

O DESENVOLVIMENTO HISTÓRICO DA OPERAÇÃO DE ADIÇÃO DE NÚMEROS NATURAIS E ALGUMAS POSSIBILIDADES DE SUA UTILIZAÇÃO PARA O ENSINO

Aldenora Perrone Amador¹
Ellen Cristina Carvalho Rodrigues²
Pedro Franco de Sá³

RESUMO

A primeira parte trata-se de uma revisão bibliográfica apoiada nos estudos de autores com trabalhos consolidados no âmbito da história da matemática, com o objetivo de comparar como se deu a sistematização da operação de adição ao longo da história, e para que este comparativo possa subsidiar posteriormente o trabalho docente. Seguimos então numa perspectiva de ensino transformadora que busca qualificar o ensino de matemática, apoiados nos aportes teóricos da educação matemática, usando as tendências em educação matemática como suporte metodológico. Uma outra vantagem da utilização da história da matemática como uma metodologia para o ensino, de forma específica nesta pesquisa da operação de adição de números naturais, é a desmistificação dessa ciência como um compilado de algoritmos que resultaram da criação engenhosa e casual de alguns estudiosos, sem relação com interesses e/ou necessidades relacionadas ao contexto social que se deu essa invenção.

Palavras-chave: História da matemática, Educação matemática, Ensino de adição.

Breve introdução

O presente trabalho pretende trazer uma evolução histórica dos processos de resolução da operação de adição de números naturais, buscando salientar o contexto social, econômico e cultural que os algoritmos utilizados ao longo dos tempos surgiram, e na maioria dos casos para resolver problemáticas daquela sociedade, sendo este um elemento que potencialmente trará significado para o aluno, e consequentemente poderá ser utilizado em sala de aula como uma metodologia catalisadora do ensino/aprendizagem.

A primeira parte trata-se de uma revisão bibliográfica apoiada nos estudos de autores com trabalhos consolidados no âmbito da história da matemática, dentre eles Eves (2004), Ifrah (1995), Boyer (1996), e Smith (1953), com o objetivo de comparar como se deu a sistematização da operação de adição ao longo da história, e para que este comparativo possa

¹ Doutoranda em Educação da Universidade do Estado do Pará – UEPA, aldenora.perrone@ifpa.edu.br;

² Doutoranda em Educação da Universidade do Estado do Pará – UEPA, ellencarvalho@gmail.com;

³ Professor doutor do programa de pós-graduação em educação-UEPA, pedro.sa@uepa.br.



subsidiar posteriormente o trabalho docente.

Seguimos então numa perspectiva de ensino transformadora que busca qualificar o ensino de matemática, apoiados nos aportes teóricos da educação matemática, usando as tendências em educação matemática como suporte metodológico, e sobre a importância desta abordagem Menezes (2013) nos aponta,

Conhecer uma ciência prescinde de conhecer a história desta ciência. Isto permite compreender as circunstâncias sócio-econômico-culturais que levaram à produção desse ou daquele conhecimento. Surge então, a urgente e real necessidade em inserir a história e filosofia da ciência, especificamente a história da matemática no ensino dos diversos níveis de escolaridade como forma de conceber a ciência vinculada com a cultura contemporânea, como também compreender a ciência dentro de uma concepção epistemológica, desvinculada de uma história fragmentada em nomes, datas e anedotas. (MENEZES, 2013, p. 2)

Podemos observar com os destaques da autora que se por um lado a aprendizagem do aluno será facilitada, pois será inserido um significado para aquele algoritmo, por outro temos também ganhos para o professor que poderá de forma densa e detalhada verificar como se deu a evolução dos processos de operacionalização da adição, aqui em particular, ao longo da história como se deu a organização do raciocínio humano, podendo o educador projetar essas lógicas para o pensar dos alunos.

Uma outra vantagem da utilização da história da matemática como uma metodologia para o ensino, de forma específica nesta pesquisa da operação de adição de números naturais, é a desmistificação dessa ciência como um compilado de algoritmos que resultaram da criação engenhosa e casual de alguns estudiosos, sem relação com interesses e/ou necessidades relacionadas ao contexto social que se deu essa invenção. Ifrah (1995) alertava que uma nova descoberta certamente não resistiria caso não respondesse à demanda social de uma determinada civilização.

