico-metodológica central deste trabalho.

Os resultados desta análise preliminar indicam que o ensino tradicional de Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs) permanece fortemente centrado em abordagens



algébricas e procedimentais, com ênfase na manipulação simbólica e na obtenção de soluções analíticas.

Em oposição a essa predominância formal, a interpretação geométrica e a compreensão conceitual do comportamento das soluções têm recebido atenção reduzida, o que evidencia um desequilíbrio entre a técnica e a compreensão conceitual. Essa constatação confirma a lacuna apontada na literatura (Rasmussen, 2001; Lozada et al., 2021) quanto à ausência de uma sistematização teórico-metodológica voltada ao estudo qualitativo no ensino de EDOs.

A principal contribuição desta fase da Engenharia Didática consiste, portanto, na formalização do Estudo Qualitativo com aporte na Visualização (EQV), que emerge como resposta estruturada à lacuna didática identificada. O EQV configura-se como um arcabouço teórico-metodológico destinado a sistematizar a abordagem qualitativa no ensino de EDOs, distinguindo-se das iniciativas anteriores (Arslan, 2005; Javarone, 2007) por propor uma estrutura conceitual coesa e articulada. Sua formalização integra explicitamente as três dimensões de análise aritmética, algébrica e geométrica, em um modelo que privilegia a compreensão e a interpretação do fenômeno em detrimento da mera execução de procedimentos algébricos.

Ao incorporar a dimensão geométrica como elemento central, o EQV transforma a visualização de um simples recurso ilustrativo em um verdadeiro instrumento de raciocínio, permitindo ao estudante estabelecer conexões significativas entre o comportamento gráfico das soluções e as propriedades algébricas e aritméticas das equações. Assim, o EQV consolida-se como uma proposta teórico-metodológica com potencial para reconfigurar o ensino de EDOs, promovendo a integração entre visualização, interpretação e formalização matemática.

Os resultados obtidos nesta etapa inicial da Engenharia Didática oferecem subsídios teóricos e metodológicos para o avanço da pesquisa, especialmente para a fase subsequente de concepção e análise a priori que prevê-se a elaboração de situações didáticas.

Assim, esta investigação evidenciou o potencial do EQV como instrumento de reconfiguração do ensino, sustentado pela articulação entre visualização, interpretação e rigor formal.

CONSIDERAÇÕES FINAIS



Neste trabalho, foi possível definir formalmente o Estudo Qualitativo baseado na Visualização (EQV) como um arcabouço teórico-metodológico voltado ao ensino de Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs). O EQV articula de forma sistemática as dimensões algébrica, aritmética e geométrica, enfatizando a utilização de representações visuais para favorecer a compreensão conceitual e o desenvolvimento do raciocínio qualitativo dos estudantes.

Embora este estudo tenha se concentrado na definição e formalização do EQV, etapas futuras incluem a elaboração e aplicação de situações didáticas que permitam implementar efetivamente essa abordagem, correspondendo à fase de experimentação da Engenharia Didática. A aplicação prática do EQV permitirá avaliar seu potencial em sala de aula, explorando de forma interativa as múltiplas dimensões da aprendizagem de EDOs e consolidando a articulação entre visualização, interpretação e formalização matemática. A última parte do trabalho, também é considerada uma das mais importantes, tendo em vista que nesta sessão, deverão ser dedicados alguns apontamentos sobre as principais conclusões da pesquisa e prospecção da sua aplicação empírica para a comunidade científica. Também se abre a oportunidade de discussão sobre a necessidade de novas pesquisas no campo de atuação, bem como diálogos com as análises referidas ao longo do resumo.

AGRADECIMENTOS

O primeiro autor agradece a Fundação Cearense de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico – FUNCAP e o segundo autor agradece ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, uma entidade ligada ao Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovações- CNPQ pelo incentivo à pesquisa no Brasil.

REFERÊNCIAS

ARSLAN, Salahattin; LABORDE, Colette. Un outil favorisant le jeu de cadres: Cabri. Une étude de cas dans l'apprentissage des équations différentielles. In: *Actes du Colloque Européen ITEM*, 2003, Reims, France. Disponível em: <http://edutice.archivesouvertes.fr/docs/00/05/41/73/PDF/co26th1.pdf>. Acesso em: 3 ago. 2023.

ARTIGUE, Michelle. Ingénierie didactique. In: BRUN, J. *Didactiques des Mathématiques*. Paris: Delachaux et Niestlé, 1996. p. 243–264.

ARTIGUE, Michelle. Metodologias de pesquisa em didática das matemáticas: ou em sommas-nous? *Educação Matemática Pesquisa*, v. 22, n. 2, p. 025–064, 2020.



BARREIRA, Luís; VALLS, Claudia. **Equações Diferenciais: Teoria Qualitativa**. Lisboa: IST Press, 2012.

DULLIUS, M. M.; ARAÚJO, I. S.; VEIT, E. A. Teaching and learning of differential equations with graphical, numerical and analytical approach: an experience in engineering courses. **Bolema**, v. 24, n. 38, p. 17-42, 2011. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/289811919_Teaching_and_Learning_of_Differential_Equations_with_Graphical_Numerical_and_Analytical_Approach_an_experience_in_Engineering_courses. Acesso em: 21 out. 2025.

DULLIUS, Maria Madalena; VEIT, Eliane Angela; ARAÚJO, Ives Solano. Dificuldades dos alunos na aprendizagem de equações diferenciais ordinárias. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 6, n. 2, p. 207–228, 2013.

JAVARONI, Sueli Liberatti. **Abordagem geométrica: possibilidades para o ensino e aprendizagem de Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias**. 2007. 231 f. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, 2007.

LOZADA, Esperanza; GUERRERO-ORTIZ, Carolina; CORONEL, Anibal; MEDINA, Rigoberto. Classroom methodologies for teaching and learning ordinary differential equations: a systemic literature review and bibliometric analysis. **Mathematics**, v. 9, n. 7, p. 745, 2021.

RASMUSSEN, Chris L. New directions in differential equations: a framework for interpreting students' understandings and difficulties. **The Journal of Mathematical Behavior**, v. 20, n. 1, p. 55–87, 2001.

