



**II CONEPETRO**

II CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA DE  
PETRÓLEO, GÁS NATURAL E BIOCOMBUSTÍVEIS  
IV WORKSHOP DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

## INFLUÊNCIA DAS PROPRIEDADES CONVECTIVAS NOS GRADIENTES DE TEMPERATURA ADIMENSIONAL EM MEIO POROSO

Olivia Del-Puppo Pereira Fernandes<sup>1</sup>; Debora Duarte Porto<sup>2</sup>; Jose Jefferson da Silva Nascimento<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Universidade Federal de Campina Grande, Unidade Acadêmica de Engenharia Mecânica -  
olivia\_del-puppo@hotmail.com

<sup>2</sup> Universidade Federal de Campina Grande, Unidade Acadêmica de Engenharia Mecânica -  
deboraduarterp@hotmail.com

<sup>3</sup> Universidade Federal de Campina Grande, Unidade Acadêmica de Engenharia de Produção -  
jeffpesquisador@gmail.com.

### RESUMO

Este trabalho tem como objetivo estudar o fenômeno da redução de umidade em meios porosos, usando simulação matemática para casos unidimensionais e tridimensionais, utilizando o software Mathematica, de modo, que diante das variáveis do processo, seja evidenciado os riscos de fraturas, trincas e deformações. Resultados dos perfis de temperatura e de umidade, bem como da cinética de do processo no interior de um produto paralelepípedo, são evidenciados, de acordo com a variação do número de Biot e Fourier.

**Palavras-chave:** Perda de umidade, Cerâmica, Simulação, Biot, Fourier, gradientes.

---

**www.conepetro.com**  
**.br**

(83) 3322.3222

contato@conepetro.com.br

## INTRODUÇÃO

No ambiente de secagem, temperatura, umidade relativa e velocidade do ar também são parâmetros importantes, pois a falta de um adequado controle destes pode gerar danos estruturais irreversíveis, contribuindo para perdas de produtos e aumento de custos para as indústrias nacionais e locais e logo diminuindo empregos e renda.

Neste contexto um encolhimento não uniforme e transporte excessivo de massa, geram deformações e trincas no produto, comprometendo assim a qualidade do produto final, sendo estes os principais problemas a serem estudados na secagem de produtos cerâmicos, Fricke (1981) e Elias (1995) Nascimento (2000a). Assim, novos estudos da secagem tijolos cerâmicos, que possui uma característica de crescimento em virtude do déficit habitacional no Brasil irá favorecer a otimização do processo para as indústrias que queiram investir em qualidade e produtividade.

Os objetivos principais deste trabalho:

- Apresentar uma solução analítica e numérica tridimensional da equação de difusão aplicada na secagem de placas cerâmicas usando condição de contorno de terceira espécie;
- Simular a distribuição de umidade e temperatura no interior de placas cerâmicas e

resultados transientes unidimensionais variando o numero de Biot;

- Realizar ensaios experimentais de secagem com amostras de tijolos cerâmicos, variando parâmetros do processo de secagem.

## 1. MATERIAIS E METODOS

### 1.1. Modelagem do Processo de Difusão

Para descrever a transferência de calor e/ou massa no sólido com forma paralelepípedica, as seguintes considerações são adotadas, no modelo matemático:

- as propriedades termo-físicas são constantes, durante todo o processo de difusão;
- Geração interna da propriedade é desprezível;
- Sólido é homogêneo e isotrópico;
- Distribuição da propriedade (temperatura ou teor de umidade) é uniforme no início do processo;
- Devido a forma do sólido, existe simetria no centro do mesmo;
- Condição de contorno na superfície do sólido é do tipo convectiva;
- O coeficiente de transferência da propriedade é constante.

