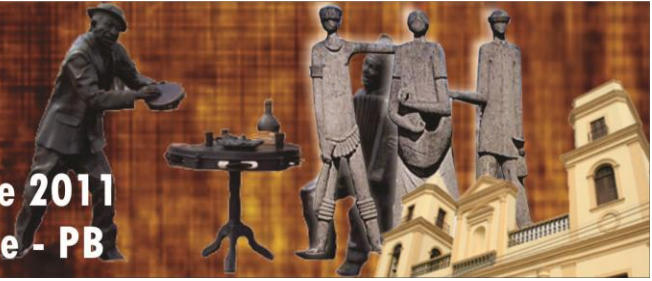




05 a 07 de Setembro de 2011  
UEPB - Campina Grande - PB



## **O Estudo das Operações Combinatórias através da Análise de Funções Discretas entre Conjuntos Finitos.**

Maiko Willian Coutinho

Pedro Luiz Aparecido Malagutti

### **Resumo**

O presente projeto trata-se de uma pesquisa do tipo qualitativa que tem como objetivo, trabalhar com alunos do segundo ano do ensino médio de uma escola estadual do interior de São Paulo com o conteúdo de Análise combinatória, de maneira diversificada, tentando tornar o estudo desse tema algo mais divertido; buscando fazer com que os alunos compreendam as principais diferenças e semelhanças entre as operações combinatórias, fazendo com que eles compreendam quando a ordem é relevante, ou não, e quando pode haver a repetição de elementos, ou não, dentro de um agrupamento; necessidade notada na prática docente de muitos professores, esse trabalho foi desenvolvido dentro do projeto Observatório da Educação CAPES/UFSCar.

Palavras-chave: Matemática, Operações combinatórias, funções, Atividades Orientadoras de Ensino.

### **1. Introdução/Justificativa**

Minha formação como docente começou em 2003, quando ingressei no curso de licenciatura em matemática na UNESP - UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA JULIO DE MESQUITA FILHO - Campus de Bauru.

Durante a formação na graduação não atuei como docente, mas tive contato com o ambiente escolar através dos estágios curriculares supervisionados, onde percebi um grande desestimo e falta de empenho por parte dos alunos, muitos tinham/têm uma grande aversão à matemática, o que já me causava uma grande inquietação.

Em 2008, quando ingressei como professor efetivo, na rede estadual de ensino, senti a mesma inquietação, por esse motivo sempre tentei, em minhas aulas, dar um tratamento diferenciado, lúdico, estimulante à matemática. Mas nesse mesmo ano estava iniciando a implantação da proposta curricular do estado de São Paulo, como uma tentativa de universalização do currículo no estado, gerando uma grande dificuldade em

XV EBRAPEM, Campina Grande – PB, 2011

criar atividades e aulas diferenciadas, devido à cobrança do cumprimento dos conteúdos da proposta curricular.

Dessa maneira, tentava dentro dessas limitações que os alunos conseguissem enxergar a matemática como algo mais prazeroso e até mesmo lúdico. Nessa busca, ingressei, em 2009, como aluno especial do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências Exatas na UFSCar – Universidade Federal de São Carlos – onde procurei complementar meus conhecimentos, principalmente em relação à docência, onde percebi que podemos fazer alguns avanços em relação ao ensino de matemática mesmo com um currículo engessado.

Concomitante a este primeiro ano de mestrado uma das salas de aula em que leciona era um segundo ano do ensino médio, e um dos conteúdos trabalhados durante o ano foi a análise combinatória, e apesar do enfoque trabalhado nos caderninhos da proposta, sem exageros em fórmulas e definições, os alunos ainda apresentavam muitas dificuldades na classificação dos problemas, eles tinham dificuldades em perceber quando em um agrupamento pode haver a repetição ou não, e quando a ordem dos elementos é relevante ou não.

Dessa maneira surgiu o interesse/necessidade de realizar este trabalho, como tentativa de conseguir uma maneira/alternativa de fazer com que os alunos percebam as principais diferenças entre os problemas combinatórios e principalmente compreendam efetivamente o princípio multiplicativo que é a base das operações combinatórias.

Agora, neste ano ingressei no projeto intitulado “Produtos Educacionais no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática: Itinerários de Desenvolvimento e Implantação, a partir da Rede de Pesquisa Participante Escola-Universidade”, sob financiamento da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), através do Edital Observatório da Educação com vigência de 2009 a 2012, onde estou tendo oportunidades de desenvolver esse meu trabalho respaldado pelo auxílio e contribuições dos participantes do projeto. Essa oportunidade me abriu novos horizontes no sentido de mostrar outras inquietações como a minha e os trabalhos desenvolvidos frente a essa motivação.

Desde o início, o objetivo deste estudo foi o de trabalhar as operações combinatórias (permutações, arranjos e combinações) de maneira intuitiva, sem recorrer a fórmulas de definições, partindo da concepção espontânea dos alunos e, a partir de atividades orientadoras de ensino, elevar o entendimento dos alunos ao ponto que possamos (educando e educador) generalizar e sistematizar esses conhecimentos, formalizando-os.