Surgimento histórico da adição de números naturais

A dificuldade recorrente, que boa parte dos professores de matemática da educação básica possuem, em fazer outras abordagens para o ensino das operações fundamentais, dentre elas a adição, que consigam ir além do que propõem os livros didáticos, está muita das vezes relacionada a falta de material científico que embasse a sua explicação. “O problema é que existem algumas publicações destinadas aos alunos onde não se dá maiores explicações de como a humanidade ali chegou.” (SILVA, 2016, p. 16)

Entender como se deu o processo histórico para a obtenção do algoritmo da adição que usamos hoje significa, muita das vezes, responder questões básicas e recorrentes na sala de aula,



como por exemplo o do porquê dizemos que “vai um” e não “vai uma dezena” ou “vai uma centena”. E assim também problematizarmos se seria possível utilizar outras maneiras de calcular a adição de números naturais, e quais as potencialidades e limitações destas outras possibilidades?

Faremos neste tópico um levantamento bibliográfico com o intuito de desvendar os diversos algoritmos da adição ao longo da história, com o intuito de oferecer esse material como um apoio para o professor durante suas atividades de ensino.

Não podemos compreender o desenvolvimento histórico dos algoritmos da adição sem discorrermos acerca da evolução dos dispositivos que surgiram ao longo dos tempos desde os que tinham como função efetuar registros, tais como o papiro ou as placas de argila, até os que eram para efetuar tais cálculos, visto que antes de abstrair foi de forma concreta, manipulando objetos e artefatos que se deu sua gênese, e algumas civilizações como os gregos, etruscos e os romanos, dada a complexidade de seus sistemas de numeração, só realizaram as operações aritméticas utilizando ábacos, e no caso das operações de adição e subtração tivemos o apoio também das mesas de contar em algumas sociedades.

Ifrah (1995) nos aponta os precursores, na Mesopotâmia no IV milênio a.c., da utilização de argila não somente para a construção para fins materiais, mas também do que ele chamou de construção do pensamento humano.

Uma tal aritmética concreta que, como vamos ver, certamente existiu na região, só pode ter derivado do método arcaico do “monte de pedras” empregado com fins numéricos. Universalmente verificado, esse método sabidamente desempenhou um papel muito importante na história da aritmética – ainda mais notável pelo fato de que foram as pedras que permitiram ao homem iniciar-se na arte de efetuar operações. E quando dizemos “cálculo”, a própria palavra nos remete ao procedimento vindo do fundo das eras [...] Como os gregos e os romanos ensinavam seus filhos a contar e a efetuar cálculos com o auxílio de pedrinhas, bolas, fichas, peões e até mesmo pedras de cal, a palavra veio finalmente a designar qualquer uma das operações aritméticas elementares (adição, subtração, multiplicação, divisão etc.). (IFRAH, 1995, p. 191)

As necessidades práticas maiores dos Sumérios, como podemos verificar a partir da complexidade dos documentos econômicos encontrados, exigiram a substituição dos “calculi”, até então utilizado, por um instrumento mais dinâmico e que correspondesse as modificações que aquela sociedade estava passando, e é neste contexto que o ábaco possibilitou resolver adições cada vez mais complexas.

Silva (2016) nos aponta a utilização de ábacos pelos babilônios e egípcios para realizar a adição. O autor ainda aponta a utilização deste instrumento para efetuar adições pelos romanos visto a grande complexidade que era manipular os seus algarismos, dificultando com que a



tarefa dos contadores romanos fosse feita de forma mais precisa. Ifrah (2016) nos aponta também a utilização de material concreto para a realização da adição pela sociedade chinesa, por volta do século IX de nossa era, trata-se do ch'ou, que na tradução literal significa “fichas de cálculo”.