A Figura [1] ilustra um sólido paralelepípedo de dimensões  $2R_1 \times 2R_2 \times 2R_3$ . Para este caso a equação diferencial geral que descreve o fenômeno de difusão é da forma:

$$\frac{\partial(\xi\Phi)}{\partial t} = \nabla \cdot (\Gamma \Phi \nabla \Phi) + \Phi'''$$

[1]

onde na Equação [1] têm-se: para transferência de calor,  $\xi = \rho c_p$ ;  $\Phi = T$  e  $\Gamma \Phi = k$ , onde  $c_p$ ,  $T$  e  $k$  são o calor específico,



temperatura e condutividade térmica do sólido, respectivamente, enquanto que, para transferência de massa,  $\xi = \rho$ ;  $\Phi = M$ ;  $\Gamma^\Phi = \rho D$ ; onde  $\rho$ ,  $M$  e  $D$  são a densidade, teor de umidade e coeficiente de difusão do sólido, respectivamente.  $\Phi'''$  representa a geração interna de  $\Phi$  e  $t$  é o tempo.

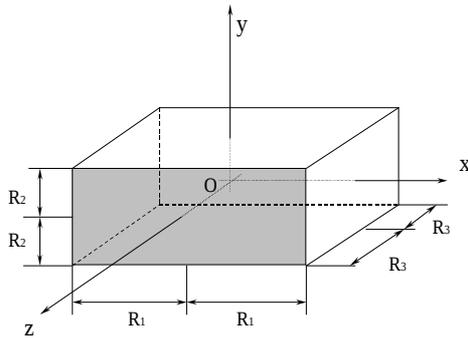


Figura 1. Configuração geométrica do problema físico.

Devido a forma do sólido, existe simetria nos planos  $(x=0, y, z)$ ,  $(x, y=0, z)$ ,  $(x, y, z=0)$  e considera-se como volume de trabalho, apenas 1/8 do volume do sólido. As condições iniciais, de simetria (fluxo de  $\Phi$  nulo) e de contorno para o problema são as seguintes:

- Condição inicial:

$$\Phi(x, y, z, t = 0) = \Phi_0 \quad [2]$$

- Condições de simetria:

$$\frac{\partial \Phi(x=0, y, z, t)}{\partial x} = \frac{\partial \Phi(x, y=0, z, t)}{\partial y} = \frac{\partial \Phi(x, y, z=0, t)}{\partial z} = 0 \quad t > 0 \quad [3]$$

- Condições de contorno na superfície:

$$-\Gamma^\Phi \frac{\partial \Phi(x, y, z, t)}{\partial x} = h_x (\Phi(x, y, z, t) - \Phi_e) \quad \text{em } t > 0 \text{ e } x = R_1 \quad [4]$$

$$[5]$$

$$-\Gamma^\Phi \frac{\partial \Phi(x, y, z, t)}{\partial y} = h_y (\Phi(x, y, z, t) - \Phi_e)$$

em  $t > 0$  e  $y = R_2$

$$-\Gamma^\Phi \frac{\partial \Phi(x, y, z, t)}{\partial z} = h_z (\Phi(x, y, z, t) - \Phi_e) \quad [6]$$

em  $t > 0$  e  $z = R_3$

Nestas equações, os subscritos  $0$  e  $e$  significam início e equilíbrio, respectivamente, e as variáveis  $x$ ,  $y$  e  $z$  representam as faces do paralelepípedo;  $h_x = h_y = h_z = h$  corresponde ao coeficiente de transferência convectiva de calor ou massa.

Para tornar as Equações [1] – [6] mais gerais, considere as seguintes variáveis adimensionais:

$$\Phi^* = \frac{\Phi(x, y, z, t) - \Phi_e}{\Phi_0 - \Phi_e}, \quad x^* = \frac{x}{R}, \quad y^* = \frac{y}{R},$$

$$z^* = \frac{z}{R}, \quad t^* = \frac{\alpha t}{R^2},$$

[7]

$$V^* = \frac{V}{R^3}$$

$$Bi = \frac{hR}{\Psi}$$

[8]

onde  $R = \sqrt{R_1^2 + R_2^2 + R_3^2}$ ,  $\alpha = \Gamma^\Phi / \xi$  e  $\Psi = k$  para calor e  $\Psi = D$  para massa. Nestas equações,  $V$  é o volume do sólido e  $Bi$  é o número de Biot de transferência.