Nesse processo é importante que os educandos percebam, ao longo das atividades, como surge o princípio multiplicativo, entendido como a contagem do total de escolhas em uma situação em que há  $k$  escolhas a serem tomadas e para cada escolha há certo número de opções/possibilidades: Se uma decisão  $d_1$  puder ser tomada de  $m$  maneiras e se, uma vez tomada a decisão  $d_1$ , outra decisão  $d_2$  puder ser tomada de  $n$  maneiras diferentes, então o número total de maneiras de se tomarem as decisões é o produto de  $m$  por  $n$ .

Outro ponto importante em que os educandos devem obter clareza durante a realização das atividades é a diferença entre problemas em que pode haver a repetição de elementos (senhas, compra de refrigerantes)<sup>1</sup>, e problemas em que a repetição não é cabível (fotos, semáforos, formação de equipes)<sup>1</sup>.

Os Educandos também devem perceber durante a realização das atividades que há problemas nos quais a ordem em que os elementos de um agrupamento aparecem é relevante (fotos, senhas, semáforos)<sup>1</sup> e outros em que a ordem é irrelevante (formação de equipes, compra de refrigerantes)<sup>1</sup>.

## 2. Procedimentos Metodológicos

Inicialmente, pretende-se trabalhar esses conceitos em nível intuitivo, ou seja, sem sequer falar em Permutação, arranjo e combinação, ou fórmulas; através de atividades orientadoras de ensino, buscando fazer com que os alunos, através dessas atividades, associem as características dos problemas com as diferentes operações combinatórias.

Ao final da aplicação das atividades pretende-se a elaboração da seguinte tabela classificadora dos problemas:

	<b>Ordem Importa</b>		<b>Ordem Não Importa</b>
<b>Não Há Repetição</b>	Fotos	Semáforos	Formação de Equipes
<b>Pode Haver Repetição</b>	Senhas		Compra de Refrigerantes

Após os educandos preencherem a tabela como acima, serão apresentados os conceitos com os quais os problemas da tabela estão relacionados, e uma breve definição dos mesmos, baseada, sobre tudo, nos problemas trabalhados por eles, chegando-se à seguinte tabela:

	<b>Ordem Importa</b>		<b>Ordem Não Importa</b>
<b>Não Há Repetição</b>	Fotos (Permutação)	Semáforos (Arranjo simples)	Formação de Equipes (Combinação simples)
<b>Pode Haver Repetição</b>	Senhas (Arranjo com repetição)		Compra de Refrigerantes (Combinação completa – com repetição)

## 2.1 Atividades

As questões contempladas nas primeiras Folhas de Atividades buscavam provocar a curiosidade dos alunos e levá-los a ver a matemática como algo prazeroso, lúdico.

Durante a elaboração dessas atividades, sempre me preocupava a possibilidade de estar elaborando questões muito além ou muito aquém do nível de conhecimento dos alunos, dessa maneira procurei elaborar questões que encaminhassem de perguntas bem simples a questões um pouco mais complexas, assim, as questões principais foram as seguintes:

### 1º problema: Tirando Fotos

Elias irá tirar uma foto de três amigos, Ana, Bia e Caio alinhados lado a lado. Eles estão discutindo como podem se posicionar para essa foto em relação à ordem em que aparecem. De quantas maneiras diferentes seus amigos (Ana, Bia e Caio) podem se alinhar para a foto quanto à ordem em que se colocam?

### 2º problema: Qual a Senha?

Cofre é um compartimento próprio para armazenar dinheiro, bens ou documentos de valor. Para garantir sua inviolabilidade, possui um segredo, chave ou ambos, o que permite que apenas o possuidor do segredo abra-o. Tal segredo pode ser mecânico (girando um disco com marcações de 00 a 99 à direita e à esquerda) ou eletrônico (digitando uma senha em um teclado numérico).

Para essa atividade iremos considerar um cofre que possui um teclado numérico formado pelos números 1, 2, 3 e 4; e cuja senha é composta por dois algarismos.

Se a senha é formada por dois números, qual a quantidade de senhas possíveis de serem formadas?

1	2	3	4
ENTER			

### 3º problema: Criando Semáforos.

Um Semáforo é um aparelho de sinalização urbana, rodoviária ou ferroviária que orienta o tráfego por meio de luzes. A escolha da sequência de cores: vermelho no topo, amarelo no meio e verde embaixo é uma forma de não confundir o motorista e segue convenções internacionais. Sabemos que vermelho significa 'PARE', amarelo 'AGUARDE' e verde 'SIGA'.

Essa atividade tem por objetivo construir outros tipos de semáforos que não se preocupem com as facilidades visuais dos motoristas.


Quantos semáforos diferentes seriam possíveis compor com as cores: Verde, Amarela e Vermelha, se cada semáforo devesse ser composto por, apenas, duas cores, e diferentes?