O ch'ou era constituído de pedaços de bambu ou de marfim, dispostos em uma mesa em formato de xadrez, que seria uma espécie de ábaco, e que permitia ao chineses realizar não somente a adição, mas também a subtração, a multiplicação, a divisão, e ainda a potenciação, bem como a extração de raízes quadradas ou cúbicas. Este instrumento foi muito utilizado devido o sistema de numeração chinês da época não ter sido pensado para fins de cálculo. Para efetuar o cálculo da adição o procedimento era bem simples, bastava representar o número referente às parcelas nos quadriculados, e depois reunir os bastões coluna por coluna.

Ifrah (2016) destaca também outras sociedades que recorreram a tais aparatos concretos, de forma mais contemporânea temos o ábaco russo, o Stchoty, o ábaco francês que foi muito utilizado nas escolas no século XIX, os incas da América do Sul também lançaram mão de tal invento, o quipu, além de utilizarem grãos e pedras como auxiliares para os cálculos aritméticos. O autor finaliza que o ábaco japonês, conhecido como soroban, no final da segunda guerra mundial, finaliza o advento dos utensílios mecânicos e não eletrônicos utilizados como apoio para os cálculos.

A adição é uma operação mais básica, quase que intuitiva, para os números naturais, pois dado um natural a , temos que o seu consecutivo será $a + 1$. E definiremos aqui para fins conceituais, que dado um número natural a , podemos deslocá-lo b unidades para a direita, obtendo o número também natural $a + b$, chamamos então essa operação de adição, e o número obtido $a + b$ será a soma do número a com o número b .

Moraes (2015) reforça que os materiais concretos, em sua maioria ábacos, foram os mais utilizados para realização de cálculos de adição até meados do século XVI, mas já no século XV temos registros escritos de processos de operacionalização desta operação e que se aproximam do nosso algoritmo atual., como por exemplo os registros encontrados no “the earliest arithmetics in english” cuja a autoria é desconhecida.

Já os egípcios realizavam a adição sem muita dificuldade, Ifrah (2016) descreve que bastava sobrepor os valores, em seguida era feito a soma dos caracteres iguais, e cada dez caracteres semelhantes era substituído pelo caractere da classe imediatamente superior, como podemos observar no exemplo abaixo.

Exemplo de adição realizada pelos egípcios



Fonte: Ifrah, 2016, p. 365

Porém o mesmo autor traz apontamentos que indicam a utilização da operação adição em momentos anteriores, e com denominações diferentes. Por exemplo, o autor nos aponta o termo “agregação” utilizado por um escritor do século XIII, o próprio Fibonacci na obra citada acima utiliza as expressões “composição” ou “coleção”. De acordo com Smith (1953) é possível encontrar nos primeiros livros a serem impressos a palavra “soma” já como sinônimo de adição. Moraes (2015) aponta como um dos primeiros registros acerca da operação adição a tabuleta de argila de Babilonian Yale Collection que remete a 3000 anos antes de Cristo.



Segundo Smith (1953) existiam diferenças também nos vocábulos utilizados para referir-se à operação adição quando em escritos voltados para afazeres mais populares ou para situações acadêmicas, por exemplo, o autor cita a utilização do termo em latim “numeri addendi” para significar “números a serem utilizados”, que era utilizada somente em livros para fins mais teóricos. Fazendo um ligeiro paralelo com os dias atuais, os alunos costumam utilizar a expressão “conta de mais” ou “conta de menos” para se referir às operações de adição e subtração, termos esses que não aparecem nos livros didáticos.

No Margarita Philosophical, que era uma enciclopédia com 12 volumes datada de 1503, “a palavra adendo, tradução do italiano addendus, era muito usada para se referir a uma segunda parcela a ser agregada a uma quantidade” (SILVA, 2016, p. 56). Smith (1953) ainda traz a referência da utilização por Bháskara, em sua obra de nome Lilavati, que remonta de 1150, de um problema cuja a solução se dá através do algoritmo da adição.

Eves (2004) descortina informações acerca do algoritmo para realizar adições utilizado pelos hindus, onde o autor detalha que era feito de forma inversa ao que fazemos hoje, a soma era feita da esquerda para a direita, daí recebeu o nome de resolução inversa.