Derivando-se estas equações e substituindo na Equação [1], obtém-se a equação geral tridimensional transiente na forma adimensional, dada por:



$$\frac{\partial \Phi^*}{\partial t^*} = \nabla^2 \Phi^*$$

[9]

Adimensionalmente a condição inicial, de contorno e de simetria são as seguintes:

$$\Phi^*(x^*, y^*, z^*, 0) = 1$$

[10]

$$-\frac{\partial \Phi^*}{\partial x^*} \Big|_e = Bi_x \Phi^*; \quad \text{para} \quad x$$

[11]

$$-\frac{\partial \Phi^*}{\partial y^*} \Big|_n = Bi_y \Phi^*; \quad \text{para} \quad y$$

[12]

$$-\frac{\partial \Phi^*}{\partial z^*} \Big|_f = Bi_z \Phi^*; \quad \text{para} \quad z$$

[13]

$$\frac{\partial \Phi^*(0, y^*, z^*, t^*)}{\partial x^*} = \frac{\partial \Phi^*(x^*, 0, z^*, t^*)}{\partial y^*} = \frac{\partial \Phi^*(x^*, y^*, z^*, t^*)}{\partial z^*} = 0$$

[14]

Rearranjando os termos e introduzindo os índices 1,2,e 3 que referem-se as faces do sólido, perpendiculares aos eixos x, y e z, respectivamente, tem-se:

$$\Phi^*(x, y, z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} A_{n1} A_{m2} A_{k3} \text{Cos}(\beta_{n1} x) \text{Cos}(\beta_{m2} y) \text{Cos}(\beta_{k3} z) e^{-[\beta_{n1}^2 + \beta_{m2}^2 + \beta_{k3}^2] \zeta}$$

[15]

Sendo:

$$A_{n1} = \frac{2 \text{Sen}(\beta_{n1} R_1)}{\beta_{n1} R_1 + \text{Sen}(\beta_{n1} R_1) \text{Cos}(\beta_{n1} R_1)} \quad [15a]$$

$$A_{m2} = \frac{2 \text{Sen}(\beta_{m2} R_2)}{\beta_{m2} R_2 + \text{Sen}(\beta_{m2} R_2) \text{Cos}(\beta_{m2} R_2)}$$

[15b]

$$A_{k3} = \frac{2 \text{Sen}(\beta_{k3} R_3)}{\beta_{k3} R_3 + \text{Sen}(\beta_{k3} R_3) \text{Cos}(\beta_{k3} R_3)}$$

[15]

c]

e:

$$\text{Cotg}(\beta_{n1} R_1) = \frac{\beta_{n1} R_1}{Bi_1} \quad [15d]$$

$$\text{Cotg}(\beta_{m2} R_2) = \frac{\beta_{m2} R_2}{Bi_2} \quad [15e]$$

$$\text{Cotg}(\beta_{k3} R_3) = \frac{\beta_{k3} R_3}{Bi_3} \quad [15f]$$

O valor médio de  $\Phi^*$  neste caso é:

$$\bar{\Phi}^* = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} B_{n1} B_{m2} B_{k3} e^{-[\beta_{n1}^2 + \beta_{m2}^2 + \beta_{k3}^2] \frac{\Gamma^{\Phi}}{\zeta}} \quad [16]$$

Onde:

$$B_{n1} = \frac{2 Bi^2}{(\beta_{n1} R_1)^2 [Bi^2 + Bi + (\beta_{n1} R_1)^2]} \quad [16a]$$

$$B_{m2} = \frac{2 Bi^2}{(\beta_{m2} R_2)^2 [Bi^2 + Bi + (\beta_{m2} R_2)^2]} \quad [16b]$$

$$B_{k3} = \frac{2 Bi^2}{(\beta_{k3} R_3)^2 [Bi^2 + Bi + (\beta_{k3} R_3)^2]}$$

[16c]

Nas equações [15] e [16], para o caso de transferência de calor  $\Gamma^{\Phi} = k$ ,  $\zeta = \rho c_p$ ,  $h = h_c$  e  $\Phi = \theta$  (a temperatura do sólido), enquanto que para transferência de massa,  $\Gamma^{\Phi} = \rho D$ ,  $\zeta = \rho$ ,  $h = h_m$  e  $\Phi = M$ .