#### **4º problema: Formando Equipes.**

Um grupo deve escolher entre eles uma comissão para representá-los em uma reunião. Essa equipe de representantes deve ser formada por dois membros escolhidos entre os participantes do grupo.

De quantas maneiras essa equipe de representantes poderá ser escolhida, se essa deverá ser formada por dois membros e Ana, Bia e Caio ofereceram-se para fazer parte dessa dupla?

#### **5º problema: Comprando Refrigerantes**

Ao ir ao supermercado comprar refrigerante, João encontra, na prateleira, as seguintes marcas de refrigerante: marca “A”, marca “B” e  marca “C”; todas de mesma qualidade e de mesmo preço.

De quantas maneiras diferentes João pode comprar dois refrigerantes, não havendo preferência por nenhuma das marcas?

Todos os problemas acima foram colocados junto com várias alíneas que aprofundavam e especificavam o problema.

### **2.2. Aplicação das Folhas de Atividades**

As primeiras folhas de atividades com os objetivos acima apresentados já foram aplicadas nas duas escolas em que trabalho, a primeira, uma escola particular de Barra Bonita com característica cooperativa, que atende alunos desde o Maternal I (crianças com aproximadamente um ano de idade) ao terceiro ano do Ensino Médio.

A Cooperativa Educacional de Barra Bonita (COEBB) filiada à rede Pitágoras de ensino, foi fundada em 15 de julho de 2000 por um grupo de pais cooperados que buscavam educação de qualidade por um preço justo, iniciou suas atividades pedagógicas em 09/02/2001, com 22 alunos e atualmente conta com mais de 200 alunos e 170 cooperados.

Nessa escola, trabalho apenas com alunos dos três anos do ensino médio, todas no período diurno. Em todas as três classes há um número reduzido de alunos: no 1º ano há nove alunos, no 2º ano há oito alunos e no 3º ano há sete alunos. Apesar do reduzido número de alunos, os problemas são os comumente encontrados em outras escolas.

Quanto à aplicação nesta escola, senti um grande envolvimento e participação dos alunos. Eles se mostraram interessados e motivados. Porém, ao final da segunda aula de aplicação, demonstraram-se cansados e enfadados. O trabalho, então, foi retomado na aula seguinte e o rendimento foi satisfatório. Os alunos não apresentaram grandes dificuldades na resolução dos problemas, e as atividades parecem ter servido bem ao propósito de iniciar a discussão e assimilação dos principais conceitos envolvidos nas operações combinatórias, visto que o fim dessa primeira aplicação, construção da tabela classificatória dos problemas e suas relações com as operações combinatórias, foi satisfatoriamente alcançado.

A outra escola em que trabalho, e também apliquei as folhas de atividades, é uma escola estadual de Igarçu do Tietê situada em um bairro de classe média baixa (COHAB) e que iniciou suas atividades em 29 de janeiro de 1988. Atualmente a escola conta com ensino fundamental do ciclo II de 5ª a 8ª série e ensino médio; totalizando 1340 alunos em 03 turnos.

Nessa escola atualmente trabalho com o ensino fundamental e médio, sendo que a sala na qual apliquei as atividades é uma sala do segundo ano do ensino médio do noturno. Na aplicação das atividades com essa turma tive grandes dificuldades para fazer com que os alunos se envolvessem e se empenhassem na realização das atividades.

Notei que em ambas as escolas as atividades que conseguiram maior envolvimento dos alunos foram as atividades que tinham um cunho mais manipulativo, como o problema dos semáforos que umas das atividades era pintar os diferentes semáforos e o problema das fotos em que eles deviam tirar as diferentes fotos de um grupo de colegas.

Com isso pretende-se que as próximas atividades a serem aplicadas tenham essa mesma tendência lúdica e manipulativa, e outras que tratem de temas do cotidiano dos

alunos, de modo que eles tenham motivo e motivação para realizar as atividades propostas.

No decorrer das discussões com o orientador deste trabalho surgiu a possibilidade de usar do conceito de relação/função para trabalhar as operações combinatórias, especificamente a contagem do número de funções discretas entre conjuntos finitos.

Serão retomados brevemente os conceitos de: função, função injetora (arranjos), função bijetora (permutação), função crescente (combinação) e função não decrescente (combinação completa). Com isso visa-se dar um enfoque diferenciado a Análise Combinatória relacionando-a com outro tema matemático.

### **3. Referências Bibliográficas.**

BRASIL, Ministério da Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio. Brasília: Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2000.

\_\_\_\_\_. Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática. Brasília: Secretaria de Ensino Fundamental - SEF, 1997.

EVES, H. Introdução à História da Matemática. 2. ed. Tradução de Hygino H. Domingues. Campinas: Ed. UNICAMP, 1997.

MELLO, S. do A. Algumas implicações pedagógicas da Escola de Vygotsky para a educação infantil. Revista Pro-Posições, v. 10, n. 1, p. 16-27, mar. 1999.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. Proposta Curricular do Estado de São Paulo: Matemática (Ensino Fundamental – ciclo II e Ensino Médio): 1o grau. São Paulo, SEE/CENP, 2008.