Outra técnica que Smith (1953) aponta é denominada “a carregar”, e foi utilizada por Gemma Frisius em 1540, tal método consistia em adicionar as colunas separadamente e em seguida juntava-se os resultados parciais. Nesta técnica fica evidente a importância da ordem posicional dos elementos, e justificará futuramente o porquê se pula “uma casa” na execução da multiplicação.

Adiantamos que encontramos aqui uma oportunidade para o professor, em sala de aula, utilizar a história da matemática para introduzir a adição, que é a primeira operação aritmética a ser ensinada na escola, de forma a construir um terreno sólido para receber os próximos conceitos. Além do mais, uma das abordagens que podem ser dadas à multiplicação consiste em tratá-la como uma soma de parcelas iguais.

Silva (2016) ainda destaca nas civilizações ocidentais a “Aritmética de Treviso”, que trata-se de uma obra de 1478 cujo autor não foi identificado, e que destinava-se a explicitar a execução de cálculos voltados para atividades práticas, sobretudo acerca do comércio e trocas de mercadorias. Foi a primeira obra impressa de aritmética do ocidente.

Algoritmos da adição e suas possibilidades para o ensino

Na expectativa de fornecer possibilidades para a utilização da história da matemática em sala de aula para o ensino da adição, para além do levantamento de meras curiosidades, mas



Os benefícios, para alunos e professores, da utilização desta metodologia é muito explicitada por diversos autores, dentre eles Chaquiam que reforça,

A história da matemática emerge como um meio que possibilita a percepção e integração dos diversos campos da matemática, o que contrapõem as formas compartilhadas constantes nos livros didáticos da Educação Básica, além de contribuir para um pensamento crítico e responder às questões do dia-a-dia. Esses dois aspectos voltados à formação inicial podem proporcionar uma nova visão ao futuro professor sobre o que é matemática a partir de sua história, em última análise, melhoria dos processos de ensino e de aprendizagem em decorrência das apropriações conceituais e metodológicas. (CHAQUIAM, 2023, p. 17)

A fala do autor reforça a importância da inserção de discussões acerca da utilização da



História da Matemática em sala de aula, dados os diversos pontos positivos apontados, dentre eles a integração dos assuntos específicos dessa ciência, de outras áreas também, auxiliando na devolutiva de alunos com um olhar mais problematizador diante da realidade. Diante do exposto, seria de fundamental importância que essas questões tivessem espaço desde a formação inicial, mas infelizmente essa não é a realidade de boa parte dos professores de matemática.

Nosso objetivo neste tópico não é fornecer um molde de aula para trabalhar a história da matemática e a operação adição em sala de aula, não cairemos na ingenuidade de fornecer receitas para uma realidade tão subjetiva e diversa que são as salas de aula, mas sim de mostrarmos sugestões de leituras e metodologias para inspirar o professor da educação básica, e para que assim possa adaptá-la para a realidade particular de sua turma.

Uma proposta que abarca tanto conhecimentos teóricos quanto propostas práticas de metodologia é o minicurso intitulado “A história da matemática em sala de aula: propostas de atividades para a educação básica” apresentado XX Encontro Regional de Estudantes de Matemática da Região Sul. Duas obras que caminham nesse mesmo sentido, a primeira é a coleção “Contando a história da matemática” composta por sete volumes que abordam desde temáticas mais simples como a invenção dos números até as mais complexas como equações e trigonometria.

A segunda obra que trazemos como indicação chama-se “História da matemática em atividades didáticas”, que aborda atividades mais voltadas para o ensino de Geometria, trigonometria e números irracionais.

Em grandes formações, para grupos de professores por exemplo, uma proposta para iniciar a discussão acerca da importância da matemática no desenvolvimento das sociedades, seria apresentar documentários que envolvam a temática, uma sugestão de Lopes e Alves (2014) é o que mostra a evolução dos sistemas de numeração ao longo da história, de forma leve e bem humorada, disponível no canal History Channel e apresentado por Terry Jones.

Uma outra sugestão das autoras para formações continuadas é não se limitar a apresentar possibilidades de abordagem de conteúdos para a educação básica, mas sim, posteriormente a isso, instigar os professores a produzirem propostas didáticas que utilizem a história da matemática como mediadora do processo de ensino e aprendizagem. Acontecendo então uma aprendizagem ativa por parte dos professores, aproximando o processo do que chamamos mais comumente de oficina.