Para demonstrar o mérito da metodologia apresentada, relativo a uso e limitações, selecionou-se, para ilustrar, um



problema de difusão de calor num paralelepípedo (tijolo refratário) de dimensões  $(R_1 \times R_2 \times R_3)$   $0,100 \times 0,045 \times 0,025 \text{ m}^3$ , para que uma solução exata pudesse ser obtida, e servir para validar a metodologia numérica, que será discutida nos itens posteriores.

A Norma Técnica EB-19 estabelece dois tamanhos  $2R_1 \times 2R_2 \times 2R_3$  para tijolo cheio ou maciço:  $(0,240 \pm 5) \times (0,115 \pm 2) \times (0,052 \pm 2) \text{ m}^3$  e  $(0,200 \pm 5) \times (0,045 \pm 2) \times (0,053 \pm 2) \text{ m}^3$ , mas nem sempre é obedecida pelas olarias (Bauer, 1992). As propriedades do material são:  $\rho = 2100 (\text{kg}/\text{m}^3)$ ,  $k = 1,13 (\text{W}/\text{mK})$  a  $100^\circ\text{C}$ ,  $c_p = 1064 (\text{J}/\text{KgK})$  e  $h_c = 20 \text{ W}/\text{m}^2\text{K}$ , o que permite determinar  $\alpha = \frac{k}{\rho c_p} = 4,48 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$  (Pereira et al., 1995).

Para obtenção dos resultados analíticos, foram implementados dois programas computacionais, utilizando o software Mathematica, sendo um para obter os autovalores  $\beta_n$  e outro para obter  $\Phi^*$  e  $\bar{\Phi}^*$ . Para determinação destes últimos parâmetros foi utilizado um número de  $30^3$  termos da série. Vale salientar, que, livros especializados em fenômenos de difusão apenas indicam como resolver o problema de difusão tridimensional transiente, usando separação de variáveis, contudo, nenhum

resultado numérico é apresentado.

## 2. RESULTADOS E DISCUSSÃO

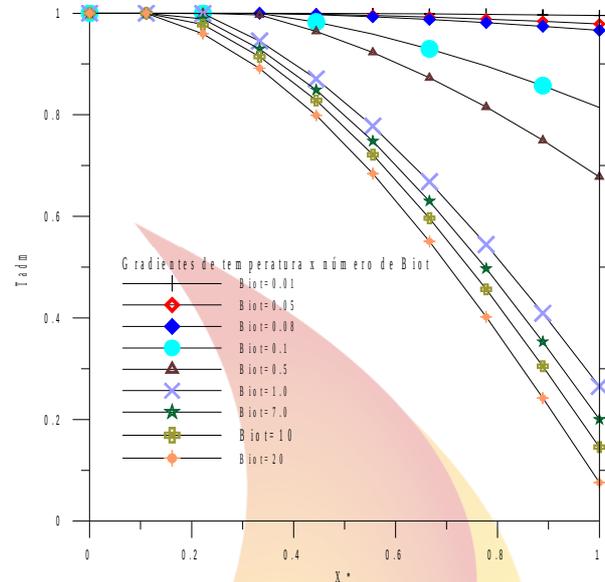


Figura 2. Distribuição dos gradientes de temperatura unidimensional em uma parede plana com convecção e número de Fourier = 0.1.

A solução analítica e numérica foi usada para a análise do problema sob o ponto de vista de transferência de calor ou massa.

Os resultados foram obtidos de forma adimensional utilizando o programa computacional desenvolvido no ambiente Mathematica, considerando diferentes valores para o número de Biot, nos vários planos analisados.

Um decréscimo das variáveis adimensionais (temperatura ou massa) durante o processo transiente para os diversos instantes de tempo e em qualquer posição (z,

y) ou (x, y) é observada, logo a temperatura do tijolo tende a igualar-se à temperatura do ambiente de secagem e a massa tende ao equilíbrio.

A figura 2 evidencia de forma importante os gradientes de temperatura e/ou umidade em um meio poroso, ou seja o seu aumento, caracterizará a possibilidade do risco de danos estruturais, tais como trincas e deformações.

A análise das figuras 3 e 4 evidenciam mudanças significativas nos gradientes das variáveis adimensionais (temperatura ou massa) nos planos zy ( $x=0.000\text{m}$ ) e xy ( $z=0.045\text{m}$ ). Em uma análise comparativa entre as Figuras citadas, nota-se que os maiores gradientes no interior do sólido estão associados, em qualquer instante de tempo, ao aumento do número de Biot e isto fica também fortemente evidenciado na figura 2, onde temos os gradientes de temperatura unidimensional em uma placa plana. Neste sentido é evidente que a velocidade de aquecimento e de secagem não são uniformes por todo o tijolo e, nesse caso, se o processo não for controlado adequadamente, pode ocorrer intensas deformações não uniformes, onde a partir delas podem surgir danos estruturais que afetam a qualidade do produto final, (PATANKAR, 1980).

As figuras 3 e 4 também mostram que as regiões de maior aquecimento ou maior perda

de água, sob o aspecto da secagem, estão situadas nos vértices do sólido e particularmente no plano  $z = 0.045\text{m}$ . A região citada é a primeira a sofrer retração produzindo uma redução nas dimensões do tijolo e conseqüentemente do seu volume. Quando esta camada exterior se contrai, os poros do sólido também, dificultando a saída de água. A saída de água sendo restringida gera tensões de sentido contrário entre as camadas externa e interna, e quanto maiores forem essas tensões, maiores os riscos do aparecimento de deformações e trincas, (FRICKE, 1977). As trincas ocorrem quando a tensão de cisalhamento excede a tensão de cisalhamento máxima do material, as maiores tensões (compressão) ocorrem na superfície do material que é uma região mais frágil. Já no interior do sólido existem tensões de tração, (KEEY, 1992).

É de grande relevância uma secagem controlada anteriormente. Se a secagem não for uniforme, aparecerão distorções nas peças, mas se for muito lenta a produção se torna antieconômica. Para se ter uma secagem uniforme (gradientes de temperatura e umidade minimizados) é importante moderar adequadamente a intensidade da secagem. Essa moderação é realizada pelo controle das velocidades umidade relativa, temperatura do ar de secagem, forma do corpo, particularmente a relação área/volume e a

porosidade do material. Para se ter uma ideia, argilas maleáveis perdem a secagem cerca de 5 a 8% do seu volume, enquanto que as menos maleáveis cerca de 3 a 5% dependendo da granulometria das partículas de argila. No entanto, betonite, por exemplo, que é uma argila bastante maleável, de grão muito fino (baixa porosidade), chega a perder de 10 a 15% do seu volume. Uma discussão detalhada dos defeitos em materiais cerâmicos oriundos do processo de secagem pode ser encontrada na literatura recente (NASCIMENTO,2002).

Do ponto de vista industrial, pode-se afirmar que o controle das propriedades termodinâmicas e velocidade do ar de secagem conduzem a um produto industrial de qualidade aceitável comercialmente.