Outro potencial elemento motivador para a utilização da história da matemática nas aulas de adição refere-se ao seu aspecto oportunizador de atividades de aspecto interdisciplinar



e contextualizadas, nesse sentido Lara (2013) propõe,

Ao propor a história da matemática em sala de aula, o professor poderá optar por alguns caminhos, entre eles: propor ao estudante que pesquise sobre a constituição histórica de determinado conceito ou modelo a partir da perspectiva de uma determinada civilização; ter em vista que o estudante investigue sobre os conhecimentos matemáticos gerados por uma determinada civilização [...] Nos três casos, os estudantes irão se deparar com questões sociais, culturais, políticas e econômicas relacionadas à civilização estudada, sugerindo um caráter holístico e uma postura transdisciplinar à pesquisa, possibilitando o trabalho integrado entre professores de diferentes disciplinas (Geografia, História, Sociologia, Filosofia, Língua Portuguesa, ...). (LARA, 2013, p. 6)

O trecho acima arremata o universo de possibilidades/alternativas metodológicas que a história da matemática propicia para o desenvolvimento de aulas contextualizadas, interdisciplinares, e que foquem na formação de alunos críticos e entendedores que a nossa sociedade, e tudo que contém nela é uma construção histórica imersa em suas características sociais e culturais.

REFERÊNCIAS

CHAQUIAM, Miguel. **História e Matemática em sala de aula**: contextos, textos e atividades. Volume II. Editora Livraria da Física, Pará, 2023.

EVES, Howard. **Introdução à história da Matemática**. Tradução Hygino H. Domingues. Campinas: Editora da Unicamp, 2004.

GUELLI, Oscar. **Contando a História da Matemática**: a invenção dos números. 9 ed. São Paulo: Ática, 1998.

IFRAH, Georges. **História Universal dos Algarismos**, volume I: tradução de Alberto Muñoz e Ane Beatriz Katinsky – Rio de Janeiro: Editora Nova Fronteira, 1995.

LEONARDO PISANO. **Liber Abbaci**. Secundo la lezione del codice magliabrchiano, C. I, 2616, Badia Fiorentina, nº 73, Roma: 1857.

LARA, Isabel Cristina Machado de. O ensino da matemática por meio da história da matemática: possíveis articulações com a etnomatemática. **VIDYA**, v. 33, n. 2, p. 51-62, jul./dez., 2013.

LOPES, Lidiane Schimitz; ALVES, Antônio Maurício Medeiros Alves. A História da Matemática em Sala de Aula: Propostas de Atividades para a Educação Básica. In: **Anais do Encontro Regional de Estudantes de Matemática da Região Sul**. Universidade Federal do Pampa. Bagé – RS, nov. 2014.



MENEZES, Josinalva Estacio. História como tendência na educação matemática: potencialidades e limitações na prática atual de professores do ensino básico. In: **Anais do Congresso Internacional de Ensino de Matemática** – Canoas (RS), 2013. Disponível em <http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vi/paper/view/913>. Acesso em: 12/11/2024.

MIGUEL, Antônio; BRITO, Arlete de Jesus; CARVALHO, Dione Lucchesi de; MENDES, Iran Abreu. **História da Matemática em atividades didáticas**. 2 ed. rev. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

MORAES, Emmanuel Cristiano Lopes de. **Revisitando os algoritmos para operações aritméticas fundamentais**. Dissertação de mestrado. Mestrado profissional em matemática. Universidade de Brasília – UNB, 2015.

SIGLER, Laurence Edmund. **Fibonacci's Liber Abaci**: a translation into modern english of Leonardo Pisano's book of calculation. New York: Ed. Springer, 2002.

SILVA, Alexandre Oliveira. **A evolução dos algoritmos das operações aritméticas ao longo da história**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Severino Sombra, Vassouras, RJ, 2016.

SMITH, David Eugene. **History of Mathematics**, volume II, Special Topics of Elementary Mathematics – Nova Iorque: Dover Publications, 1953.