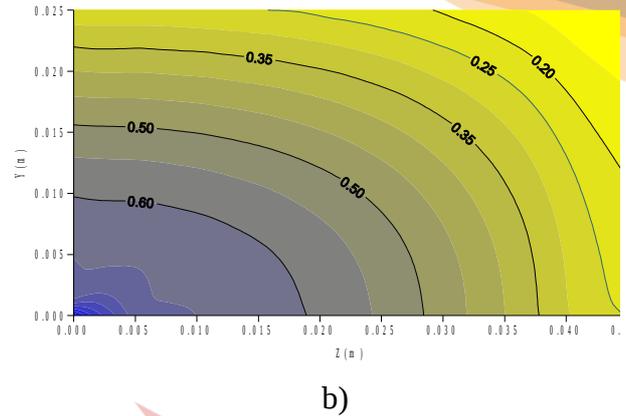
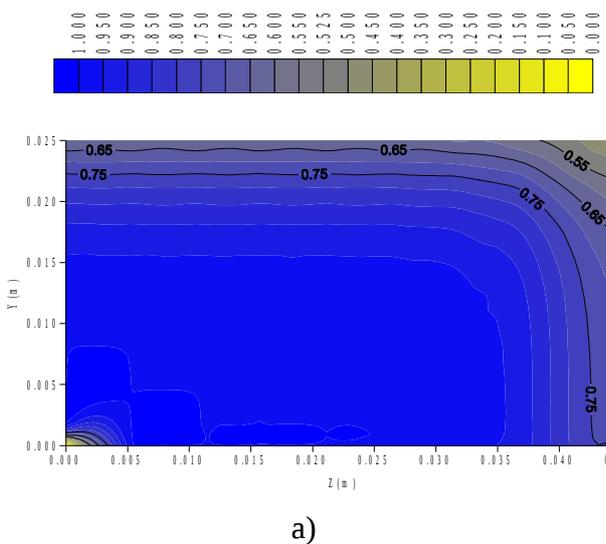
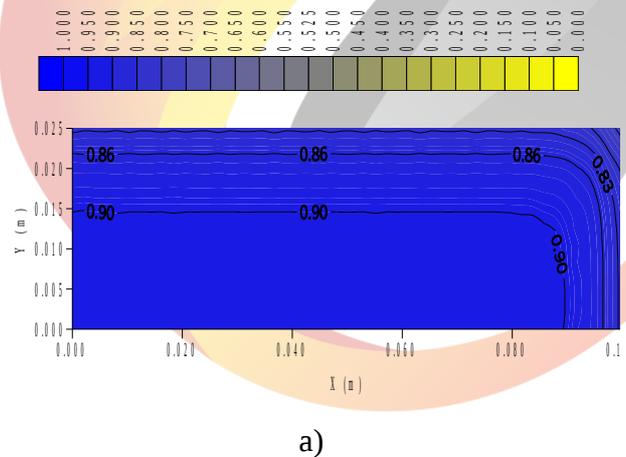
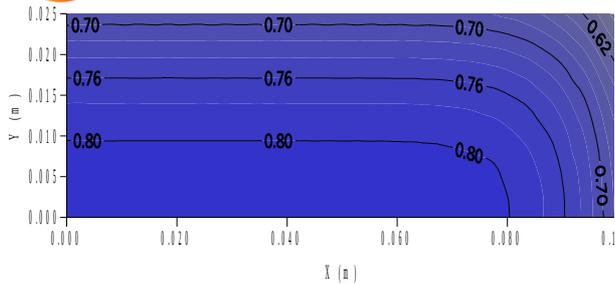


Figura 3. Perfis Bidimensionais Mostrando os Gradientes de Temperatura no Plano  $X = 0$  m,  $Bi=5,0$  nos tempos a)  $t_c = 50s$ , b)  $t_c = 500s$ , solução analítica e numérica.

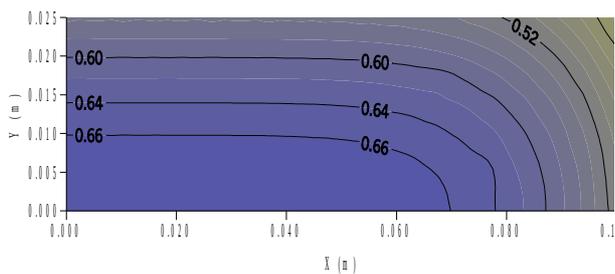
O controle dos parâmetros de secagem gera como consequência o controle dos coeficientes de transferência convectiva de calor e massa na superfície do sólido (MALISKA,1995).

De uma forma geral, como os resultados são adimensionais, estes também pode ser usado para estudos sob o ponto de vista de resfriamento e umidificação.

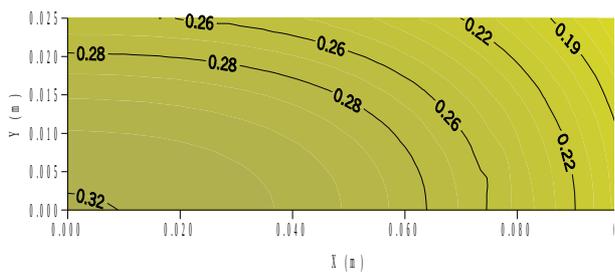




b)



c)



d)

Figura 4. Perfis Bidimensionais Mostrando os Gradientes de Temperatura no Plano  $Z = 0,0450$  m e  $B_i = 2,0$ , nos Tempos: a)  $t_c = 50$ s b)  $t_c = 200$ s c)  $t_c = 500$ s d)  $t_c = 1800$ s solução numérica.

### 3. CONCLUSÃO

1. A forma do corpo interfere na cinética de secagem, ou seja, quanto maior a relação área/volume, mais rápida será a secagem;
2. O numero de Biot associado as condições convectivas ( $h_m$  ou  $h_c$ ) e as propriedade de transporte, tais como condutividade térmica e difusividade térmica, interferem fortemente nos gradientes de temperatura e/ou umidade, por isto, e importante o controle do processo

para evitar trincas e deformações no meio poroso;

3. Temperaturas do ar de secagem elevadas e umidades relativas baixas implicam numa secagem mais rápida do material. Este efeito é por sua vez, mais acentuado que os gerados pelas relações área/volume e teor de umidade inicial;

4. Quando as temperaturas e umidades relativas do ambiente de secagem são as mesmas para corpos de prova com dimensões diferentes, o teor de umidade inicial e relação área/volume dominam a cinética de secagem;

5. Maiores níveis do teor de umidade inicial implicam em maiores índices de retração volumétrica;

6. Apesar de existir uma boa correlação entre os pontos experimentais e preditos, a contração volumétrica deve ser mais perfeitamente definida em duas etapas, de acordo com dados da literatura, pois em duas etapas evidencia-se a transição entre a maior velocidade de retração e a menor velocidade, bem como tal transição pode ser evitada devido a contrações não uniformes que ocorrem em tal ponto;

7. Os resultados da cinética de secagem se adequaram muito bem em termos estatísticos ao modelo proposto, sendo assim possível calcular numericamente em trabalhos futuros os coeficientes de transferência de massa e de difusão;

8. Os coeficientes de encolhimento podem ser usados tecnologicamente para avaliar os níveis de retração de secagem da argila em estudo, de acordo com o teor de umidade final que se deseja após secagem.

### 5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ELIAS, X. A Fabricação de Materiais Cerâmicos, Barcelona-Espanha, 1995, 250p.



## II CONEPETRO

II CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA DE  
PETRÓLEO, GÁS NATURAL E BIOCOMBUSTÍVEIS  
IV WORKSHOP DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

FRICKE, J., 1977, A Cerâmica, editora  
Presença Ltda, Lisboa, 152p.

KEEY, R. B, 1992, “Drying of loose and  
particulate materials”, New York: Hemisphere  
Publishing Corporation, 502 p.

MALISKA, C. R., 1995, “Transferência de  
Calor e Mecânica dos Fluidos  
Computacional”, LTC, Rio de Janeiro, Brasil.

NASCIMENTO, J. J. S.; BELO F.A.; LIMA,  
A. G. B.; PONTES, L. R. A.”Fenômenos de  
Difusão Transiente em Sólidos  
Paralelepípedos”, Congresso Nacional de  
Engenharia Mecânica (CONEM), CD ROM,  
Natal, Brasil, 2000a.

NASCIMENTO, J. J, S., 2002, Fenômenos de  
Difusão em Sólidos Paralelepípedos. Estudo  
de Caso: Secagem de Materiais Cerâmicos.  
João Pessoa: Pós-Graduação em Engenharia  
Mecânica, Universidade Federal da Paraíba –  
Campus I. 181p. Tese (Doutorado).

PATANKAR, S. V., 1980, “Numerical Heat  
Transfer and Fluid Flow”,  
Hemisphere/McGraw-Hill, NewYork, pp. 96-  
100.



**[www.conepetro.com](http://www.conepetro.com.br)**  
**.br**

(83) 3322.3222

[contato@conepetro.com.br](mailto:contato@conepetro.com.br)